Η οποία γράφεται για ένα γραμμομόριο:

$\underline{c_{P0} - c_{V0} = R}$

<u>Δηλαδή για τέλειο αέριο η διαφορά των δύο ειδικών θερμοχωρητικοτήτων είναι σταθερή, ανεξαρτήτως της θερμοκρασίας.</u>

Συμβολίζουμε με γ το λόγο των δύο ειδικών θερμοχωρητικοτήτων:

$\gamma = c_P / c_V$

Έτσι, για τα τέλεια αέρια θα ισχύει:

$c_{P0} = R\gamma / (\gamma-1)$

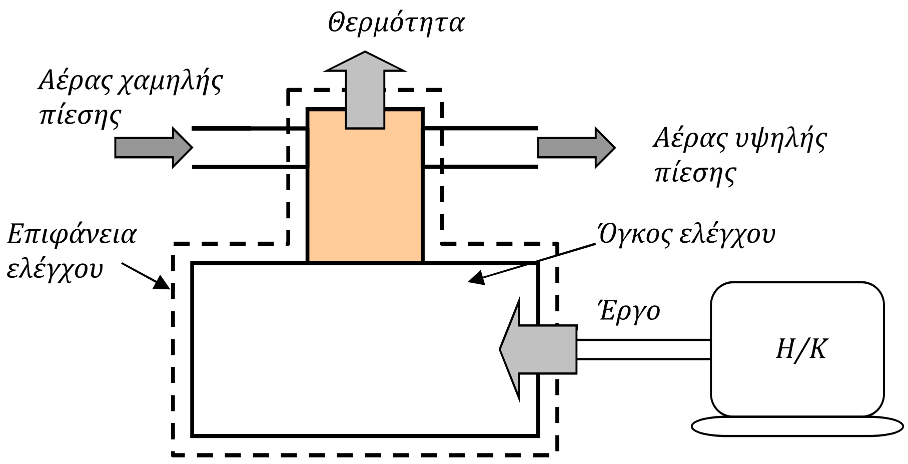
και

$c_{V0} = R / (\gamma-1)$

4.6 Ο ΠΡΩΤΟΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ ΓΙΑ ΑΝΟΙΚΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Στις προηγούμενες παραγράφους παρατέθηκε η διατύπωση του Πρώτου Θερμοδυναμικού Νόμου για κλειστό σύστημα (δηλαδή για μια σταθερή μάζα εντός του όγκου ελέγχου). Στη συνέχεια θα αναπτυχθεί ο Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος για ανοικτό σύστημα οριζόμενο από όγκο ελέγχου. Ο όγκος ελέγχου ορίζεται από μία κλειστή νοητή επιφάνεια, η οποία μπορεί να είναι σταθερή ή να μεταβάλλεται με το χρόνο. Τόσο η μάζα όσο και το έργο και η θερμότητα μπορούν να περνούν μέσα από την επιφάνεια ελέγχου και να εισέρχονται ή να εξέρχονται από τον όγκο ελέγχου, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2.

ΣΧΗΜΑ 4.2: Όγκος ελέγχου και επιφάνεια ελέγχου για ανοικτό σύστημα αεροσυμπιεστή.



Η ροή της μάζας μέσα από την επιφάνεια ελέγχου καθορίζεται από την Αρχή Διατήρησης της Μάζας ή Εξίσωση Συνέχειας, όπως είναι γνωστή στη Μηχανική των Ρευστών. Η διατύπωση της παραπάνω Αρχής είναι η ακόλουθη:

Ο ρυθμός μεταβολής της μάζας εντός του όγκου ελέγχου ισούται με το καθαρό ποσό της μάζας που περνάει από την επιφάνεια ελέγχου στη μονάδα του χρόνου (παροχή μάζας).

Αν συμβολίσουμε με m_{OA} τη μάζα εντός του όγκου αναφοράς, με $\dot{m}_{in}$ τη συνολική παροχή μάζας που εισέρχεται και με $\dot{m}_{out}$ την συνολική παροχή μάζας που εξέρχεται από τον όγκο αναφοράς, τότε η Εξίσωση της Συνέχειας γίνεται:

$$\frac{dm_{OA}}{dt} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}$$

Σε περίπτωση που έχουμε ένα μόνιμο πεδίο ροής (το οποίο δε μεταβάλλεται με το χρόνο) και σταθερή επιφάνεια ελέγχου, το διαφορικό στο αριστερό σκέλος της προηγούμενης σχέσης μηδενίζεται και η εξίσωση συνέχειας γίνεται:

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out}$$

ή

$$\dot{m} = 0$$

όπου $\dot{m}$ η συνολική παροχή από την επιφάνεια ελέγχου. Η παραπάνω μορφή είναι αρκετά οικεία και μας δείχνει καθαρά τη διατήρηση της μάζας.

Η καθαρή παροχή μάζας μέσα από την επιφάνεια ελέγχου E δίδεται από τη σχέση:

$$\dot{m} = \oint_E \rho c_n dE$$

όπου c_n η κάθετη σε κάθε σημείο της επιφάνειας ελέγχου συνιστώσα της ταχύτητας της ροής. Για ροή εισερχόμενη είναι θετική, ενώ για ροή εξερχόμενη αρνητική (στη μορφή που έχουμε γράψει την εξίσωση της συνέχειας). Έτσι η εξίσωση της συνέχειας γράφεται αναλυτικά:

$$\frac{dm_{OA}}{dt} = \oint_E \rho c_n dE$$

Υπενθυμίζεται εδώ ότι η πυκνότητα ρ είναι το αντίστροφο του ειδικού όγκου, άρα:

$$\rho = 1/v$$

Σε προηγούμενη παράγραφο ο Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος διατυπώθηκε σε μορφή ρυθμού μεταβολής. Θεωρώντας τη μεταβολή της ενέργειας εντός του όγκου ελέγχου θα έχουμε για τη διατύπωση αυτή:

$$\frac{dE_{OA}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$$

Στην περίπτωσή μας όμως, εκτός των παραπάνω όρων στον Πρώτο Θερμοδυναμικό Νόμο, πρέπει να προστεθούν επιπλέον όροι που σχετίζονται με τη ροή ενέργειας μαζί με τη μάζα που εισέρχεται και εξέρχεται από τον όγκο αναφοράς.

Στην εξωτερική επιφάνεια ελέγχου επικρατεί κάποια πίεση (κάθετη στην επιφάνεια). Η πίεση αυτή επί τη στοιχειώδη επιφάνεια μας δίνει δύναμη. Η δύναμη αυτή επί το στοιχειώδες διάστημα που μετακινείται στη μονάδα του χρόνου, παράγει κάποιο έργο, το οποίο εισέρχεται ή εξέρχεται από τον όγκο Ελέγχου ανάλογα με τη φορά της ταχύτητας που το μεταφέρει. Το έργο αυτό ισούται με:

$$\dot{W}_{\text{Ροής}} = \oint_E pc_n dE = \oint_E pv\rho c_n dE = \oint_E pv d\dot{m}$$

Αν το ρευστό μας δεν υπόκειται σε άλλο εξωτερικό πεδίο εκτός από το βαρυτικό, η ενέργεια που περικλείεται ανά μονάδα μάζας του ρευστού (ειδική ενέργεια), που εισέρχεται ή εξέρχεται από την επιφάνεια ελέγχου, θα είναι (Εσωτερική + Κινητική + Δυναμική):

$$e = u + c^2/2 + gZ$$

όπου Z η υψομετρική διαφορά από σημείο αναφοράς, g η επιτάχυνση της βαρύτητας και c το μέτρο της (μακροσκοπικής) ταχύτητας του στοιχείου ρευστού. Έτσι ολοκληρώνοντας στην επιφάνεια ελέγχου, η ενέργεια που εισέρχεται στον όγκο αναφοράς ανά μονάδα χρόνου θα δίδεται:

$$\oint_E e\, d\dot{m} = \oint_E (u + \frac{1}{2}c^2 + gZ) d\dot{m}$$

Αθροίζοντας τους δύο παραπάνω όρους βλέπουμε ότι η ανά μονάδα εισερχόμενης μάζας εισερχόμενη ενέργεια στον όγκο αναφοράς δίδεται:

$$u + c^2/2 + gZ + pv = (u + pv) + c^2/2 + gZ = h + c^2/2 + gZ$$

Αν ορίσουμε την ολική ενθαλπία h_t ως:

$$h_t = h + c^2/2 + gZ$$

και προσθέσουμε τον όρο αυτό στην αρχική έκφραση του Πρώτου Θερμοδυναμικού Νόμου (ολοκληρώνοντας σε όλη την εξωτερική επιφάνεια) θα έχουμε:

$$\frac{dE_{OA}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} + \oint_E h_t d\dot{m} = \dot{Q} - \dot{W} + \oint_E (h + \frac{1}{2}c^2 + gZ) d\dot{m}$$

Το παραπάνω κλειστό επιφανειακό ολοκλήρωμα μπορεί να γραφεί και υπό μορφή αθροίσματος, αν έχουμε διακριτές περιοχές απ' όπου εισέρχεται ή εξέρχεται μάζα. Στις περιοχές αυτές μπορούμε να θεωρήσουμε ομοιόμορφη ροή ή να πάρουμε τις μέσες τιμές των μεγεθών της ροής. Αυτές οι περιοχές εισόδου και εξόδου είναι συνήθως αγωγοί εισόδου και εξόδου του ρευστού. Για την περίπτωση αυτή η προηγούμενη σχέση γίνεται:

$$\frac{dE_{OA}}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} + \sum h_{t,in} \dot{m}_{in} - \sum h_{t,out} \dot{m}_{out}$$

Στην προηγούμενη σχέση έχουν ομαδοποιηθεί οι περιοχές εισόδου και οι περιοχές εξόδου του ρευστού, εντός των δύο αθροισμάτων.

Οι δύο προηγούμενες εξισώσεις αποτελούν τη γενική μορφή του Πρώτου Νόμου της Θερμοδυναμικής (Εξίσωση Διατήρησης της Ενέργειας) για ροή σε ανοικτά συστήματα.

4.7 Η ΕΙΔΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΜΟΝΙΜΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ - ΜΟΝΙΜΗΣ ΡΟΗΣ

Θα εξετάσουμε τη μορφή που παίρνει ο Πρώτος Θερμοδυναμικός Νόμος για ανοικτά συστήματα, στην περίπτωση που το σύστημά μας βρίσκεται σε κατάσταση μόνιμης λειτουργίας και η ροή μέσα από τη συσκευή που απαρτίζει το σύστημα είναι μόνιμη (δεν υπάρχει μεταβολή της κατάστασης με το χρόνο). Οι υποθέσεις που συνθέτουν την ειδική αυτή περίπτωση παρουσιάζονται στη συνέχεια:

- Δεν υπάρχει σχετική κίνηση του όγκου ελέγχου ως προς το σύστημα αναφοράς.
- Δεν υπάρχει χρονική μεταβολή της κατάστασης του πεδίου ροής.
- Δε μεταβάλλεται η θερμοδυναμική κατάσταση σε κάθε σημείο του όγκου ελέγχου με το χρόνο.

Η πρώτη υπόθεση επιβάλλει οι ταχύτητες ως προς το σύστημα αναφοράς να είναι οι ίδιες και ως προς τον όγκο ελέγχου (και να μην εμφανίζονται όροι παραγωγής έργου λόγω της επιτάχυνσης του όγκου αναφοράς).

Η τρίτη υπόθεση επιβάλλει το διαφορικό ως προς το χρόνο στο πρώτο σκέλος της εξίσωσης να γίνεται μηδέν. Η δεύτερη υπόθεση επιβάλλει όλες οι συναρτήσεις που περιγράφουν το πεδίο ροής να είναι ανεξάρτητες του χρόνου.