

# Επένδυση υπό αβέβαιο μέλλον



# Εννοιολογικό πλαίσιο

## Υπόθεση:

η λήψη της απόφασης γίνεται στα πλαίσια ενός **αβέβαιου περιβάλλοντος**

Σε πραγματικές συνθήκες δεν υπάρχει περίπτωση βεβαιότητας και έτσι οι αναλυτές (αποφασίζοντες) έρχονται αντιμέτωποι με καταστάσεις που μεταβάλλονται διαρκώς.

α) **μη πιθανολογικές προσεγγίσεις:** η φύση της αβεβαιότητας είναι τέτοια που καθιστά δύσκολη την περιγραφή της μέσω τεχνικών που βασίζονται στη χρήση πιθανοτήτων

β) **πιθανολογικές προσεγγίσεις:** στην ανάλυση λαμβάνεται υπόψη η πιθανότητα εμφάνισης κάθε πιθανής κατάστασης

**Οι αρνητικές αποκλίσεις  
από τα προβλεπόμενα είναι αυτές που  
δημιουργούν τον κίνδυνο**

**(κίνδυνος = κατάσταση αβεβαιότητας)**

# Διάκριση κινδύνου & αβεβαιότητας

Μια περίπτωση ορίζεται ως **περίπτωση κινδύνου** όταν είναι γνωστές οι κατανομές πιθανότητας όλων των τυχαίων μεταβλητών οι οποίες υπεισέρχονται στην περίπτωση.

Μια περίπτωση ορίζεται ως **περίπτωση αβεβαιότητας** όταν είναι άγνωστη η κατανομή πιθανότητας μιας τουλάχιστον από τις τυχαίες μεταβλητές που υπεισέρχονται στην περίπτωση.

Η διάκριση μεταξύ κινδύνου και αβεβαιότητας έχει μόνο θεωρητική χρησιμότητα. Στην πράξη, πολλές φορές, δεν υπάρχει η δυνατότητα αναβολής μιας απόφασης προκειμένου να συγκεκριμενοποιηθούν οι μεταβλητές. Έτσι επενδυτικές αποφάσεις λαμβάνονται ανεξάρτητα από το αν είναι γνωστές ή όχι οι κατανομές των μεταβλητών που υπεισέρχονται σε μια επένδυση.

## Επομένως, ανάλογα με το επίπεδο γνώσης των μελλοντικών συνθηκών διακρίνουμε τρεις δυνατές καταστάσεις στις οποίες λαμβάνονται οι αποφάσεις:

- **Συνθήκες βεβαιότητας:** υπάρχει σαφής και πλήρης γνώση για τις μελλοντικές εξελίξεις. Παρόμοιες συνθήκες διαμορφώνονται κυρίως σε προβλήματα ρουτίνας που επηρεάζονται από απλές και άμεσα μετρήσιμες παραμέτρους.
- **Συνθήκες ρίσκου (κινδύνου):** Οι διαθέσιμες πληροφορίες για την εξέλιξη των κρίσιμων παραμέτρων της απόφασης δεν επαρκούν για να προσδιορισθεί με βεβαιότητα ποιες συνθήκες θα διαμορφωθούν στο μέλλον, μπορούν όμως να εκτιμηθούν πιθανές εκδοχές συνθηκών και οι αντίστοιχες πιθανότητες εμφάνισης τους.
- **Συνθήκες αβεβαιότητας:** στην περίπτωση αυτή υπάρχει παντελής έλλειψη πληροφόρησης ως προς τις μελλοντικές εξελίξεις, έτσι ώστε να μην είναι εφικτή η εκτίμηση των πιθανοτήτων εμφάνισης κάθε μίας από τις εκτιμώμενες δυνατές εκδοχές των συνθηκών.

## Ο κίνδυνος:

- ✓ επηρεάζει σχεδόν το σύνολο των δραστηριοτήτων των οικονομικών μονάδων,
- ✓ υπάρχει σε όλες εκείνες τις περιπτώσεις στις οποίες δεν είναι δυνατό να προβλέψουμε με βεβαιότητα το αποτέλεσμα μιας δραστηριότητας.

## Κάθε επιχείρηση:

- ✓ οφείλει να πάρει θέση, και να χαράξει τη στρατηγική της
- ✓ είναι αναγκασμένη να κάνει τις εκτιμήσεις της για το που θα πάει η οικονομία και ο κλάδος στον οποίο ανήκει και να πάρει δύσκολες αποφάσεις στρατηγικής, όπως: • να κάνει ή όχι επενδύσεις • να υιοθετήσει επιθετική ή αμυντική εμπορική πολιτική • να δημιουργήσει νέες ευκαιρίες προς εκμετάλλευση • να παρακολουθήσει τι κάνουν οι ανταγωνιστές και ανάλογα να συντάξει τους στόχους και τους προϋπολογισμούς της.

## Απόφαση κάτω από συνθήκες Αβεβαιότητας

Όταν σε ένα πρόβλημα εμφανίζονται καταστάσεις για τις οποίες ο αποφασίζων δεν έχει καθόλου πληροφορίες ή έχει ασήμαντο αριθμό πληροφοριών, που δεν μπορούν να αποτελέσουν τη βάση για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων εμφάνισης των καταστάσεων αυτών, **τότε η απόφαση λαμβάνεται κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας...**

# Η κατάσταση αβεβαιότητας είναι καθαρά υποκειμενική

Τα κριτήρια τα οποία αναπτύχθηκαν για την λήψη αποφάσεων κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας αντανακλούν την υποκειμενική αξιολόγηση του αποφασίζοντα.

Επομένως, η επιλογή του ενός ή του άλλου κριτηρίου για την λήψη αποφάσεων εξαρτάται από την ιδιοσυγκρασία και υποκειμενική κρίση του αποφασίζοντα (συχνά για να παρθεί μία απόφαση, εφαρμόζονται όλα κριτήρια και αφού μελετηθούν οι λύσεις στις οποίες οδηγούν, στη συνέχεια επιλέγεται η καλύτερη στρατηγική).



# Κριτήρια εκτίμησης των επενδυτικών έργων υπό απροσδιόριστο μέλλον (μη πιθανολογικό)

- ✓ Κριτήριο του Laplace – Bayes
- ✓ Κριτήριο του Wald ή MaxMin
- ✓ Κριτήριο του MaxiMax
- ✓ Κριτήριο του Savage ή του MinMax Regret
- ✓ Κριτήριο του Hurwicz

## Μη πιθανολογικές προσεγγίσεις

- Η λήψη της απόφασης βασίζεται στην εξέταση όλων των ενδεχόμενων σεναρίων που καθορίζουν το αποτέλεσμα της απόφασης
- Κάθε ενδεχόμενο σενάριο αναπαριστά μια **πιθανή κατάσταση  $x$**  του προβλήματος για την οποία ο αποφασίζοντας πρέπει να μπορεί να προσδιορίσει το αποτέλεσμα **της απόφασης  $y$**  που λαμβάνει
- Το αποτέλεσμα αυτό συνήθως εκφράζεται σε όρους κέρδους
- Η καταγραφή των αποτελεσμάτων κάθε εναλλακτικής  $y_i$  για κάθε κατάσταση  $x_j$  οδηγεί στη διαμόρφωση ενός **πίνακα αποτελεσμάτων** (κέρδη – ζημίες)

# Πίνακας αποτελεσμάτων: γενική μορφή

	$x_1$	$x_2$	....	$x_m$
$y_1$	$p_{11}$	$p_{12}$	....	$p_{1m}$
$y_2$	$p_{21}$	$p_{22}$	....	$p_{2m}$
....	....	....	....	....
$y_n$	$p_{n1}$	$p_{n2}$	....	$p_{nm}$

- οι γραμμές του πίνακα αντιστοιχούν στις εξεταζόμενες εναλλακτικές
- οι στήλες του πίνακα αντιστοιχούν στις ενδεχόμενες καταστάσεις του προβλήματος
- κάθε στοιχείο  $p_{ij}$  του πίνακα αναπαριστά το αποτέλεσμα της εναλλακτικής  $y_i$  για την κατάσταση  $x_j$
- με την κατασκευή του πίνακα είναι δυνατή η χρησιμοποίηση διαφόρων τύπων κριτηρίων για την επιλογή της κατάλληλης απόφασης

# Πίνακας απόφασης έργου σε εναλλακτικά σενάρια

	$x_1$	$x_2$	....	$x_m$
$y_1$	$NPV_{11}$	$NPV_{12}$	....	$NPV_{1m}$
$y_2$	$NPV_{21}$	$NPV_{22}$	....	$NPV_{2m}$
....	....	....	....	....
$y_n$	$NPV_{n1}$	$NPV_{n2}$	....	$NPV_{nm}$

- ✓ Υπολογίζεται η ΚΠΑ για κάθε εναλλακτική επένδυση για κάθε σενάριο
- ✓ Τα  $y_1, y_2, \dots$  αντιπροσωπεύουν τα εναλλακτικά έργα (εναλλακτικές ευκαιρίες)
- ✓ Τα  $x_1, x_2, \dots$  αντιπροσωπεύουν τα μελλοντικά σενάρια
- ✓ Τα  $NPV_{11}, NPV_{12}, NPV_{21}, \dots$  είναι η ΚΠΑ κάθε εναλλακτικής  $n$  για το σενάριο  $m$

*Μπορούμε να επιλέξουμε μια εναλλακτική (ένα επενδυτικό έργο) βασιζόμενοι σε ένα κριτήριο, σε ένα κανόνα λήψης απόφασης.*

## Κριτήριο Laplace –Bayes (1/5)

Για την εφαρμογή του κριτηρίου αυτού υπολογίζεται ο αριθμητικός μέσος των αναμενόμενων ΚΠΑ οι οποίες αντιστοιχούν σε κάθε εναλλακτική σε σχέση με τα μελλοντικά σενάρια. Γίνεται η υπόθεση ότι όλες οι πιθανές καταστάσεις έχουν την ίδια πιθανότητα να εμφανιστούν. Επιλέγεται η εναλλακτική που έχει το μεγαλύτερο μέσο όφελος, το μεγαλύτερο αριθμητικό μέσο.

# παράδειγμα χρήσης κριτηρίου Laplace –Bayes

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
$y_1$	630	570	550	580	575	581
$y_2$	610	580	570	560	590	582*
$y_3$	570	570	520	550	560	554
$y_4$	530	450	510	500	520	502

## Κριτήριο Laplace –Bayes

για το έργο  $y_1$ : =  $630+570+550+580+575/5 = 581$

για το έργο  $y_2$ : =  $610+580+570+560+590/5= 582$

για το έργο  $y_3$ : =  $570+570+520+550+560/5 = 554$

για το έργο  $y_4$ : =  $530+450+510+500+520/5= 502$

## Κανόνας Wald ή κριτήριο Maximin (2/5)

Για κάθε εναλλακτική προσδιορίζεται το χειρότερο δυνατό αποτέλεσμα  $p_i^*$ , από όλα τα πιθανά σενάρια, δηλ.  $p_i^* = \min\{p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{im}\}$ . Στη συνέχεια επιλέγεται η εναλλακτική  $y_i^*$  με το υψηλότερο  $p_i^*$ . Η χρησιμοποίηση αυτού του κριτηρίου βασίζεται σε μια συντηρητική αντιμετώπιση της αβεβαιότητας, όπου ο αποφασίζοντας επιλέγει την εναλλακτική με το λιγότερο κακό αποτέλεσμα.

# παράδειγμα χρήσης κριτηρίου Maximin

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
$y_1$	630	570	550	580	575	550
$y_2$	610	580	570	560	590	560*
$y_3$	570	570	520	550	560	520
$y_4$	530	450	510	500	520	450

Ένας επενδυτής που κάνει χρήση αυτής της προσέγγισης, είναι συνήθως πολύ επιφυλακτικός απέναντι στους κινδύνους. Υποθέτουμε αρνητικές συγκυρίες, με αποτέλεσμα το χειρότερο σενάριο για κάθε μία από τις εναλλακτικές επενδυτικές δυνατότητες.

Επιλέγουμε το λιγότερο κακό αποτέλεσμα.



## Κριτήριο Maximax (3/5)

Για κάθε εναλλακτική προσδιορίζεται το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα  $p_i^*$ , από όλα τα πιθανά σενάρια, δηλ.  $p_i^* = \max\{p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{im}\}$ . Στη συνέχεια επιλέγεται η εναλλακτική  $y_i^*$  με το υψηλότερο  $p_i^*$ . Η χρησιμοποίηση αυτού του κριτηρίου βασίζεται σε μια αισιόδοξη αντιμετώπιση της αβεβαιότητας, όπου ο αποφασίζοντας επιλέγει την εναλλακτική με το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα.

# παράδειγμα χρήσης κριτηρίου Maximax

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
$y_1$	630	570	550	580	575	<b>630*</b>
$y_2$	610	580	570	560	590	610
$y_3$	570	570	520	550	560	570
$y_4$	530	450	510	500	520	530

Ένας αισιόδοξος επενδυτής θα κάνει χρήση του κανόνα απόφασης Maximax, επιλέγοντας το έργο που υπόσχεται τη μεγαλύτερη δυνατή καθαρή παρούσα αξία.

## Κριτήριο Minmax (4/5)

Για την εφαρμογή του κριτηρίου ο πίνακας των NPV μετασχηματίζεται σε πίνακα απωλειών (regret table). Κάθε στοιχείο  $r_{ij}$  του νέου αυτού πίνακα αναπαριστά την απώλεια που θα υπάρξει εάν επιλεγθεί το εναλλακτικό έργο  $y_i$  σε σχέση με το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα που θα μπορούσε να επιτευχθεί στο πιθανό σενάριο  $x_j$ , δηλ.  $r_{ij} = \max\{p_{1j}, p_{2j}, \dots, p_{nj}\} - p_{ij}$ . Ακολουθώντας για κάθε εναλλακτικό έργο  $y_i$  προσδιορίζεται η μέγιστη απώλεια  $r_i^* = \max\{r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im}\}$  και ως καλύτερη εναλλακτική επιλέγεται εκείνη με τη μικρότερη μέγιστη απώλεια.

# παράδειγμα χρήσης κριτηρίου Minmax

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
$y_1$	<u>630</u>	570	550	<u>580</u>	575	
$y_2$	610	<u>580</u>	<u>570</u>	560	<u>590</u>	
$y_3$	570	570	520	550	560	
$y_4$	530	450	510	500	520	

Διαμορφώνω τον πίνακα πληρωμών:

$$r_{ij} = \max\{p_{1j}, p_{2j}, \dots, p_{nj}\} - p_{ij}$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
$y_1$	0	10	20	0	15	$Y_1^* = 20$
$y_2$	20	0	0	20	0	$Y_2^* = 20$
$y_3$	60	10	50	30	30	$Y_3^* = 60$
$y_4$	100	130	60	80	70	$Y_4^* = 130$

Επιλέγεται το επενδυτικό πρόγραμμα με τη μικρότερη δυνατή απώλεια.

## Κριτήριο του Hurwicz (5/5)

Για την εφαρμογή του κριτηρίου αυτού εισάγεται ένας δείκτης αισιοδοξίας, του οποίου η τιμή κυμαίνεται από το 0 έως 1, ανάλογα με το βαθμό αισιοδοξίας του αποφασίζοντα.

Εάν  $\alpha=1$  σημαίνει ότι είναι πολύ αισιόδοξος, ενώ αν  $\alpha=0$  σημαίνει ότι είναι πολύ απαισιόδοξος. Επιλέγεται η λύση η οποία μεγιστοποιεί το μέγεθος  $H = (1-\alpha) * m + \alpha * M$ , όπου  $m$  = το χειρότερο των αποτελεσμάτων και όπου  $M$  = το καλύτερο των αποτελεσμάτων.

# παράδειγμα χρήσης κριτηρίου Hurwicz

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
$y_1$	630	570	550	580	575	
$y_2$	610	580	570	560	590	
$y_3$	570	570	520	550	560	
$y_4$	530	450	510	500	520	

Μεγιστοποιώ το μέγεθος  $H = (1-a) * m + a * M$

	Αξιολόγηση των εναλλακτικών (H)		
	$a = 0$	$a = 0,5$	$a = 1$
$y_1$	550	<b>590</b>	<b>630</b>
$y_2$	<b>560</b>	585	610
$y_3$	520	545	570
$y_4$	450	490	530

# παρατήρηση

- ✓ ανάλογα με το κριτήριο απόφασης που εφαρμόζεται προκύπτει και διαφορετική λύση
- ✓ σε μερικές περιπτώσεις η διαφοροποίηση των αποτελεσμάτων είναι απόλυτα δικαιολογημένη διότι τα διοικητικά στελέχη των επιχειρήσεων έχουν διαφορετικές αντιλήψεις για τον κίνδυνο των επενδυτικών έργων.

# Πιθανολογικές προσεγγίσεις: περίπτωση διαδοχικών αποφάσεων επένδυσης

- Η βασική ιδέα είναι η διάσπαση ενός σύνθετου προβλήματος σε μικρά προβλήματα τα οποία είναι εύκολα να επιλυθούν (ακολουθία γεγονότων/ αποφάσεων)
- Τα **δέντρα απόφασης** είναι μια διαδοδομένη τεχνική για λήψη αποφάσεων υπό καθεστώς αβεβαιότητας κυρίως σε σύνθετα προβλήματα αποφάσεων οι οποίες λαμβάνονται σε διάφορα διαδοχικά επίπεδα (χρονολογική απεικόνιση)
- Κάθε δέντρο καταγράφει όλες τις αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν για την αντιμετώπιση του προβλήματος και όλες τις πιθανές καταστάσεις σε ένα σύνολο διαδοχικών κόμβων:

Κόμβοι απόφασης (αντιστοιχούν στις αποφάσεις που πρέπει να ληφθούν)

Κόμβοι κατάστασης (αντιστοιχούν στις πιθανές καταστάσεις που μπορούν να εμφανιστούν ανάλογα με τις αποφάσεις που έχουν παρθεί σε προηγούμενα επίπεδα)

Τελικοί κόμβοι (καταγράφονται τα τελικά αποτελέσματα των αποφάσεων που λαμβάνονται)



# Τα δέντρα αποφάσεων δομούνται με μια διαδικασία δυο βημάτων:

- ✓ Προς τα εμπρός πορεία: δομή προβλήματος, υπολογισμός αποτελέσματος, πιθανοτήτων
- ✓ Προς τα πίσω πορεία: υπολογισμός αναμενόμενου αποτελέσματος, τελική απόφαση

# προσέχω

- ✓ να τοποθετήσω σωστά τους κόμβους απόφασης & κατάστασης
- ✓ να βάλω στη σωστή χρονολογική σειρά τα γεγονότα
- ✓ να υπολογίσω σωστά τις πιθανότητες
- ✓ να υπολογίσω σωστά το προσδοκώμενο αποτέλεσμα (κέρδος/ ζημία/ ΚΤΡ,  $E(KΠΑ)$ )

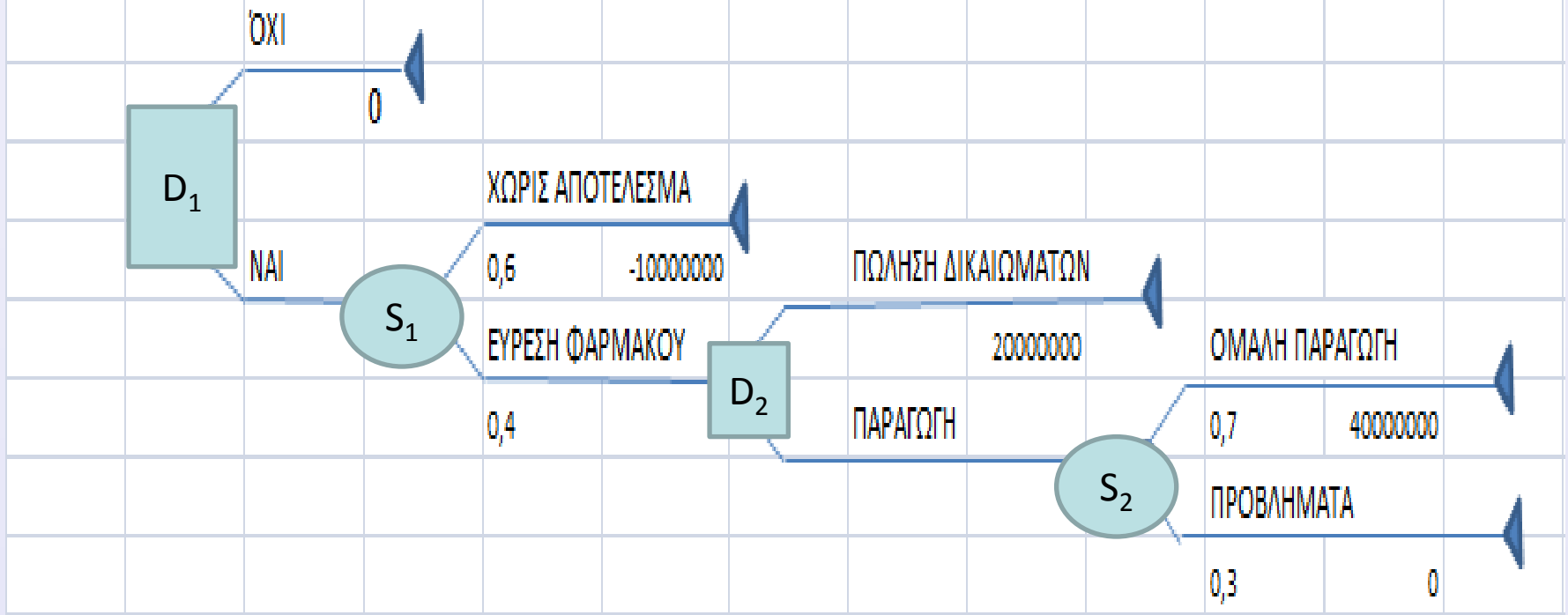
# παράδειγμα

Η εταιρία ABC σκέφτεται να χρηματοδοτήσει μια ερευνητική ομάδα για να ανακαλύψει ένα φάρμακο για μια νόσο και ο πρόεδρος ερευνών πρέπει να πάρει αυτή την απόφαση.

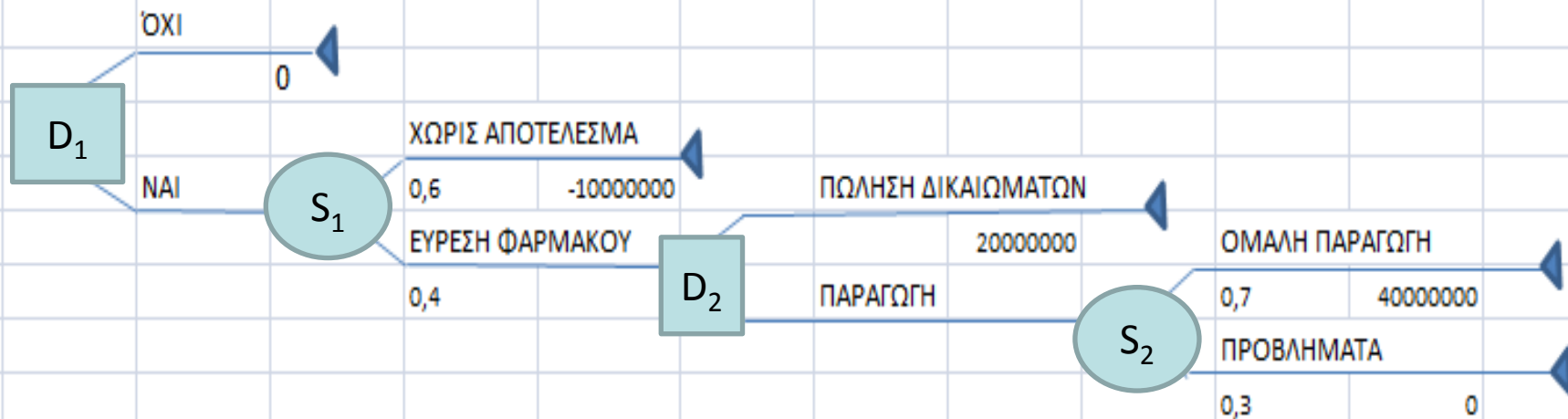
Το ερευνητικό πρόγραμμα έχει ένα συνολικό κόστος 10.000.000€ και δεν υπάρχει καμιά εγγύηση ότι θα έχει αποτέλεσμα. Πράγματι, η εταιρία εκτιμά ότι υπάρχει μόνο 40% πιθανότητα να βρουν κάποιο φάρμακο. Αν η ερευνητική ομάδα βρει το φάρμακο, η εταιρία πρέπει μετά να αποφασίσει αν θα το παράγουν οι ίδιοι ή αν θα πουλήσουν τα δικαιώματα σε ένα χημικό εργαστήριο για 30.000.000€. Αν παράγουν οι ίδιοι το προϊόν και η παραγωγή προχωρήσει ομαλά, προβλέπουν κέρδος 50.000.000€. Όμως, υπάρχει μια πιθανότητα 30% να παρουσιαστούν προβλήματα στην παραγωγή. Σε αυτή την περίπτωση, το κέρδος θα είναι μόνο 10.000.000 €.

***Να απεικονιστεί το πρόβλημα σε ένα δέντρο αποφάσεων και να βρεθεί η βέλτιστη λύση για την αρχική απόφαση που πρέπει να λάβει η εταιρία.***

## ΑΠΟΦΑΣΗ ΕΡΕΥΝΑΣ



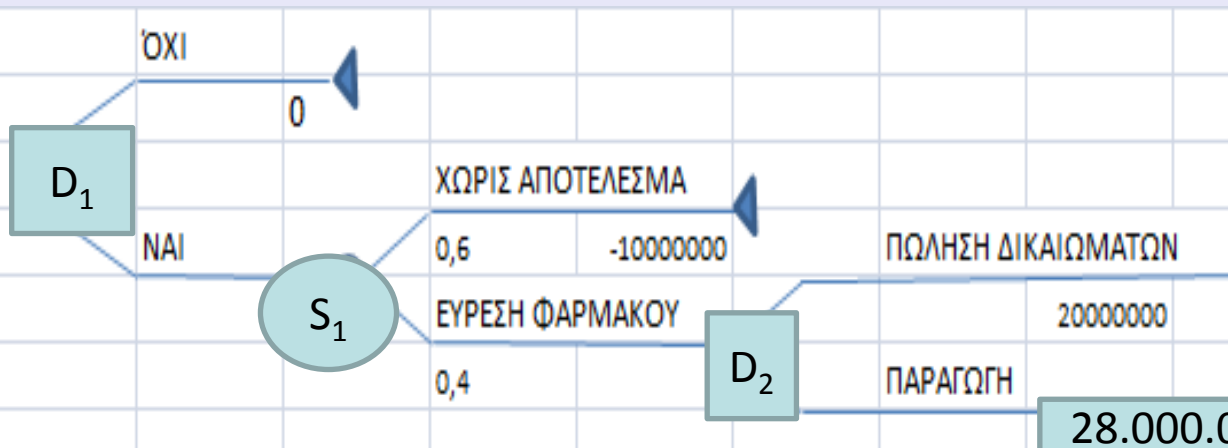
- 2 κόμβοι απόφασης
- 2 κόμβοι κατάστασης
- 5 τελικοί κόμβοι , οι οποίοι αντιστοιχούν σε όλα τα πιθανά αποτελέσματα για κάθε συνδυασμό αποφάσεων - καταστάσεων



➤ Αναμενόμενο κέρδος στο  $S_2$ :

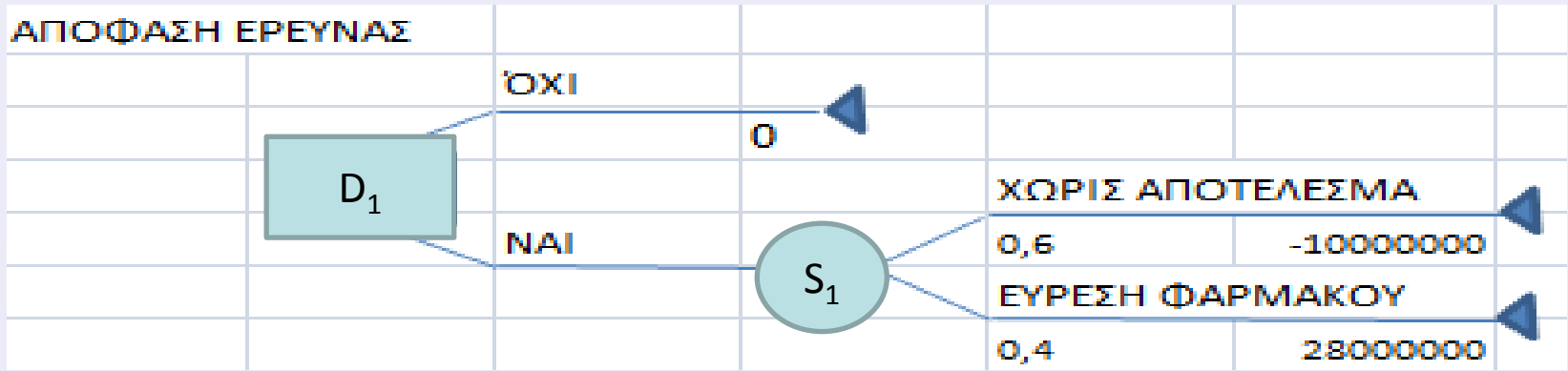
$$E(\text{κέρδος παραγωγής}) = E(S_2) = 0,7 * 40.000.000 + 0,3 * 0 = 28.000.000 \text{ €}$$

Πρέπει να επιλέξω ανάμεσα στην πώληση δικαιωμάτων ή την παραγωγή. Επιλέγω με βάση τη μεγαλύτερη αναμενόμενη αξία. Άρα επιλέγω «παραγωγή»



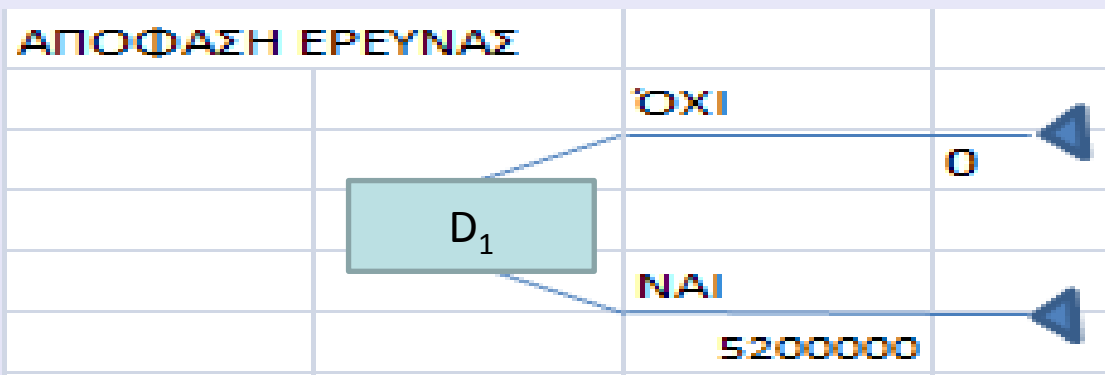
Επομένως, η απόφασή μου στο  $D_2$  είναι να παράξω το φάρμακο

Και το δέντρο θα πάρει την εξής μορφή:



Με το δεδομένο ότι η εταιρεία παράγει το φάρμακο, υπολογίζεται η αναμενόμενη αξία του κόμβου κατάστασης  $S_1$ :

$$E(S_1) = 0,6 * (-10.000.000) + 0,4 * 28.000.000 = 5.200.000\text{€}, \text{ επομένως:}$$



**Στρατηγική**  
να χρηματοδοτήσει  
την έρευνα και στη  
συνέχεια να παράξει  
το φάρμακο

# Εξαρτημένες ταμειακές ροές

- ✓ Οι ταμειακές ροές που προκύπτουν σε μια σειρά περιόδων σχετίζονται μεταξύ τους
- ✓ Η ταμειακή ροή που θα προκύψει την επόμενη χρονική περίοδο εξαρτάται από το τι θα έχει συμβεί τις προηγούμενες περιόδους
- ✓ Παρουσίαση εναλλακτικών με δέντρο απόφασης
- ✓ Υπο συνθήκη πιθανότητες
- ✓ Υπολογισμός της E(ΚΠΑ)
- ✓ Κίνδυνος επένδυσης
- ✓ Προσομοίωση Monte Carlo

Μια εταιρεία προγραμματίζει μια επένδυση ύψους 4.000.000€, διάρκειας 2 ετών. Για το 1ο έτος υπάρχει πιθανότητα 60% οι ταμειακές ροές να είναι 3.000.000€ (καλό έτος) και πιθανότητα 40% οι ταμειακές ροές να είναι 500.000 (άσχημο έτος). Οι ταμειακές ροές του 2<sup>ου</sup> έτους εξαρτώνται από το τι θα συμβεί στο πρώτο έτος:

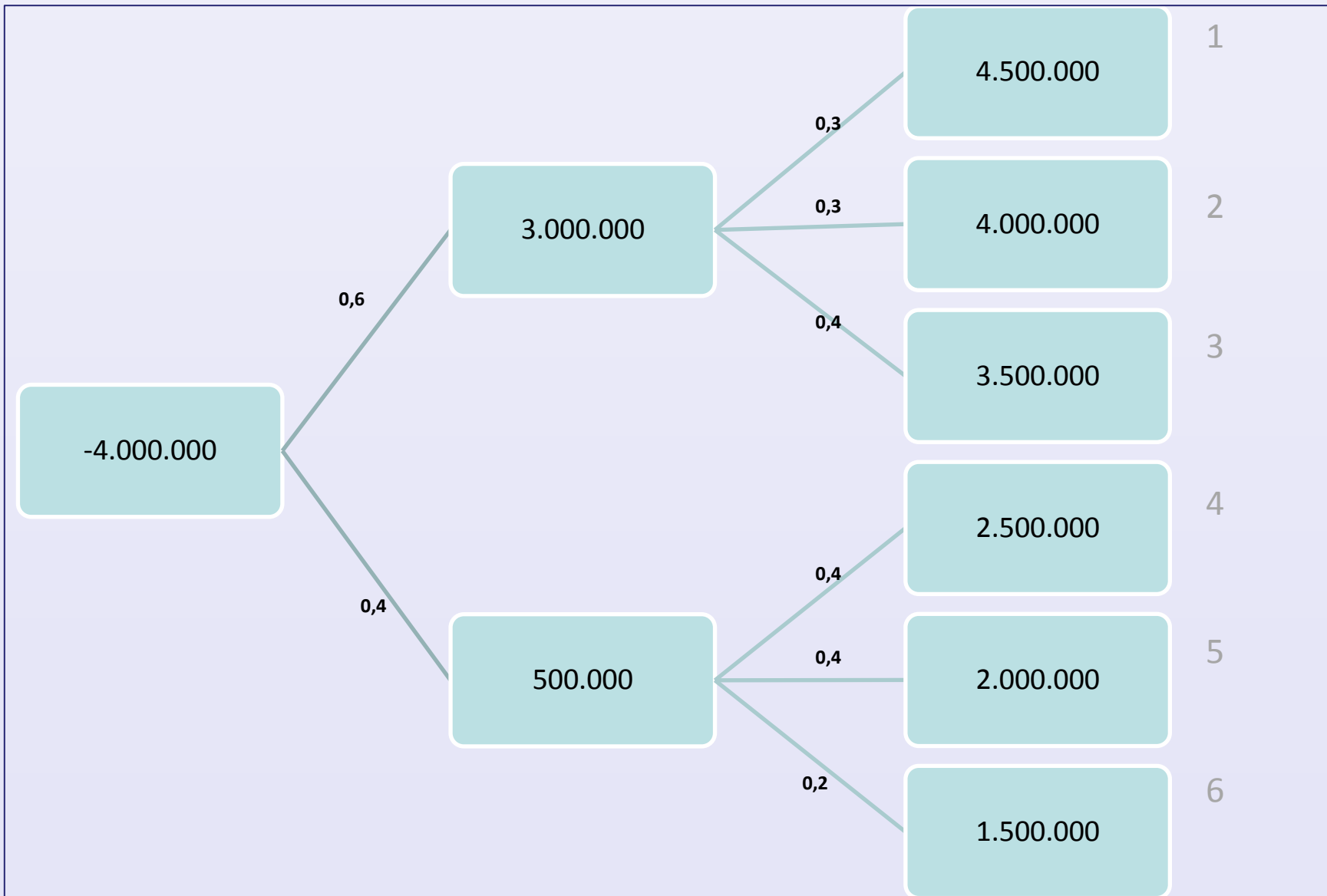
	Υπο συνθήκη πιθανότητα	ΤΡ 2 <sup>ου</sup> έτους
Καλό έτος	0,3	4.500.000
	0,3	4.000.000
	0,4	3.500.000
Άσχημο έτος	0,4	2.500.000
	0,4	2.000.000
	0,2	1.500.000

Να αξιολογηθεί η επένδυση με το κριτήριο της ΚΠΑ και να βρεθεί ο κίνδυνος



Υπό μορφή πίνακα θα έχουμε:

πιθανότητα	ΤΡ 1 <sup>ου</sup> έτους	Υπό συνθήκη πιθανότητα	ΤΡ 2 <sup>ου</sup> έτους
		0,3	4.500.000
		0,3	4.000.000
0,6	3.000.000	0,4	3.500.000
0,4	500.000	0,4	2.500.000
		0,4	2.000.000
		0,2	1.500.000



### Βήμα 1

$$ΚΠΑ_1 = \frac{3.000}{1,10} + \frac{4.500}{1,10^2} - 4.000 = 2.444$$

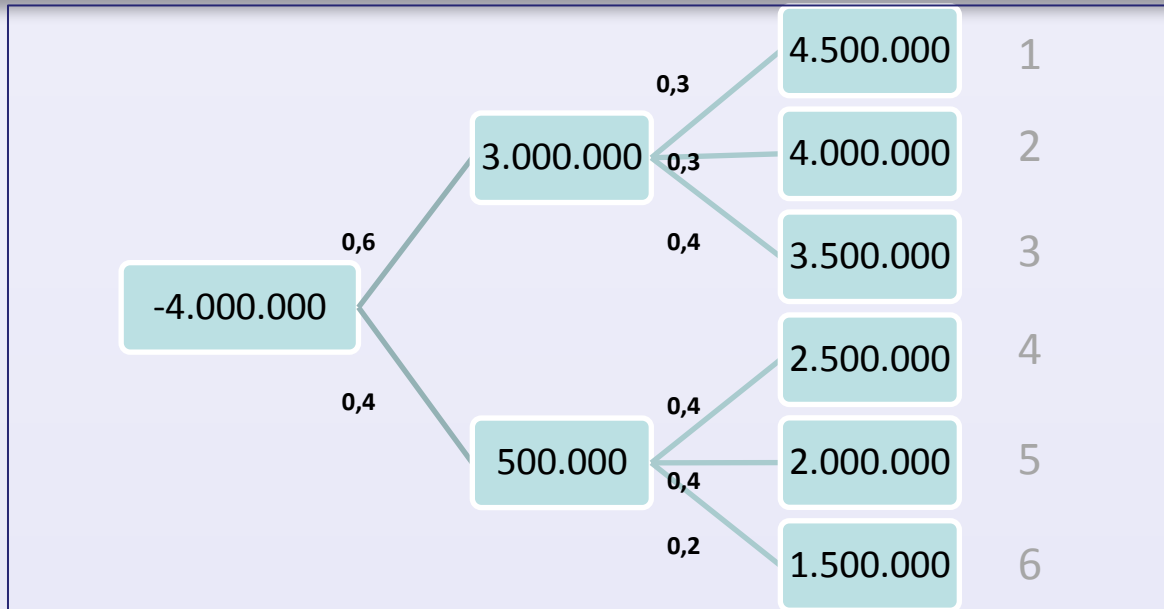
$$ΚΠΑ_2 = \frac{3.000}{1,10} + \frac{4.000}{1,10^2} - 4.000 = 2.031$$

$$ΚΠΑ_3 = \frac{3.000}{1,10} + \frac{3.500}{1,10^2} - 4.000 = 1.618$$

$$ΚΠΑ_4 = \frac{500}{1,10} + \frac{2.500}{1,10^2} - 4.000 = -1.480,5$$

$$ΚΠΑ_5 = \frac{500}{1,10} + \frac{2.000}{1,10^2} - 4.000 = -1.893,5$$

$$ΚΠΑ_6 = \frac{500}{1,10} + \frac{1.500}{1,10^2} - 4.000 = -2.306,5$$



### Βήμα 2

Σειρά	πιθανότητα	Υπο συνθήκη πιθανότητα	Σύνθετη πιθανότητα
1	0,6	0,3	0,18
2	0,6	0,3	0,18
3	0,6	0,4	0,24
4	0,4	0,4	0,16
5	0,4	0,4	0,16
6	0,4	0,2	0,08

### Βήμα 3

Σειρά	Σύνθετη πιθανότητα	ΚΠΑ	Ε(ΚΠΑ)
1	0,18	2.444	439,92
2	0,18	2.031	365,58
3	0,24	1.618	388,32
4	0,16	-1.480,5	-236,88
5	0,16	-1.893,5	-302,96
6	0,08	-2.306,5	<u>-184,52</u>
			Ε(ΚΠΑ) = 496,46

Η επένδυση θα πρέπει να γίνει αποδεκτή,  $E(\text{ΚΠΑ}) > 0$

# Monte Carlo προσομοίωση

Ανάλυση ευαισθησίας: «Τι θα συμβεί αν....»;

Κάθε φορά εξετάζουμε τι θα συμβεί αν αλλάξουμε την τιμή σε μια μόνο μεταβλητή.

Μια μέθοδος μοντελοποίησης του πραγματικού κόσμου, η Monte Carlo.

- ✓ Για την αξιολόγηση των επενδυτικών προγραμμάτων μας ενδιαφέρουν οι ταμειακές ροές
  - Εξαρτώνται από ένα πλήθος μεταβλητών (όγκος πωλήσεων, τιμή προϊόντος, κόστος παραγωγής, κλπ). Όλοι οι παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή της ΚΠΑ υπεισέρχονται στο υπόδειγμα.
- ✓ Επιλέγεται τυχαία μια τιμή από κάθε μεταβλητή και υπολογίζεται η ΚΠΑ
  - Η επιλογή των τιμών από κάθε μεταβλητή επαναλαμβάνεται πολλές φορές ανάλογα με τον αριθμό των μεταβλητών και το πόσες τιμές μπορεί να πάρει η κάθε μεταβλητή. Π.χ. αν ο αριθμός των μεταβλητών είναι επτά και κάθε μια από τις επτά μεταβλητές μπορεί να πάρει έξι τιμές, τότε υπάρχουν  $117.649 (=7^6)$  πιθανά αποτελέσματα.

Έστω μια εταιρεία εξετάζει την εισαγωγή ενός νέου προϊόντος στην αγορά, για το οποίο πρέπει να κάνει μια επένδυση σήμερα ύψους 1.000.000€. Οι ΚΤΡ εξαρτώνται από τον όγκο των πωλήσεων, την τιμή πώλησης, το κόστος παραγωγής, το φορολογικό συντελεστή και την ετήσια απόσβεση. Η οικονομική ζωή της επένδυσης ορίζεται στα 4 χρόνια, με ετήσια απόσβεση 250.000€. Το κόστος κεφαλαίου είναι 12% και ο φορολογικός συντελεστής 30%. Ποια είναι η ΚΠΑ της επένδυσης;

Έστω ότι για τρεις μεταβλητές έχουμε την εξής κατανομή πιθανοτήτων:

Τιμή πώλησης	πιθανότητα
50	0,2
60	0,3
70	0,3
80	0,2

Κόστος παραγωγής	πιθανότητα
35	0,2
40	0,3
45	0,35
55	0,15

πωλήσεις	πιθανότητα
100.000	0,25
150.000	0,50
200.000	0,25

Έστω ότι ο υπολογιστής τυχαία επιλέγει την τιμή πώλησης 50, το κόστος παραγωγής 45 και τον όγκο πωλήσεων 100.000., και έστω ότι το κόστος πώλησης είναι 10, τότε:

$$\text{ΚΤΡ} = \text{EBDIT}(1-T) + T \cdot \text{Dep} = -500.000 \cdot (1+0,3) + 0,3 \cdot 250.000 = -275.000$$

$$\& \text{ΚΠΑ} = -1.835.075$$

Η πιθανότητα του συγκεκριμένου συνδυασμού είναι 0,0175 (=0,25\*0,20\*0,35)

Επαναλαμβάνουμε την προηγούμενη διαδικασία πολλές φορές, π.χ. έστω ότι παίρνουμε 200 τυχαίους συνδυασμούς:

### Αποτελέσματα αξιολόγησης επένδυσης με τη μέθοδο προσομοίωσης Monte Carlo

Διαστήματα της ΚΠΑ (1)	Αριθμός τυχαίων συνδυασμών (κ) (2)	Μέση ΚΠΑ του διαστήματος (3)	Πιθανότητα = κ/200 (4)	Αναμενόμενη ΚΠΑ = (3)*(4) (5)	Αθροιστική πιθανότητα (6)
-1.500 έως -1.000	12	-1.350	0,06	-81	0,06
-1.000 έως -500	15	-700	0,075	-52,5	0,135
-500 έως 0	17	-200	0,085	-14	0,22
0 έως 500	14	230	0,07	16,1	0,29
500 έως 1.000	30	650	0,15	97,5	0,44
1.000 έως 1.500	65	1.200	0,325	390	0,765
1.500 έως 2.000	41	1.300	0,205	266,5	0,97
2.000 έως 2.500	6	2.320	0,03	69,6	1
<b>Άθροισμα</b>	<b>200</b>			<b>689,2</b>	