

11-06-20

Σημειώσεις για τον Γιώργο Βαβυλίδη
Επί του Σπύρου Μαιραγδάκη.

Άσκηση. Διαθέτουμε τους παρακάτω αριθμούς από το 2-δικό & το 8-δικό σύστημα. Να βρεθούν οι αντίστοιχοι αριθμοί στο 10-δικό.

i) $(1101111)_2$

ii) $(1011,11)_2$

iii) $(6527,16)_8$

iv) $(246,3251)_8$

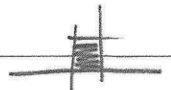
Λύση.

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad (1101111)_2 &= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ &= 64 + 32 + 0 + 8 + 4 + 2 + 1 \\ &= (111)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad (1011,11)_2 &= 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = \\ &= 8 + 0 + 2 + 1 + 0,5 + 0,25 \\ &= (11,75)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad (6527,16)_8 &= 6 \cdot 8^3 + 5 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 6 \cdot 8^{-2} = \\ &= 3072 + 320 + 16 + 7 + 0,125 + 0,09375 \\ &= (3415,21875)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad (246,3251)_8 &= 2 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} + 5 \cdot 8^{-3} + 1 \cdot 8^{-4} = \\ &= 128 + 32 + 6 + 0,375 + 0,03125 + 0,009765 + 0,00024414 \\ &= (166,41626)_{10} \end{aligned}$$



Άσκηση. Διαθέτουμε τους παρακάτω αριθμούς από το 10-δικό σύστημα. Να βρεθούν οι αντίστοιχοι αριθμοί στο 8-δικό σύστημα.

i) $(2563)_{10}$

ii) $(518)_{10}$

iii) $(3125, 82)_{10}$

iv) $(905, 25)_{10}$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ.

$$\begin{array}{rcll} & \Delta & \delta & \pi & \nu \\ \text{i)} & (2563)_{10} & 2563 & = 8 \cdot 320 + (3) \\ & & 320 & = 8 \cdot 40 + (0) \\ & & 40 & = 8 \cdot 5 + (0) \\ & & (5) & < 8 & \text{Σταματάει ο αλγόριθμος} \end{array}$$

Δείξαμε δηλαδή ότι $(2563)_{10} = (5003)_8$

$$\begin{array}{rcll} & \Delta & \delta & \pi & \nu \\ \text{ii)} & (518)_{10} & 518 & = 8 \cdot 64 + (6) \\ & & 64 & = 8 \cdot 8 + (0) \\ & & 8 & = 8 \cdot 1 + (0) \\ & & (1) & < 8 & \text{Σταματάει ο αλγόριθμος} \end{array}$$

Δείξαμε δηλαδή ότι $(518)_{10} = (1006)_8$

iii) $(3125, 82)_{10}$

Αρχικά μετατρέπουμε το αμέριστο μέρος $(3125)_{10}$

$$\begin{array}{rcll} & \Delta & \delta & \pi & \nu \\ & 3125 & = 8 \cdot 390 + (5) \\ & 390 & = 8 \cdot 48 + (6) \\ & 48 & = 8 \cdot 6 + (0) \\ & (6) & < 8 & \text{Σταματάει ο αλγόριθμος} \end{array}$$

Δειξάμε δηλαδή ότι: $(3125)_{10} = (6065)_8$

Μετατρέπουμε στη συνέχεια το κλασματικό μέρος $(0.82)_{10}$ ως εξής:

$$(x)_{10} = (0.82)_{10} = (0. a_1 a_2 a_3 \dots)_8$$

όπου:

$$8x = 8 \cdot 0.82 = 6.56 \quad \text{Άρα } a_1 = 6 \quad \text{και } \gamma_1 = 0.56$$

$$8\gamma_1 = 8 \cdot 0.56 = 4.48 \quad \text{Άρα } a_2 = 4 \quad \text{και } \gamma_2 = 0.48$$

$$8\gamma_2 = 8 \cdot 0.48 = 3.84 \quad \text{Άρα } a_3 = 3 \quad \text{και } \gamma_3 = 0.84$$

$$8\gamma_3 = 8 \cdot 0.84 = 6.72 \quad \text{Άρα } a_4 = 6 \quad \text{και } \gamma_4 = 0.72$$

Δειξάμε δηλαδή ότι: $(0.82)_{10} = (0.6436\dots)_8$

και τελικά:

$$(3125.82)_{10} = (6065.6436\dots)_8$$

iv) $(905,25)_{10}$

Μετατρέπουμε αρχικά το αλγόριθμο μέρος $(905)_{10}$ ως εξής:

$$\begin{array}{rcll} \Delta & \delta & \pi & \upsilon \\ 905 & = & 8 \cdot 113 & + \textcircled{1} \end{array}$$

$$113 = 8 \cdot 14 + \textcircled{1}$$

$$14 = 8 \cdot 1 + \textcircled{6}$$

$$\textcircled{6} < 8$$

Σταματάει ο αλγόριθμος

Δειξάμε δηλαδή ότι $(905)_{10} = (6611)_8$

Μετατρέπουμε στη συνέχεια το δεκαδικό μέρος $(0,25)_{10}$ ως εξής:

$$(x)_{10} = (0,25)_{10} = (0a_{-1}a_{-2}a_{-3}\dots)_8$$

όπου:

$$8x = 8 \cdot 0,25 = 2$$

$$\text{Άρα } a_{-1} = 2 \quad \text{και } x_1 = 0$$

$$8x_1 = 8 \cdot 0 = 0$$

$$\text{Άρα } a_{-2} = 0 \quad \text{και } x_2 = 0$$

$$\text{Δείξαμε δηλαδή ότι: } (0,25)_{10} = (0,2)_8$$

και τελικά

$$(905,25)_{10} = (6611,2)_8$$



Άσκηση. Διαθέτουμε τους παρακάτω αριθμούς από το 2-δικό & το 8-δικό σύστημα. Να βρεθούν οι αντίστοιχοι αριθμοί στο 10-δικό σύστημα.

i) $(111011)_2$

ii) $(1110.1)_2$

iii) $(2367.52)_8$

iv) $(671.1325)_8$

Λύση.

$$\begin{aligned} \text{i) } (111011)_2 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 32 + 16 + 8 + 0 + 2 + 1 \\ &= (59)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } (1110.1)_2 &= 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} \\ &= 8 + 4 + 2 + 0 + \frac{1}{2} \\ &= (14,5)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } (2367.52)_8 &= 2 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^2 + 6 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} + 2 \cdot 8^{-2} \\ &= 1024 + 192 + 48 + 7 + 0,625 + \frac{1}{32} \\ &= (1271,65625)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv) } (671.1325)_8 &= 6 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 3 \cdot 8^{-2} + 2 \cdot 8^{-3} + 5 \cdot 8^{-4} \\ &= 384 + 56 + 1 + \frac{1}{8} + \frac{3}{64} + \frac{1}{256} + \frac{5}{4096} \\ &= (441,177002)_{10} \end{aligned}$$



Άσκηση. Διαθέτουμε τους παρακάτω αριθμούς στο 10-δικό σύστημα.

Να βρεθούν οι αντίστοιχοι αριθμοί στο 8-δικό σύστημα:

i) $(3695)_{10}$

ii) $(4153,781)_{10}$

iii) $(568,1621)_{10}$

iv) $(1216,35967)_{10}$

Απάντηση.

$$\begin{array}{rcll} & \Delta & \delta & \pi & \upsilon \\ \text{i) } (3695)_{10} & 3695 & = & 8 \cdot 461 & + (7) \\ & 461 & = & 8 \cdot 57 & + (5) \\ & 57 & = & 8 \cdot 7 & + (1) \\ & (7) & < & 8 & \text{Σταματάει ο αλγόριθμος.} \end{array}$$

Δείξαμε δηλ. ότι: $(3695)_{10} = (7157)_8$

ii) $(4153,781)_{10}$

Δ Κατ' αρχάς μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος

$$\begin{array}{rcll} (4153)_{10} & \Delta & \delta & \pi & \upsilon \\ & 4153 & = & 8 \cdot 519 & + (1) \\ & 519 & = & 8 \cdot 64 & + (7) \\ & 64 & = & 8 \cdot 8 & + (0) \\ & 8 & = & 8 \cdot 1 & + (0) \\ & (1) & < & 8 & \text{Σταματάει ο αλγόριθμος} \end{array}$$

Δείξαμε δηλ. $(4153)_{10} = (10071)_8$

Δ Μετατρέπουμε στη συνέχεια το κλασματικό μέρος $(0,781)_{10}$ ως εξής:

$$(x)_{10} = (0,781)_{10} = (0, \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \dots)_8$$

οπου:

$$8 \cdot x = 8 \cdot 0,781 = 6,248 \quad \text{Άρα } \alpha_1 = 6 \text{ κ' } \gamma_1 = 0,248$$

$$8 \cdot \gamma_1 = 8 \cdot 0,248 = 1,984 \quad \text{Άρα } \alpha_2 = 1 \text{ κ' } \gamma_2 = 0,984$$

$$8 \cdot \gamma_2 = 8 \cdot 0,984 = 7,872 \quad \text{Άρα } \alpha_3 = 7 \text{ κ' } \gamma_3 = 0,872$$

$$8 \cdot \gamma_3 = 8 \cdot 0,872 = 6,976 \quad \text{Άρα } \alpha_4 = 6 \text{ κ' } \gamma_4 = 0,976$$

$$\text{Δηλ. } (0,781)_{10} = (0,6176...)_8$$

$$\text{κ' τελικά } (4153,781)_{10} = (10071,6176...)_8$$

$$\text{iii) } (569,1621)_{10}$$

Δ Κατ' αρχάς μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος

$$(569)_{10}$$

$$\begin{array}{r} \Delta \quad \delta \quad \Pi \quad \nu \\ 569 = 8 \cdot 71 + 1 \end{array}$$

$$71 = 8 \cdot 8 + 7$$

$$8 = 8 \cdot 1 + 0$$

① < 8. Σταματάει ο αλγόριθμος

$$\text{Δείξαμε δηλ. } (569)_{10} = (1071)_8$$

Δ Μετατρέπουμε στη συνέχεια το κλασματικό μέρος

$$(0,1621)_{10} \text{ ως εξής:}$$

$$(x)_{10} = (0,1621)_{10} = (0, \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \dots)_8$$

οπου:

$$8 \cdot x = 8 \cdot 0,1621 = 1,2968 \quad \text{Άρα } \alpha_1 = 1 \text{ κ' } \gamma_1 = 0,2968$$

$$8\chi_1 = 8 \cdot 0,2968 = 2,3744 \quad \text{Άρα } \alpha_{-2} = 2 \text{ κ' } \chi_2 = 0,3744$$

$$8\chi_2 = 8 \cdot 0,3744 = 2,9952 \quad \text{Άρα } \alpha_{-3} = 2 \text{ κ' } \chi_3 = 0,9952$$

$$8\chi_3 = 8 \cdot 0,9952 = 7,9616 \quad \text{Άρα } \alpha_{-4} = 7 \text{ κ' } \chi_4 = 0,9616$$

$$\text{Δηλ. } (0,1621)_{10} = (0,1227)_8$$

$$\text{κ' τελικά } (569,1621)_{10} = (1071,1227)_8$$

$$\text{iv) } (1216,35967)_{10}$$

Δ Κατ' αρχάς μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος

$$(1216)_{10}$$

$$\Delta \quad \delta \quad \Pi \quad \cup$$

$$1216 = 8 \cdot 152 + 0$$

$$152 = 8 \cdot 19 + 0$$

$$19 = 8 \cdot 2 + 3$$

2 < 8. Σταματάει ο αλγόριθμος

$$\text{Δείξαμε δηλ. } (1216)_{10} = (2300)_8$$

Δ Μετατρέπουμε στη συνέχεια το κλασματικό μέρος $(0,35967)_{10}$ ως εξής:

$$(x)_{10} = (0,35967)_{10} = (0, \alpha_{-1} \alpha_{-2} \alpha_{-3} \alpha_{-4} \dots)_8$$

όπου:

$$8 \cdot x = 8 \cdot 0,35967 = 2,87736. \quad \text{Άρα } \alpha_{-1} = 2 \text{ κ' } \chi_1 = 0,87736$$

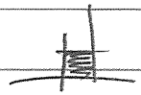
$$8 \cdot \chi_1 = 8 \cdot 0,87736 = 7,01888. \quad \text{Άρα } \alpha_{-2} = 7 \text{ κ' } \chi_2 = 0,01888$$

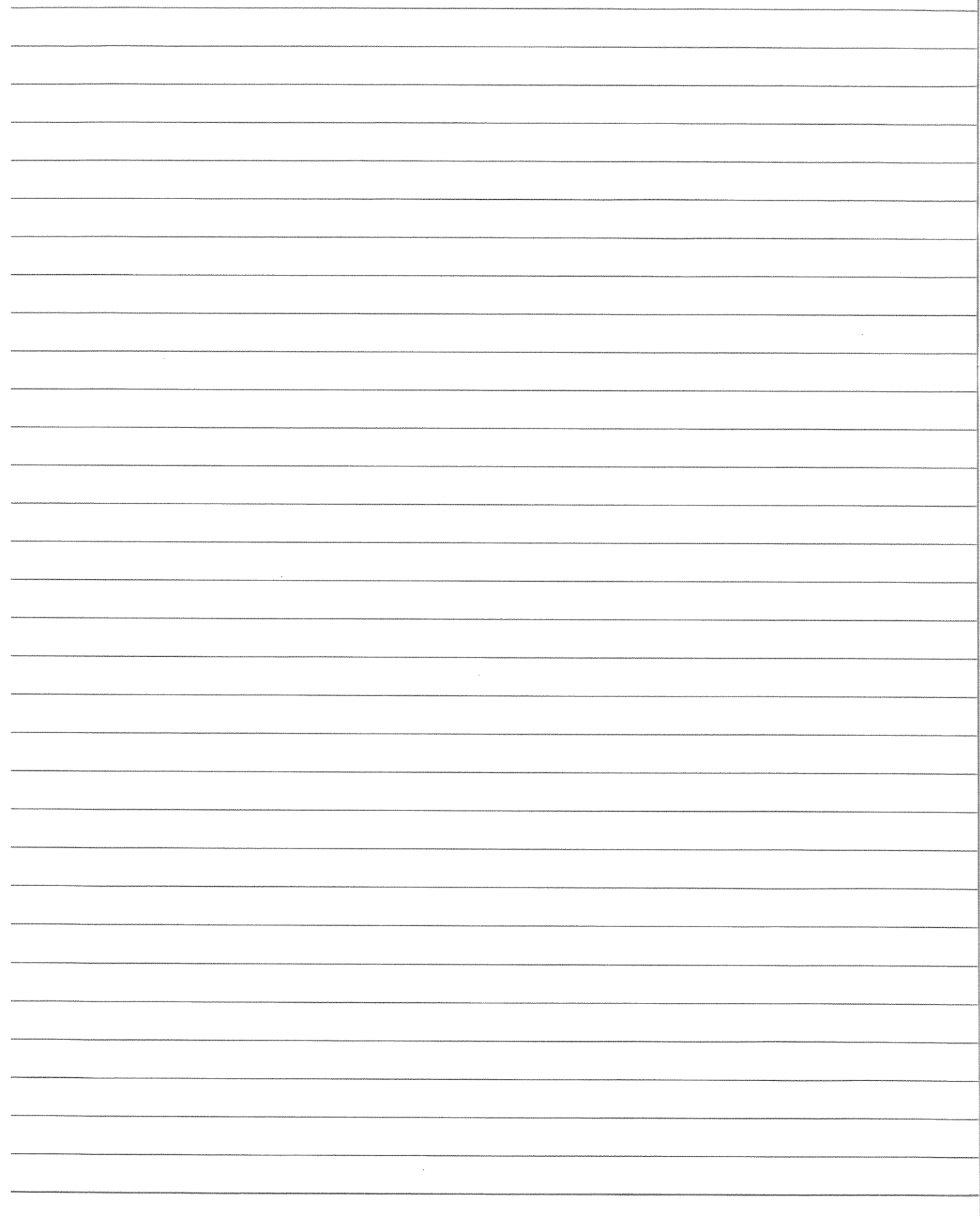
$$8 \cdot \gamma_2 = 8 \cdot 0,01888 = 0,15104. \text{ Άρα } \alpha_{-3} = 0 \text{ κ' } \gamma_3 = 0,15104$$

$$8 \cdot \gamma_3 = 8 \cdot 0,15104 = 1,20832. \text{ Άρα } \alpha_{-4} = 1 \text{ κ' } \gamma_4 = 0,20832$$

$$\Delta\eta\lambda. (0,35967)_{10} = (0,2701\dots)_8$$

$$\text{κ' τεχνικά } (1216,35967)_{10} = (2300,2701\dots)_8$$





Άσκηση. Διαθέτουμε τους παρακάτω αριθμούς στο 8-δικό σύστημα. Να γίνει η μετατροπή τους στο 2-δικό σύστημα.

i) $(657)_8$

ii) $(543.14)_8$

iii) $(3157.6523)_8$

Απάντηση.

i) $(657)_8$:

Δ δ Π ν $\mu\alpha\lambda\iota\kappa\omicron$
 $\swarrow$ $\swarrow$ $\swarrow$ $\swarrow$ $\swarrow$
 Διαμεταίος Διαμέτεις $\nu\mu\alpha\lambda\iota\kappa\omicron$

$$\begin{aligned}
 657 &= 2 \cdot 328 + (1) \\
 328 &= 2 \cdot 164 + (0) \\
 164 &= 2 \cdot 82 + (0) \\
 82 &= 2 \cdot 41 + (0) \\
 41 &= 2 \cdot 20 + (1) \\
 20 &= 2 \cdot 10 + (0) \\
 10 &= 2 \cdot 5 + (0) \\
 5 &= 2 \cdot 2 + (1) \\
 2 &= 2 \cdot 1 + (0) \\
 (1) & \times 2. \text{ Σταματάει ο αλγόριθμος.}
 \end{aligned}$$

Δείχνει δηλ. ότι: $(657)_8 = (1010010001)_2$

ii) $(543.14)_8$:

Δ Κατ' αρχάς παρουσιάζουμε τη μετατροπή των ακεραίων μέρους του παραπάνω αριθμού, δηλ. το $(543)_8$.

Δ δ Π ν
 $543 = 2 \cdot 271 + (1)$

$271 = 2 \cdot 135 + (1)$

$135 = 2 \cdot 67 + (1)$

$67 = 2 \cdot 33 + (1)$

$33 = 2 \cdot 16 + (1)$

$16 = 2 \cdot 8 + (0)$

ϵ' $8 = 2 \cdot 4 + (0)$

$4 = 2 \cdot 2 + (0)$

$2 = 2 \cdot 1 + (0)$

$(1) \times 2$. Σταματάει ο αλγόριθμος

Δείξαμε λοιπόν ότι:

$$(657)_8 = (1000011111)_2$$

Δ Προκειμένου να συνεχίσουμε τη μετατροπή του κλασματικού μέρους $(0.14)_8$ σε αντίστοιχο 2-δικό κλασματικό αριθμό.

$$(x)_8 = (0.14)_8 = (0.a_1a_2a_3a_4\ldots)_2$$

όπου:

$$2x = 2 \cdot 0.14 = 0.28. \text{ Άρα } a_1 = 0 \text{ κ' } x_1 = 0.28$$

$$2x_1 = 2 \cdot 0.28 = 0.56 \text{ Άρα } a_2 = 0 \text{ κ' } x_2 = 0.56$$

$$2x_2 = 2 \cdot 0.56 = 1.12 \text{ Άρα } a_3 = 1 \text{ κ' } x_3 = 0.12$$

$$2x_3 = 2 \cdot 0.12 = 0.24 \text{ Άρα } a_4 = 0 \text{ κ' } x_4 = 0.24$$

$$2x_4 = 2 \cdot 0.24 = 0.48 \text{ Άρα } a_5 = 0 \text{ κ' } x_5 = 0.48$$

οοοοοο

Δείξαμε δηλ. ότι: $(0.14)_8 = (0.00100\ldots)_2$

Είτσι τελικά έχουμε ότι: $(657.14)_8 = (1000011111.00100\ldots)_2$

$$\text{iii)} \quad (3157.6523)_8 =$$

Δ Κοιτ' αρχαῖς παρουσιάζουμε τὴν μετατροπὴ τοῦ αἰεραίου μέρους τοῦ παραπάνω αριθμοῦ, δηλ. το $(3157)_8$:

$$\begin{array}{cccc} \Delta & \delta & \Pi & \Upsilon \\ 3157 = 2 \cdot 1578 + 1 \end{array}$$

$$1578 = 2 \cdot 789 + 0$$

$$789 = 2 \cdot 394 + 1$$

$$394 = 2 \cdot 197 + 0$$

$$197 = 2 \cdot 98 + 1$$

$$98 = 2 \cdot 49 + 0$$

$$49 = 2 \cdot 24 + 1$$

$$24 = 2 \cdot 12 + 0$$

$$12 = 2 \cdot 6 + 0$$

$$6 = 2 \cdot 3 + 0$$

$$3 = 2 \cdot 1 + 1$$

1Κ2. Σταματᾷ ο αλγόριθμος

$$\text{Δείξαμε δηλ. ὅτι: } (3157)_8 = (110001010101)_2$$

Δ Παρουσιάζουμε στὴ συνέχεια τὴν μετατροπὴ τοῦ κλασματικοῦ μέρους $(0,6523)_8$ σὲ ἀντιστοιχὸ 2-δικο κλασματικὸ ἀριθμὸ.

$$(X)_8 = (0,6523)_8 = (0, \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \dots)_2$$

ὅπου:

$$2 \cdot X = 2 \cdot 0,6523 = 1,3046. \text{ Ἀρα } \alpha_1 = 1 \text{ κ' } \gamma_1 = 0,3046$$

$$2 \cdot \gamma_1 = 2 \cdot 0,3046 = 0,6092. \text{ Ἀρα } \alpha_2 = 0 \text{ κ' } \gamma_2 = 0,6092$$

$$2 \cdot \chi_2 = 2 \cdot 0,6092 = 1,2184. \text{ Άρα } \alpha_{-3} = 1 \text{ κ' } \chi_3 = 0,2184$$

$$2 \cdot \chi_3 = 2 \cdot 0,2184 = 0,4368. \text{ Άρα } \alpha_{-4} = 0 \text{ κ' } \chi_4 = 0,4368$$

$$\text{Δείξαμε δηλ. ότι: } (0,6523)_8 = (0,1010\dots)_2$$

κ' έτσι τελικά έχουμε ότι:

$$(3157,6523)_8 = (110001010101,1010\dots)_2$$

