ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΜΠΔ 07/09/2013

ΘΕΜΑ 1

α) Για μια αντιστρεπτή αδιαβατική διεργασία που υπόκειται ένα ιδανικό αέριο μεταξύ μιας αρχικής (i) και τελικής (f) κατάστασης να αποδείξετε ότι $T_f/T_i = (V_i/V_f)^{\gamma-1}$, όπου $\gamma = C_p/C_v$. β) Τρία (3) moles ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία 200K και πίεση 2,00 atm συμπιέζονται αδιαβατικά και αντιστρεπτά μέχρι τη θερμοκρασία των 250K. Για την εν λόγω διεργασία να υπολογιστούν οι μεταβολές του έργου (w), της θερμότητας (q), της εσωτερικής ενέργειας (U) και της ενθαλπίας (H) καθώς και ο τελικός όγκος (V) και η τελική πίεση (P). Δίνεται $C_v = 27{,}5 \frac{J}{mol \cdot K}$ και $R = 8{,}314 \frac{J}{mol \cdot K}$ ή $R = 0{,}082 \frac{atm \cdot L}{mol \cdot K}$

Απάντηση

α) Αντιστρεπτή και αδιαβατική διεργασία είναι απαραίτητα ισεντροπική ($s_i = s_f$). Για ισεντροπικές διεργασίες ισχύει:

$$T V^{\gamma-1} = \text{σταθερό}$$

$$T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1}$$

Επίσης $PV^{\gamma} = \text{σταθερό}$

$$P_i V_i^{\gamma} = P_f V_f^{\gamma} \Rightarrow \frac{P_f}{P_i} = \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma} \quad \text{ή} \quad \frac{V_i}{V_f} = \left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{1/\gamma}$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

β) $$\frac{T_f}{T_i} = \left(\frac{P_f}{P_i}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow \left(\frac{T_f}{T_i}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{P_f}{P_i} \Rightarrow P_f = P_i \left(\frac{T_f}{T_i}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$C_p = C_v + R = (27.5 + 8.314)\frac{J}{mol K} = 35.814 \frac{J}{mol K}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{35.814}{27.5} = 1.3$$

$$P_f = 5.26 \text{ atm}$$

$$\Delta U = C_v n (T_f - T_i) = 27.5 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 3mol (250-200)K \Rightarrow$$

$$\Delta U = 4125 J$$

$$\Delta H = C_p n (T_f - T_i) = 35.814 \frac{J}{mol \cdot K} \cdot 3mol (250-200)K \Rightarrow$$

$$\Delta H = 5372.1 J$$

$$W = \Delta U$$

$$Q = \Delta H$$

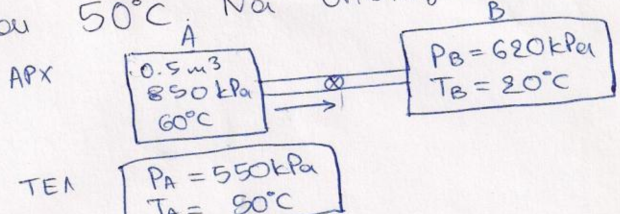
$$\Delta H = \Delta U + V \Delta P \Rightarrow \quad V = \frac{\Delta H - \Delta U}{\Delta P} \Rightarrow$$

$$V = \frac{C_p n \Delta T - C_v n \Delta T}{\Delta P} = \frac{(C_p - C_v) n \Delta T}{\Delta P} = \frac{R n \Delta T}{\Delta P}$$

$$V = \frac{0.082 \frac{atm \cdot L}{mol \cdot K} \cdot 3mol \cdot 50K}{(5.26 - 2)\ atm} \Rightarrow V = 3.773 L$$

ΘΕΜΑ 2

Δυο δεξαμενές Α και Β, συνδέονται μέσω ενός αγωγού
στον οποίο είναι τοποθετημένη μια βαλβίδα, η οποία
αρχικά είναι κλειστή. Η δεξαμενή Α περιέχει αρχικά
$0,5\ m^3$ αζώτου σε πίεση 850kPa και θερμοκρασία 60°C,
ενώ η δεξαμενή Β είναι κενή. Κάποια στιγμή η βαλβίδα
ανοίγει, με αποτέλεσμα την εισροή του αζώτου στη
δεξαμενή Β. Η βαλβίδα ξανακλείνει όταν η πίεση
στη δεξαμενή Β γίνει 620kPa και η θερμοκρασία
20°C. Οι αντίστοιχες τελικές συνθήκες στη δεξαμε-
νή Α είναι 550kPa και 50°C. Να υπολογιστεί ο
όγκος της δεξαμενής Β.



Απάντηση

$P_B V_B = n_B R T_B$ που ουσιαστικά είναι η
Ψάχνω να βρω το n_B που πέρασε στο Β. Οπότε
ποσότητα η από το Α
αφού ξέρω και $n_{A\alpha\rho\chi}$ και $n_{A\tau\varepsilon\lambda}$, αφαιρώντας τα
θα βρω το n_B και έπειτα το V_B.

Αρχικά στο Α

$$P_A V_A = n_{A_{\alpha\rho\chi}} R T_A \Rightarrow n_{A_{\alpha\rho\chi}} = \frac{P_A V_A}{R T_A}$$

Τελικά στο Α

$$P_A' V_A' = n_{A\tau\varepsilon\lambda} R T_A' \Rightarrow n_{A\tau\varepsilon\lambda} = \frac{P_A' V_A'}{R T_A'}$$

$$n_B = n_{A\alpha\rho\chi} - n_{A\tau\varepsilon\lambda} = \frac{P_A V_A}{R T_A} - \frac{P_A' V_A'}{R T_A'}$$

$$V_B = \frac{n_B R T_B}{P_B} = \frac{\left(\frac{P_A V_A}{R T_A} - \frac{P_A' V_A'}{R T_A'}\right) R T_B}{P_B} = \frac{\left(\frac{P_A V_A}{T_A} - \frac{P_A' V_A'}{T_A'}\right) T_B}{P_B} \overset{V_A = V_A'}{\Rightarrow}$$

$$V_B = \left(\frac{P_A}{T_A} - \frac{P_A'}{T_A'}\right)\frac{V_A T_B}{P_B} = \left(\frac{850}{60} - \frac{550}{50}\right)\frac{0.5 \cdot 20}{620} \Rightarrow V_B = 0.051\ m^3$$

ΘΕΜΑ 3

Αέριο περιέχεται σε μια διάταξη εμβόλου- κυλίνδρου και εκτονώνεται αντιστρεπτά έτσι ώστε να ισχύει η σχέση $PV^n = C$. Η αρχική πίεση είναι $P_1 = 600kPa$, ο αρχικός όγκος $V_1 = 0.04 m^3$ και ο τελικός όγκος $V_2 = 0.12 m^3$. Να υπολογιστεί το έργο που εκτελεί το αέριο κατά την εκτόνωση του από την κατάσταση 1 ως την κατάσταση 2 αν ο εκθέτης n πάρει τις τιμές (α) 0, (β) 1 και (γ) 1,5.

Απάντηση

$P_1 V_1^n = P_2 V_2^n \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^n$

(α)

$n=0$ $\quad P_2 = P_1 = 600 kPa$ $\quad$ (ισοβαρής)

$P = c$

$W_b = P_1 (V_2 - V_1) \Rightarrow W_b = 600kPa\,(0.12 - 0.04)\, m^3 \Rightarrow$

$W_b = 48kJ$

(β)

$n=1$ $\quad P_1 V_1 = P_2 V_2$ $\quad$ (ισόθερμη)

$W_b = P_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Rightarrow W_b = 600kPa \cdot 0.04m^3 \ln\left(\frac{0.12m^3}{0.04m^3}\right) \Rightarrow$

$W_b = 26.367 kJ$

(γ)

$n = 1.5$ (πολυτροπική)

$W_b = \int_1^2 P dV = \int_1^2 \frac{c}{V^n} dV = C \int_1^2 \frac{dV}{V^n} = C \frac{V_2^{1-n} - V_1^{1-n}}{1-n} =$

$= \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-n} = \frac{200kPa \cdot 0.12m^3 - 600kPa \cdot 0.04m^3}{1-1.5} \Rightarrow W_b = 20.2872kJ$

$P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n \Rightarrow P_2 = 200kPa$

ΘΕΜΑ 4

Πόση θερμότητα απαιτείται για τη θέρμανση 100mol προπανίου από τους 200°C στους 1200°C σε ατμοσφαιρική πίεση; Για το προπάνιο δίνεται : $C_P = a + bT + cT^2$, όπου $a = -4.04 \frac{kJ}{kmol \cdot K}$, $b = 30.48 \cdot 10^{-2} \frac{kJ}{kmol \cdot K^2}$, $c = -15.72 \cdot 10^{-5} \frac{kJ}{kmol \cdot K^3}$

Απάντηση

$Q = \Delta H = n \int_{T_1}^{T_2} C_P(T)\, dT$

$n = 100\, mol$

$T_1 = (200 + 273.15)\, K = 473.15\, K$

$T_2 = (1200 + 273.15)\, K = 1473.15\, K$

$$Q = 100 mol \int_{T_1}^{T_2} (a + bT + cT^2)\, dT = 100\, mol \left[aT + \frac{b}{2} T^2 + \frac{c}{3} T^3 \right]_{T_1}^{T_2}$$

$$= 100\, mol \left[a(T_2 - T_1) + \frac{b}{2}(T_2^2 - T_1^2) + \frac{c}{3}(T_2^3 - T_1^3) \right] \frac{J}{mol}$$

$$= 100\, mol \left[(-4.04)(1473.15 - 473.15) + \frac{30.48 \cdot 10^{-2}}{2} (1473.15^2 - 473.15^2) - \frac{15.72 \cdot 10^{-5}}{3} (1473.15^3 - 473.15^3) \right] \frac{J}{mol} \Rightarrow$$

$Q = 130604.431\, J$ ή $Q = 130.604431\, kJ$

ΘΕΜΑ 5

Ένα δοχείο με άκαμπτα τοιχώματα περιέχει 10kg νερού στους 90°C. Εάν 8kg βρίσκονται σε υγρή μορφή και το υπόλοιπο σε μορφή υδρατμών, να προσδιορίσετε α) την πίεση εντός του δοχείου και β) τον όγκο του δοχείου. Δίνονται: $V_f = 0.001036 m^3/kg$, $V_g = 2.3593 \frac{m^3}{kg}$, $P_{sat@90°C} = 70.183 kPa$, όπου V_f και V_g, ο ειδικός όγκος κορεσμένου υγρού και ατμού, αντίστοιχα.

Απάντηση

Έχουμε μίγμα υγρού και υδρατμού, άρα πρέπει να υπολογίσουμε ποιότητα:

$$x = \frac{\text{μάζα ατμού}}{\text{ολική μάζα μίγματος}} \Rightarrow x = \frac{(10-8)kg}{10kg} \Rightarrow x = 0.2$$

α) Για δεδομένη θερμοκρασία $P = P_{sat@90°C} = 70.183 kPa$

β) $V_{ολ} = (1-x) V_f + x V_g$ ή $V_{ολ} = V_f + x(V_g - V_f)$

$$V_{ολ} = 0.8 \cdot 0.001036 \frac{m^3}{kg} + 0.2 \cdot 2.3593 \frac{m^3}{kg} \Rightarrow$$

$$V_{ολ} = 0.4726888 \frac{m^3}{kg}$$ (αυτός είναι ο ολικός ειδικός όγκος)

Επομένως ο όγκος του δοχείου θα είναι

$$V_{δοχ} = V_{ολ} \cdot m \Rightarrow V_{δοχ} = 0.4726888 \frac{m^3}{kg} \cdot 10kg \Rightarrow$$

$$V_{δοχ} = 4.726888 m^3$$