

1 Βασικές Έννοιες

- Κατανοήστε τη διαφορά απόλυτου και σχετικού σφάλματος μεταξύ δύο ποσοτήτων.
- Πώς μετατρέπονται οι αριθμοί από μία βάση αρίθμησης σε μία άλλη (ακέραιοι και κλασματικοί).
- Ποιά είναι η μορφή παράστασης των (πραγματικών) αριθμών σε έναν υπολογιστή. Ποιό το σύνολο των αριθμών μηχανής και οι ιδιότητες και ιδιαιτερότητές του.
- Πώς μπορεί να εισαχθούν σφάλματα λόγω αυτής της παράστασης των αριθμών. Τί συμβολίζει και τί είναι το μοναδιαίο σφάλμα στρογγύλευσης; Ποιά η διαφορά χρήσης απλής και διπλής ακρίβειας στους υπολογισμούς;
- Πώς μπορεί να εισαχθεί σφάλμα στις βασικές πράξεις και πώς αυτό μπορεί να μεγεθυνθεί σε επαναλαμβανόμενους υπολογισμούς;
- Ποιά ψηφεία ενός αριθμού ονομάζονται σημαντικά; Και τι σημαίνει καταστροφική ακύρωση ψηφείων στους υπολογισμούς;
- Τί σημαίνει ότι ένας αλγόριθμος υπολογισμών είναι ευσταθής (ασταθής);
- Τί σημαίνει ότι ένα υπολογιστικό πρόβλημα είναι κακής κατάστασης;

2 Παράσταση Αριθμών

Άσκηση 1: Να μετατραπούν οι αριθμοί από το ένα σύστημα αρίθμησης στο άλλο,

(α) $(25)_{10} = (?)_2$

(β) $(1101)_2 = (?)_{10}$

(γ) $(25, 375)_{10} = (?, ?)_2$

(δ) $(101, 101)_2 = (?, ?)_{10}$.

(Απ. (α) 110010, (β) 13, (γ) 11001,011, (δ) 5,625)

Άσκηση 2: Ποιά είναι η τιμή του $(\sqrt{2})_{10}$ στο δυαδικό σύστημα αν στο κλασματικό μέρος μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μόνο 3 δεκαδικά και πόσο απόλυτο σφάλμα εισάγεται σε αυτή τη μετατροπή;
(Απ. $(1, 375)_{10}$)

Άσκηση 3: Σε ένα σύνολο αριθμών κινητής υποδιαστολής ενός υπολογιστή $M(\beta, t, L, U) \equiv M(2, 5, -10, 10)$ ποιος από τους παρακάτω αριθμούς είναι περισσότερο κοντά στο **μηδέν της μηχανής**;

(α) 0.03125

(β) 0.06250

(γ) 0.01562

(δ) 0.12500

Έστω $x = 0.028254$ και $\tilde{x} = 0.028271$ μια προσέγγιση του x , λέμε ότι η $\tilde{x}$ είναι ακριβής σε πόσα **σημαντικά ψηφία**;

(α) 2

(β) 3

(γ) 4

(δ) 5

Άσκηση 4: Σε ένα υποθετικό υπολογιστή $M(10, 3, L, U)$ ποιά είναι το αποτέλεσμα ;

(α) $x + y = ?$, $x = 0.99 \cdot 10^{-2}$, $y = 0.111 \cdot 10^0$

(β) $x \cdot y = ?$, $x = 0.99 \cdot 10^{-2}$, $y = 0.111 \cdot 10^0$

3 Αριθμητική κινητής υποδιαστολής και σφάλματα

Άσκηση 5: (α) Προσδιορίστε την τιμή του πολυωνύμου $y(x) = x^3 - 7x^2 + 8x - 0.35$ στο $x = 1.37$ με χρήση αριθμητικής 3 δεκαδικών ψηφίων και αποκοπή. Προσδιορίστε το ποσοστιαίο σφάλμα. (β) Επαναλάβετε τον υπολογισμό του (α) αλλά εκφράστε το $y(x)$ ως $y(x) = ((x - 7)x + 8 - 0.35)$ και συγκρίνετε με το αποτέλεσμα του (α) υπολογισμού.

Άσκηση 6: Υπολογίστε με χρήση αριθμητικής 5 δεκαδικών ψηφίων τις ρίζες του $x^2 - 5000,002x + 10$, χρησιμοποιώντας τους δύο παρακάτω ισοδύναμους τύπους

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_{1,2} = \frac{-2c}{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}$$

Υπολογίστε το σχετικό σφάλμα σε κάθε περίπτωση και σχολιάστε τα αποτελέσματά σας.

Άσκηση 7: Επαναλάβετε τα της Άσκησης 4 με χρήση αριθμητικής 4 δεκαδικών ψηφίων, για την $\frac{1}{3}x^2 - \frac{123}{4}x + \frac{1}{6} = 0$.

Άσκηση 8: Να λυθεί το παρακάτω γραμμικό σύστημα με απαλοιφή Gauss (χωρίς οδήγηση) με χρήση αριθμητικής 4 δεκαδικών και στρογγύλευση

$$\begin{aligned} 0,000025x_1 + x_2 &= 1 \\ x_1 + x_2 &= 2 \end{aligned}$$

Σχολιάστε το αποτέλεσμα σας.