

11-06-20

Σημειώσεις για τον Γιώργο Ζαβαλίδη
ε' τον Σπύρο ΜαιραγδάκηΣυστήματα αρίθμησης

Ορισμός. Διαδικασία του αριθμού $(x)_b$ στο b -δικό σύστημα για $b \geq 2$. Ο αριθμός αυτός παριστάνεται ως εξής:

$$(x)_b = \pm \underbrace{(a_N a_{N-1} a_{N-2} \dots a_1 a_0)}_{\text{ακέραιο μέρος}} \cdot \underbrace{a_{-1} a_{-2} a_{-3} \dots a_n}_{\substack{\text{"υποδιαστολή"} \\ \text{κλασματικό μέρος}}} \cdot b^k$$

όπου $a_k \in \{0, \dots, b-1\}$
 $\forall k \in \{-n, \dots, N\}$.

$$= \pm \sum_{k=-n}^N a_k \cdot b^k$$

Παραδείγματαi) Δωαδικό σύστημα, δηλ. $b=2$.

$$(0.1)_2 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1}$$

$$(1.01)_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

$$(101.11)_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

ii) Οκταδικό σύστημα, δηλ. $b=8$

$$(137.2)_8 = 1 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1}$$

$$(53473.34)_8 = 5 \cdot 8^4 + 3 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2}$$

iii) Δεκαδικό σύστημα, δηλ. $b=10$

$$(45.1)_{10} = 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{-1}$$

$$(132.52)_{10} = 1 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2}$$

Μετατροπή ενός αριθμού από ένα b-δικό σύστημα, για $b \geq 2$, σε ένα α/β.

Παρατήρηση. Εάν ένας αριθμός είναι ακέραιος σε ένα b-δικό σύστημα, παραμένει ακέραιος σε οποιοδήποτε σύστημα τον μετατρέψουμε. Ομοίως, εάν είναι κλασματικός αριθμός.

Άσκηση. Διαθέτουμε τους παρακάτω αριθμούς από το 2-δικό & το 8-δικό σύστημα. Να βρεθούν οι αντίστοιχοι αριθμοί στο 10-δικό σύστημα.

- i) $(101011)_2$
- ii) $(101.1)_2$
- iii) $(524)_8$
- iv) $(157.163)_8$

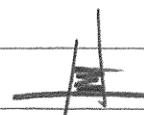
Απάντηση.

$$\begin{aligned} \text{i) } (101011)_2 &= 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 1 \\ &= (43)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } (101.1)_2 &= 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} = 4 + 1 + \frac{1}{2} = 5 + 0.5 \\ &= (5.5)_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv) } (157.163)_8 &= 1 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 1 \cdot 8^{-1} + 6 \cdot 8^{-2} + 3 \cdot 8^{-3} \\ &= 64 + 40 + 7 + \frac{1}{8} + \frac{6}{64} + \frac{3}{512} \\ &= 111 + \frac{1}{8} + \frac{6}{64} + \frac{3}{512} \\ &= \frac{56832 + 64 + 48 + 3}{512} = \frac{56947}{512} \\ &= (111.224609375)_{10} \end{aligned}$$

$$\text{iii)} \quad (524)_8 = 5 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 320 + 16 + 4 \\ = (340)_{10}$$



Άσκηση. Διαθέτουμε τους παρακάτω αριθμούς στο 10-δικό σύστημα.
Να βρεθούν οι αντίστοιχοι αριθμοί στο 8-δικό σύστημα.

i) $(1050)_{10}$

ii) $(369)_{10}$

iii) $(109.372)_{10}$

iv) $(2524.11)_{10}$

Απάντηση.

i) $(1050)_{10}$ $\begin{matrix} \Delta & \delta & \pi & \psi \\ 1050 = 8 \cdot 131 + \textcircled{2} \end{matrix}$

$$131 = 8 \cdot 16 + \textcircled{3}$$

$$16 = 8 \cdot 2 + \textcircled{0}$$

$\textcircled{2} \times 8$. Σταματάει ο αλγόριθμος.

1050	8
2	131

Δείχνει δηλ. ότι: $\boxed{(1050)_{10} = (2032)_8}$

ii) $(369)_{10}$ $\begin{matrix} \Delta & \delta & \pi & \psi \\ 369 = 8 \cdot 46 + \textcircled{1} \end{matrix}$

$$46 = 8 \cdot 5 + \textcircled{6}$$

$\textcircled{5} \times 8$. Σταματάει ο αλγόριθμος.

Δείχνει δηλ. ότι: $\boxed{(369)_{10} = (561)_8}$

iii) $(109.372)_{10}$

Δ Κατ' αρχάς μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος $(109)_{10}$

$$109 = 8 \cdot 13 + 5$$

$$13 = 8 \cdot 1 + 5$$

$5 < 8$. Σταματάει ο αλγόριθμος.

Διότι έχουμε δηλ. $(109)_{10} = (155)_8$

Δ Μετατρέπουμε στη συνέχεια το κλασματικό μέρος $(0.372)_{10}$ ως εξής:

$$(x)_{10} = (0.372)_{10} = (0.a_1 a_2 a_3 a_4 \dots)_8$$

όπου:

$$8 \cdot x = 8 \cdot 0.372 = 2.976. \text{ Άρα } a_1 = 2 \text{ κ' } x_1 = 0.976$$

$$8 \cdot x_1 = 8 \cdot 0.976 = 7.808 \text{ Άρα } a_2 = 7 \text{ κ' } x_2 = 0.808$$

$$8 \cdot x_2 = 8 \cdot 0.808 = 6.464 \text{ Άρα } a_3 = 6 \text{ κ' } x_3 = 0.464$$

$$8 \cdot x_3 = 8 \cdot 0.464 = 3.712 \text{ Άρα } a_4 = 3 \text{ κ' } x_4 = 0.712$$

Δηλ. $(0.372)_{10} = (0.2763\dots)_8$

κ' τελικά $(109.372)_{10} = (155.2763\dots)_8$

iv) $(2524.11)_{10}$

Δ Κατ' αρχάς μετατρέπουμε το ακέραιο μέρος $(2524)_{10}$

$$2524 = 8 \cdot 315 + (4)$$

$$315 = 8 \cdot 39 + (3)$$

$$39 = 8 \cdot 4 + (7)$$

$(4) < 8$, Σταματάει ο αλγόριθμος.

Δείξαμε δηλ. ότι: $(2524)_{10} = (4734)_8$.

Δ Μετατρέπουμε στη συνέχεια το κλασματικό μέρος $(0.11)_{10}$ ως εξής:

$$(x)_{10} = (0.11)_{10} = (0.a_1a_2a_3\ldots)_8$$

όπου:

$$8x = 8 \cdot 0.11 = 0.88 \quad \text{Άρα } a_1 = 0 \text{ κ' } x_1 = 0.88$$

$$8x_1 = 8 \cdot 0.88 = 7.04 \quad \text{Άρα } a_2 = 7 \text{ κ' } x_2 = 0.04$$

$$8x_2 = 8 \cdot 0.04 = 0.32 \quad \text{Άρα } a_3 = 0 \text{ κ' } x_3 = 0.32$$

$$8x_3 = 8 \cdot 0.32 = 2.56 \quad \text{Άρα } a_4 = 2 \text{ κ' } x_4 = 0.56$$

Δείξαμε δηλ. ότι: $(0.11)_{10} = (0.0702\ldots)_8$

Επίσης: $(2524.11)_{10} = (4734.0702\ldots)_8$

~~11~~

