

• Πολυτεχνείο Κρήτης

• Μηχανισμός Παραγωγής & Διανομής

• Αριθμητική Ανάλυση

• Καθηγητής: Ανδρέας Λέδης

• Αλέξανδρος Παρούδης

• 2015010123

• 27/09/2021

• Υπογραφή: ~~Α. Παρούδης~~

• Εξισοστατική Εξωτερική

Δίπα 2

	t_0	t_1	t_2	t_3	
• Δεδομένα	+	70	20	30	40
	y	20	60	120	200

$n=3$

$$P_z(t) = \sum_{i=0}^3 L_i(t) y_i = L_0(t) y_0 + L_1(t) y_1 + L_2(t) y_2 + L_3(t) y_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_z(t) = 20 L_0(t) + 60 L_1(t) + 120 L_2(t) + 200 L_3(t)$$

(2)

Γεωμετρική λύση: $L_i(x) = \prod_{j=0}^n \frac{(x-x_j)}{(x_i-x_j)}$

Αρα έχουμε

$$L_0(t) = \frac{(t-t_2)(t-t_3)}{(t_0-t_2)(t_0-t_3)} =$$

$$= \frac{(t-20)(t-30)(t-40)}{(-10)(-20)(-30)} = -\frac{(t-20)(t-30)(t-40)}{6000}$$

$$L_1(t) = \frac{(t-t_0)(t-t_3)}{(t_1-t_0)(t_1-t_3)} = \frac{(t-10)(t-30)(t-40)}{(-10)(-10)(-20)} =$$

$$= -\frac{(t-10)(t-30)(t-40)}{2000}$$

$$L_2(t) = \frac{(t-t_0)(t-t_1)(t-t_3)}{(t_2-t_0)(t_2-t_1)(t_2-t_3)} = \frac{(t-10)(t-20)(t-40)}{(20)(10)(-10)} =$$

$$= -\frac{(t-10)(t-20)(t-40)}{2000}$$

$$L_3(t) = \frac{(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2)}{(t_3-t_0)(t_3-t_1)(t_3-t_2)} = \frac{(t-10)(t-20)(t-30)}{(30)(20)(10)} =$$

$$= \frac{(t-10)(t-20)(t-30)}{6000}$$

(3)

$$P_3(t) = \frac{-20(t-20)(t-30)(t-40)}{6000} + \frac{60(t-10)(t-30)(t-40)}{2000} - \frac{120(t-10)(t-20)(t-40)}{2000} + \frac{200(t-10)(t-20)(t-30)}{6000}$$

$$8) P_3(t) = \frac{10(t-10)(t-20)(t-30) - (t-20)(t-30)(t-40)}{3000} + \frac{3(t-10)(t-30)(t-40) - 6(t-10)(t-20)(t-40)}{100} =$$

$$= \frac{3(3t-20)(t-20)(t-30)}{300} - \frac{3(t-10)(t-40)(t-30)}{100} =$$

$$= \frac{(t-30) [(3t-20)(t-20) - 3(t-10)(t-40)]}{100} =$$

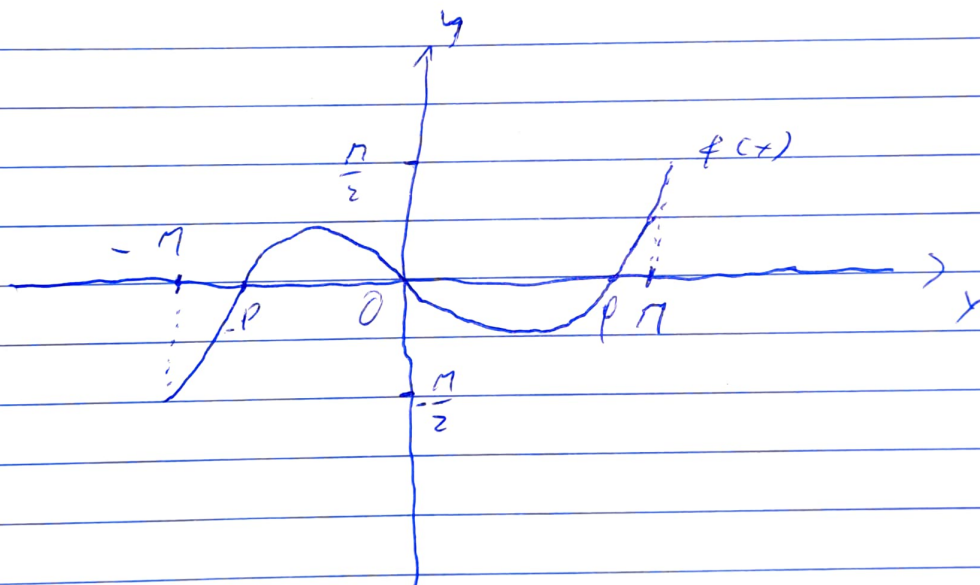
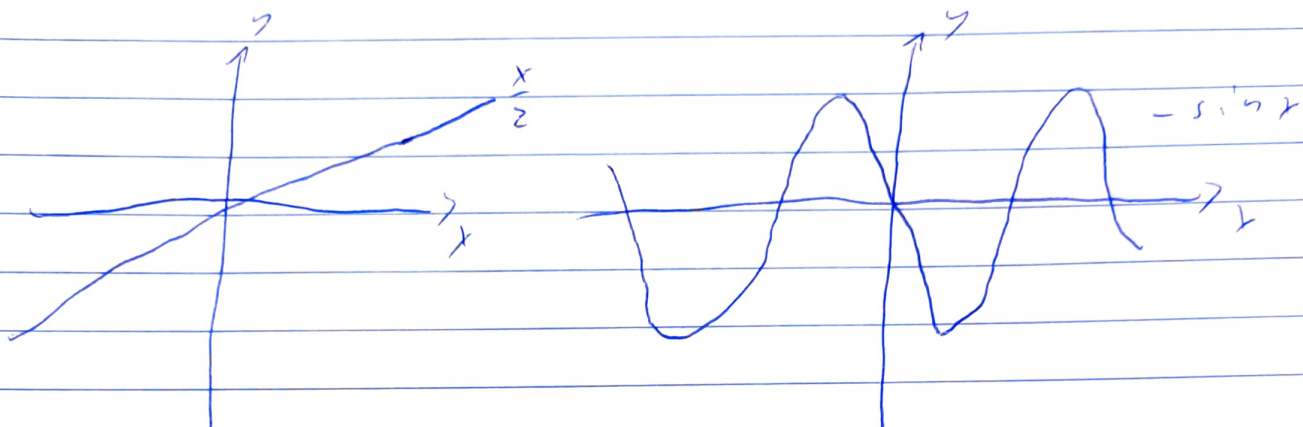
$$= \frac{(t-30) [3t^2 - 60t - 20t + 400 - 3t^2 + 120t + 30t - 1200]}{100} =$$

$$= \frac{(t-30)(70t - 800)}{100} = \frac{(t-30)(7t - 80)}{10} =$$

$$= \frac{7t^2 - 80t - 270t + 2400}{10} = \frac{7t^2 - 290t + 240}{10}$$

Зіма ?

$$a) f(x) = \frac{x}{2} - \sin(x) \quad x \in [-\pi, \pi]$$



$$\bullet f(-\pi) = \frac{-\pi}{2} - \sin(\pi) = -\frac{\pi}{2} < 0$$

$$\bullet f(\pi) = \frac{\pi}{2} - \sin(\pi) = \frac{\pi}{2} > 0$$

(5)

$$\bullet f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{4} - 1 < 0$$

$$\bullet f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{4} - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{4} - \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{4} + 1 > 0$$

$$\text{Άρα } f(-\pi) \cdot f\left(-\frac{\pi}{2}\right) < 0$$

$$\& \\ f(\pi) \cdot f\left(\frac{\pi}{2}\right) < 0$$

(Είδα δύο σημεία
στην ταύτιση που είχα
διάστημα $(\pi/3, \pi)$)

~~Επειδή οι δύο σημεία~~

Συνεπώς η ρίζα ρ βρίσκεται στο

διάστημα $(-\pi, -\pi/2)$ και η ρίζα ρ

θα ανήκει στο διάστημα $(\pi/2, \pi)$.

β) Λήμμα Bolzano:

$f(x)$ συνεχής στο διάστημα $[\pi/3, \pi]$

$$\bullet f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{6} - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} < 0$$

$$f(\pi) = \frac{\pi}{2} - \sin(\pi) > 0 \text{ από προηγούμενο ερώτημα}$$

Άρα από Λήμμα Bolzano υπάρχει x^* τέτοιο $f(x^*) = 0$

1^η Προσέγγιση, Διάστημα $[\pi/3, \pi]$

$$x_1 = \frac{\pi/3 + \pi}{2} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$f(x_1) = \frac{\pi}{3} - \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} - \sin 120^\circ = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$$

2^η Προσέγγιση, Διάστημα $[\pi/3, 2/3\pi]$

$$x_2 = \frac{\pi/3 + (2/3)\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$f(x_2) = \frac{\pi}{4} - 1 < 0 \quad \text{από ερώτημα (4)}$$

3^η Προσέγγιση, Διάστημα ~~$[\pi/3, 2/3\pi]$~~ $[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}]$

$$x_3 = \frac{\pi/2 + (2/3)\pi}{2} = \frac{7\pi}{12}$$

$$f(x_3) = \frac{7\pi}{24} - \sin\left(\frac{7\pi}{24}\right) = \frac{7 \cdot 3.14}{24} - 0.79 = 0.9175 - 0.79$$

$$\Rightarrow f(x_3) = 0.12$$

$$\frac{\pi - \pi/3}{2} < 10^{-k} \Rightarrow \frac{2\pi}{8.3} < 10^{-k}$$

$$\Rightarrow \frac{21}{24} < 10^{-k} \Rightarrow \log\left(\frac{21}{24}\right) < \log 10^{-k} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \log(21) - \log(24) < -k \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -k > \log(21) - \log(24) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -k > 1,83 - 3,77 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k < 1,94$$