

1 Βασικές Έννοιες

- Κατανοήστε τη χρήση της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης για τον εντοπισμό τως ριζών της (μοτοτονία, μοναδικότητα κτλ.)
- Πότε μπορούν να εφαρμοστούν οι μέθοδοι της Διχοτόμησης και της Εσφαλμένης Θέσης;
- Πώς παράγεται η μέθοδος της εσφαλμένης θέσης;
- Κατανοήστε την έννοια της σύγκλισης μιας ακολουθείας προσεγγίσεων που παράγεται από μία αριθμητική μέθοδο.
- Πώς εφαρμόζουμε το(α) κριτήριο(α) τερματισμού στις μεθόδους και τί είναι η ανοχή σφάλματος στο αποτέλεσμα μας.
- Πώς εκτιμούμε προκαταβολικά πόσα βήματα χρειάζεται η μέθοδος της διχοτόμησης για να πετύχουμε ζητούμενη ακρίβεια;
- Πώς μπορούμε να είμαστε σίγουροι για το πόσα δεκαδικά είναι σωστά (ακρίβεια) στην προσεγγισή μας;
- Γιατί λέμε ότι η τάξη σύγκλιση της διχοτόμησης είναι γραμμική και τί σημαίνει αυτό στην πράξη;
- Ποιά είναι τα πλεονεκτήματα και ποια τα μειονεκτήματα της μεθόδου της διχοτόμησης;

2 Ασκήσεις

Άσκηση 1: Για τη συνάρτηση $f(x) = x^5 - 8x^4 + 44x^3 - 91x^2 + 85x - 26$, (α) εντοπίστε την πραγματική της ρίζα γραφικά, (β) εφαρμόστε τη μέθοδο διχοτόμησης μέχρι να πετύχετε ακρίβεια τουλάχιστον 0.1(10%) στο διάστημα $[0, 1]$ και (γ) στο ίδιο διάστημα εφαρμόστε τη μέθοδο Εσφαλμένης Θέσης για ακρίβεια 0.02(2%).

(Απαν (β) $x^* = 0.59375$, (γ) $x^* = 0.57956$)

Άσκηση 2: Για τη συνάρτηση $f(x) = (0.8 - 0.3x)/x$, (α) υπολογίστε αναλυτικά και εντοπίστε την ρίζα γραφικά, (β) εφαρμόστε 3 επαναλήψεις της μεθόδου διχοτόμησης στο διάστημα $[1, 3]$ υπολογίστε το % υπολογιστικό σφάλμα και το % πραγματικό σε κάθε βήμα. Υπάρχει κάποιο πρόβλημα στο αποτέλεσμα σας;

Άσκηση 3: Βρείτε τη μικρότερη θετική ρίζα της $f(x) = x^2 |\cos(\sqrt{x})| = 5$ με τη μέθοδο Εσφαλμένης Θέσης στο $[0, 5]$ μέχρι το σφάλμα να πέσει κάτω από 0,01(1%). Ποιά είναι η τιμή της συνάρτησης στην προσεγγισή σας;

(Απαν: $x^* = 3.73628$)