

Τεχνολογική Οικονομική και Οικονομοτεχνικές Μελέτες

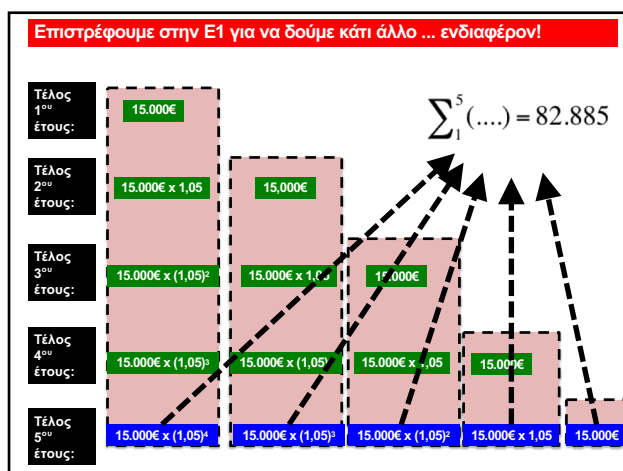
Βασίλης Μουστάκης

vmoustakis@isc.tuc.gr



ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΤΖΙΟΛΑ

ISBN 978-960-418-402-6



Πάμε πίσω στα δάνεια.

Κάθε δόση (Α) ξεπληρώνει Κεφάλαιο (Κ) και τόκο (Τ).

$$A = K(t) + T(t)$$

$$t = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$K(1) < K(2) < K(3) < K(4) < K(5)$$

$$T(1) > T(2) > T(3) > T(4) > T(5)$$

Αποπληρωμή δάνειου 10.000€ σε 5 χρόνια με σταθερό ετήσιο επιτόκιο δανεισμού 10%.

Έτος	Δόση (PMT) A	Αποπληρωμή κεφαλαίου (PPMT) $K(t)$	Καταβολή τόκου (IPMT) $T(t)$	Υπολειπόμενο κεφάλαιο προς αποπληρωμή πριν την πληρωμή της δόσης του επόμενου έτους
0				10.000€
1	2.638 €	1.638 €	1.000 €	8.362 €
2	2.638 €	1.802 €	836 €	6.560 €
3	2.638 €	1.982 €	656 €	4.578 €
4	2.638 €	2.180 €	458 €	2.398 €
5	2.638 €	2.398 €	240 €	0 €
Σύνολα	13.190 €	10.000 €	3.190 €	

Τι γίνεται με τον πληθωρισμό?

Έστω ότι έχουμε ένα κεφάλαιο 1.000€ και εξετάζουμε ένα τραπεζικό προϊόν με ετήσια απόδοση 3,4% και για την ίδια περίοδο εκτιμούμε ότι ο πληθωρισμός θα είναι ίσος με 2,9%.

Σε ένα χρόνο από σήμερα θα έχουμε συσσωρεύσει ένα κεφάλαιο ίσο με 1.034€.

Η αγοραστική δύναμη των 1.034€ λόγω της εξέλιξης του πληθωρισμού δεν είναι αυτή που φαίνεται αλλά ίση με 1.004,90€ περίπου (όπως προκύπτει από τη διαίρεση των 1.034€ με το 1,029 που αποτυπώνει τον αποπληθωρισμό των 1.034€).

Άρα το πραγματικό κέρδος είναι περίπου 0,486% και όχι 3,4%.

Ούτε καν 0,50% που είναι η διαφορά μεταξύ 3,4% και 2,9%.

Ο πληθωρισμός πλήττει το κεφάλαιο αλλά και την απόδοση.

$$1+i = (1+i_R)(1+f)$$

$$i = 3,40\%$$



$$i_R = 0,486\%$$

$$f = 2,90\%$$

Έτος	Ετήσιο επιτόκιο καταθέσεων	Ετήσιος ρυθμός αύξησης του πληθωρισμού
1986	15,00%	23,00%
1996	11,00%	7,50%
2001	2,50%	3,40%
2005	1,00%	3,50%

Περιγραφή	Συντομογραφία (Δείκτης)	Μαθηματική διατύπωση
Ισοδυναμία μεταξύ ενός ποσού σήμερα και ενός ποσού σε N περιόδους από σήμερα:	$(F/P, i, N)$	$(1+i)^N$
Ισοδυναμία μεταξύ ενός μελλοντικού ποσού και ενός ποσού σήμερα:	$(P/F, i, N)$	$(1+i)^{-N}$
Ισοδυναμία μεταξύ ενός μελλοντικού ποσού σε N περιόδους και μια ισόποσης ροής χρημάτων σε N περιόδους:	$(A/F, i, N)$	$\frac{i}{(1+i)^N - 1}$
Ισοδυναμία μεταξύ μιας ισόποσης ροής χρημάτων σε N περιόδους και ενός μελλοντικού ποσού στο τέλος των N περιόδων:	$(F/A, i, N)$	$\frac{(1+i)^N - 1}{i}$
Ισοδυναμία μεταξύ ενός ποσού σήμερα και μια ισόποσης ροής σε N περιόδους:	$(A/P, i, N)$	$\frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N - 1}$
Ισοδυναμία μεταξύ μια ισόποσης ετήσιας ροής σε N περιόδους και ενός ποσού σήμερα:	$(P/A, i, N)$	$\frac{(1+i)^N - 1}{i(1+i)^N}$

$$F = P(F/P, i, N)$$



$$P = F(P/F, i, N)$$

$$F = A(F/A, i, N)$$



$$A = F(A/F, i, N)$$

$$A = P(A/P, i, N)$$



$$P = A(P/A, i, N)$$

Ευτυχώς που υπάρχουν Excel™, Calc™, Numbers™ και τα Smartphones!

$$(P / F, i, N) = \frac{1}{(F / P, i, N)}$$

$$(A / F, i, N) = \frac{1}{(F / A, i, N)}$$

$$(A / P, i, N) = \frac{1}{(P / A, i, N)}$$

Πάμε πίσω στον υπολογισμό της σύνταξης.

Είχαμε υπολογίσει ότι ο Γιώργος στα 65 του χρόνια θα έχει συσσωρεύσει 246.070€.

Αν το προσδόκιμο ζωής είναι 78 χρόνια, τότε η ετήσια σύνταξη του Γιώργου για τα επόμενα 13 χρόνια, κάτω από τις ίδιες συνθήκες αξιοποίησης των αποθεματικών του ΤΣΜΕΔΕ ...

... και θεωρώντας ότι γίνεται δίκαιος υπολογισμός ...

Πρέπει η ετήσια σύνταξη να είναι ίση με 23.138€.

$$A = 246.070(A / P, 3, 13) \approx 23.138$$

Από τους πίνακες ή από τη συνάρτηση *PMT* των ψηφιακών μέσων που ανέφερα νωρίτερα.

Πριν κλείσουμε κάτι ακόμα!

Ανατοκισμός

Έχουμε 10.000€. Υπάρχουν δύο τραπεζικά προϊόντα που υπόσχονται τον ίδιο ετήσιο τόκο, ίσο με 6%.

Όμως:

Το πρώτο υπόσχεται μοναδιαίο ετήσιο ανατοκισμό. Δηλαδή δεν υπόσχεται ανατοκισμό!

Το δεύτερο υπόσχεται μηνιαίο ανατοκισμό.

Ποιο πρέπει να προτιμήσουμε?

Σύμφωνα με το πρώτο στο τέλος του έτους θα έχουμε συσσωρεύσει $10.000\text{€} \times 1.06 = 10.600$

Σύμφωνα με το δεύτερο στο τέλος του έτους θα έχουμε συσσωρεύσει κάτι περισσότερο. Πάμε να δούμε το γιατί?

$$i_M = \frac{i}{12} = \frac{0,06}{12} = 0,005$$

$$F_1 = 10.000(F / P, 0, 5, 1) = 10.000 \times 1,005 = 10.050$$

$$F_2 = 10.050(F / P, 0, 5, 1) = 10.050 \times 1,005 = 10.100,25$$

...

$$F_{12} = 10.563,96(F / P, 0, 5, 1) = 10.563,96 \times 1,005 = 10.616,78$$

Δηλαδή κερδίζουμε 16,78€ παραπάνω.

Γιατί συμβαίνει αυτό?

Ανατοκισμός

Το πραγματικό ετήσιο επιτόκιο σε συνθήκες μηνιαίου ανατοκισμού είναι ίσο με:

$$i_{EFF} = \left(1 + \frac{i_{NOM}}{12}\right)^{12} - 1$$

$$i_{EFF} = \left(1 + \frac{0,06}{12}\right)^{12} - 1 = 0,0617 = 6,17\%$$

$$i_{EFF} = \left(1 + \frac{i_{NOM}}{M}\right)^M - 1$$

Αν ο ανατοκισμός είναι ημερήσιος, τότε:

$$i_{EFF} = \left(1 + \frac{i_{NOM}}{M}\right)^M - 1$$

$$i_{EFF} = \left(1 + \frac{i_{NOM}}{365}\right)^{365} - 1$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = e$$

$$i_{EFF} = e^{i_{NOM}} - 1$$

Προφανώς όταν υπάρχει ανατοκισμός το χοντρικό αποτέλεσμα που αναφέρεται σε μια μεγαλύτερη περίοδο (παν ενδεχομένως είναι πλασματική) δεν ισχύει.

Ο Γιώργος αγοράζει ένα σπίτι χρησιμοποιώντας τις οικονομίες του και δανειζόμενος 150.000€ από την Τράπεζα. Η εξόφληση του δανείου θα γίνει σε 30 χρόνια, σε μηνιαίες, ισόποσες, δόσεις και με ετήσιο επιτόκιο δανεισμού 5,50%. Ποιο είναι το ποσό της κάθε μηνιαίας δόσης?

Τώρα έχουμε 360 δόσεις και μηνιαίο επιτόκιο ίσο με 0,458%. Πάμε στο electronic spreadsheet της αρσεκείας μας!

$$A = 150.000(A / P, 0,0458, 360) = 851,68$$

$$851,68 \times 12 = 10.220,20 < 10.321$$

$$A = 150.000(A / P \text{ (5,64)} 30) \approx 10.481$$

Με άλλα λόγια ξεπληρώνουμε το δάνειο με ουσιαστικό ετήσιο επιτόκιο ίσο 5,64% και όχι με 5,50%, όπως η Τράπεζα, προφανώς και διαρρηγνύοντας τα ιμάτια της (!!!), ισχυρίζεται. Ουσιαστικά το δάνειο μας στοιχίζει ετησίως 10.481€ και όχι 10.321€.

Πάμε πίσω στον υπολογισμό της σύνταξης.

... Είπαμε «και θεωρώντας ότι γίνεται δίκαιος υπολογισμός ...»

Αν το ετήσιο 3% του ΤΣΜΕΔΕ ανατοκίζεται μηνιαία, τότε ο Γιώργος πρέπει για τα επόμενα 13 χρόνια να εισπράττει μηνιαία σύνταξη στο ποσό των:

$$A = 246.070(A / P, 0,25, 156) \approx 1.907$$

Αν διαιρούσαμε τα 23.138€ με το 12 θα βρίσκαμε ότι η μηνιαία σύνταξη είναι ίση με 1.928€.

Ο υπολογισμός είναι πλασματικός.

Υπάρχουν δύο επιλογές: (α) το ΤΣΜΕΔΕ καταβάλλει μηνιαία σύνταξη 1.907€ ή (β) ετήσια σύνταξη 23.138€ ή ... καταβάλλει 246.070€ εφάπαξ μόλις ο δικαιούχος συμπληρώσει τα 65 έτη και ξεμπερδεύει ...

Στη συνέχεια το επιτόκιο που τόσες φορές μέχρι τώρα ανέφερα θα αντιπροσωπεύει την προσδοκία μας. Αυτό που θα θέλαμε, ανεξάρτητα από τον πληθωρισμό ή το ρίσκο, να κερδίσουμε.

Minimum Attractive Rate of Return – MARR.

Κόστος ευκαιρίας κεφαλαίου

Opportunity Cost of Capital

Διαθέτω ένα κεφάλαιο.

Ποια είναι η ελάχιστη προσδοκία ετήσιου κέρδους, ανεξάρτητα από τον πληθωρισμό ή ρίσκο?

ΜΕΘΟΔΟΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

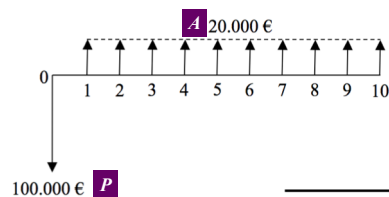
Πρώτα να φρεσκάρουμε λίγο τη μνήμη μας στην έννοια της **οριακής ανάλυσης**.

Φανταστικό παιχνίδι

Πίστα	Ποσό που βάζω	Ποσό που παίρνω πίσω (σίγουρο!)
A	100€	120€
B	150€	180€
Γ	200€	240€
Δ	250€	295€
E	300€	340€
Z	350€	380€

Θα εφαρμόσουμε οριακή ανάλυση, διότι οι λύσεις που θα αξιολογούμε έχουν το χαρακτηριστικό ότι η επιλογή μιας εξ αυτών **αποκλείει αυτόματα τις υπόλοιπες**.

Παραδοχή της συσσώρευσης όλων των χρηματικών ποσών στο τέλος της κάθε περιόδου.

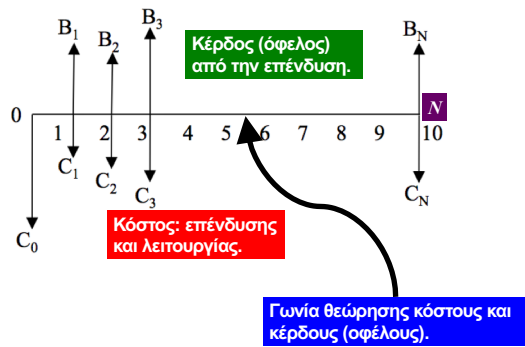


Το 10 (ή N γενικά) είναι ο οικονομικός ορίζοντας ή η οικονομική ζωή.

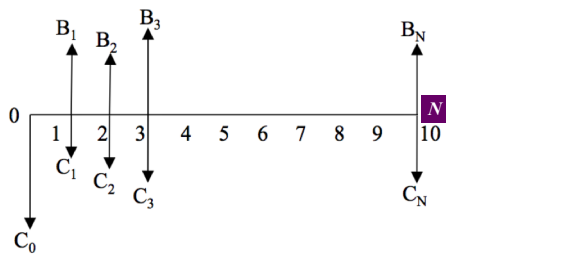
Διάγραμμα χρηματικών ροών, διάγραμμα ταμειακών ροών, cash flows.

Έτος	Ποσό
0	100,000€
1 – 10	20,000€

Και επειδή πάντα μας αρέσουν οι γενικεύσεις!



ΠΑΡΟΥΣΑ ΑΞΙΑ (PRESENT WORTH)



$$PW = \sum_{t=0}^N (B_t - C_t)(1+i^*)^{-t} = \sum_{t=0}^N (B_t - C_t)(P/F, i^*, t)$$

$$\Delta(PW) \geq 0$$

Τρεις εναλλακτικές λύσεις (η επιλογή της μιας αυτόματα αποκλείει όλες τις άλλες).

Έτος	Εναλλακτικές λύσεις		
	I	II	III
0	-100.000€	-120.000€	-150.000€
1	20.000€	13.000€	29.200€
2	20.000€	16.000€	29.200€
3	20.000€	19.000€	29.200€
4	20.000€	22.000€	29.200€
5	20.000€	25.000€	29.200€
6	20.000€	28.000€	29.200€
7	20.000€	31.000€	29.200€
8	20.000€	34.000€	29.200€
9	20.000€	37.000€	29.200€
10	20.000€	40.000€	29.200€

Έτος	Εναλλακτικές λύσεις			Μετασηματιστής
	I	II	III	
0	-100.000€	-120.000€	-150.000€	$\left(\frac{1}{1+i}\right)^0$
1	20.000€	13.000€	29.200€	$\left(\frac{1}{1+i}\right)^1$
2	20.000€	16.000€	29.200€	
3	20.000€	19.000€	29.200€	
4	20.000€	22.000€	29.200€	
5	20.000€	25.000€	29.200€	
6	20.000€	28.000€	29.200€	
7	20.000€	31.000€	29.200€	
8	20.000€	34.000€	29.200€	
9	20.000€	37.000€	29.200€	
10	20.000€	40.000€	29.200€	$\left(\frac{1}{1+i}\right)^{10}$

Έτος	PW _I	PW _{II}	PW _{III}	(P/F, 12, N)
0	-100.000€	-120.000€	-150.000€	1,0000
1	17.857€	11.607€	26.071€	0,8929
2	15.944€	12.755€	23.278€	0,7972
3	14.236€	13.524€	20.784€	0,7118
4	12.710€	13.981€	18.557€	0,6355
5	11.349€	14.186€	16.569€	0,5674
6	10.133€	14.186€	14.794€	0,5066
7	9.047€	14.023€	13.209€	0,4523
8	8.078€	13.732€	11.793€	0,4039
9	7.212€	13.343€	10.530€	0,3606
10	6.439€	12.879€	9.402€	0,3220
PW=	13.004€	14.215€	14.987€	

Η λύση III είναι η οικονομικά συμφέρουσα λύση.

Χρησιμοποιήσαμε ή όχι οριακή ανάλυση?

Ναι !!!!!

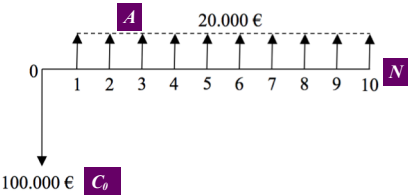
Έτος	I	II	Οριακά II εναντίον I	(P/F, 12, N)	Οριακή PW (ΔPW _{II-I})
0	-100.000 €	-120.000 €	-20.000 €	1,0000	-20.000 €
1	20.000 €	13.000 €	-7.000 €	0,8929	-6.250 €
2	20.000 €	16.000 €	-4.000 €	0,7972	-3.189 €
3	20.000 €	19.000 €	-1.000 €	0,7118	-712 €
4	20.000 €	22.000 €	2.000 €	0,6355	1.271 €
5	20.000 €	25.000 €	5.000 €	0,5674	2.837 €
6	20.000 €	28.000 €	8.000 €	0,5066	4.053 €
7	20.000 €	31.000 €	11.000 €	0,4523	4.976 €
8	20.000 €	34.000 €	14.000 €	0,4039	5.654 €
9	20.000 €	37.000 €	17.000 €	0,3606	6.130 €
10	20.000 €	40.000 €	20.000 €	0,3220	6.439 €
					1.209 €

Η οριακή Παρούσα Αξία είναι ίση με τη διαφορά των απόλυτων τιμών της Παρούσας Αξίας για την κάθε λύση (όπως υπολογίσαμε προηγουμένως).

$$1.209 \approx 14.215 - 13.004$$

Έτος	II	III	Οριακά III εναντίον II	ΔPW _{III-II}
0	-120.000 €	-150.000 €	-30.000 €	-30.000 €
1	13.000 €	29.200 €	16.200 €	14.464 €
2	16.000 €	29.200 €	13.200 €	10.523 €
3	19.000 €	29.200 €	10.200 €	7.260 €
4	22.000 €	29.200 €	7.200 €	4.576 €
5	25.000 €	29.200 €	4.200 €	2.383 €
6	28.000 €	29.200 €	1.200 €	608 €
7	31.000 €	29.200 €	-1.800 €	-814 €
8	34.000 €	29.200 €	-4.800 €	-1.939 €
9	37.000 €	29.200 €	-7.800 €	-2.813 €
10	40.000 €	29.200 €	-10.800 €	-3.477 €
Οριακή τιμή της Παρούσας Αξίας όταν η λύση III συγκρίνεται άμεσα με τη λύση II:				771 €

ΕΤΗΣΙΑ ΑΞΙΑ (ANNUAL WORTH – AW)



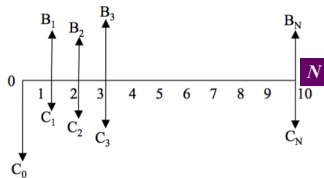
$$AW = A - C_0 \left(\frac{i^* (1+i^*)}{(1+i^*) - 1} \right) = A - C_0 (A/P, i^*, N)$$
$$\Delta(AW) \geq 0$$

Τρεις εναλλακτικές λύσεις (η επιλογή της μιας αυτόματα αποκλείει όλες τις άλλες).

Έτος	Εναλλακτικές λύσεις		
	I	II	III
0	-100.000€	-120.000€	-150.000€
1	20.000€	13.000€	29.200€
2	20.000€	16.000€	29.200€
3	20.000€	19.000€	29.200€
4	20.000€	22.000€	29.200€
5	20.000€	25.000€	29.200€
6	20.000€	28.000€	29.200€
7	20.000€	31.000€	29.200€
8	20.000€	34.000€	29.200€
9	20.000€	37.000€	29.200€
10	20.000€	40.000€	29.200€

Έτος	I	II	III
0	-100.000 €	-120.000 €	-150.000 €
1	20.000 €	13.000 €	29.200 €
2	20.000 €	16.000 €	29.200 €
3	20.000 €	19.000 €	29.200 €
4	20.000 €	22.000 €	29.200 €
5	20.000 €	25.000 €	29.200 €
6	20.000 €	28.000 €	29.200 €
7	20.000 €	31.000 €	29.200 €
8	20.000 €	34.000 €	29.200 €
9	20.000 €	37.000 €	29.200 €
10	20.000 €	40.000 €	29.200 €
Ετήσια αξία αρχικής επένδυσης	-17.698 €	-21.238 €	-26.548 €
	AW _I = 2.302 €		AW _{III} = 2.652 €
Παρούσα Αξία ετήσιων κερδών από την επένδυση:	134.215 €		
Ισοδύναμη ετήσια αξία των ετήσιων κερδών από την επένδυση. Υπολογίζεται από το 134.215/(AP, 12, 10):	23.754 €		
	AW _{II} = 2.516 €		

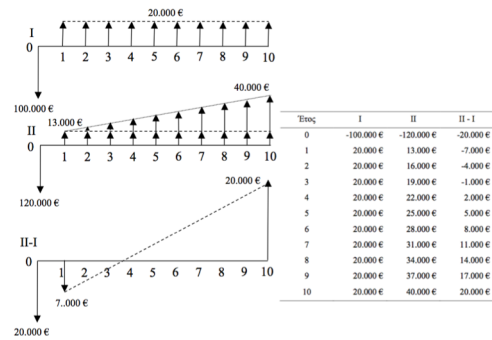
Για τη Λύση II ο υπολογισμός της Ετήσιας Αξίας (AW) ήταν λίγο πιο πολύπλοκος!



$$AW = -C_0 + (A/P, i^*, N) \times \sum_{t=1}^N (B_t - C_t)(P/F, i^*, t)$$

Δηλαδή, υπολογίσουμε την παρούσα αξία κερδών και κόστους και στη συνέχεια την κατανέμουμε σε ετήσια ισοδύναμη αξία.

Όπως και με τη PW, ουσιαστικά κάνουμε οριακή ανάλυση, χωρίς να είναι απαραίτητο να το αναδείξουμε! Αν κάναμε? Η I είναι Οκ...



$$AW_{II-I} = PW_{II-I}(A/P, 12, 10) = 214€$$

Βρήκαμε ότι και η II είναι Οκ (δηλαδή οικονομικά συμφέρουσα). Πάμε να δούμε τι συμβαίνει με την III?

Έτος	II	III	III - II
0	-120.000 €	-150.000 €	-30.000 €
1	13.000 €	29.200 €	16.200 €
2	16.000 €	29.200 €	13.200 €
3	19.000 €	29.200 €	10.200 €
4	22.000 €	29.200 €	7.200 €
5	25.000 €	29.200 €	4.200 €
6	28.000 €	29.200 €	1.200 €
7	31.000 €	29.200 €	-1.800 €
8	34.000 €	29.200 €	-4.800 €
9	37.000 €	29.200 €	-7.800 €
10	40.000 €	29.200 €	-10.800 €

$$\Delta AW_{III-II} = 137€, \text{ προφανώς } \Delta AW_{III-II} = AW_{III} - AW_{II}$$

Όπως και με την PW καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι η λύση III είναι η οικονομικά συμφέρουσα λύση.

PW και AW ένας πρώτος απολογισμός.

Δύο δημοφιλείς και εύχρηστες μέθοδοι. Προϋποθέτουν την ύπαρξη κοινού οικονομικού ορίζοντα και τη γνώση του κόστους ευκαιρίας του κεφαλαίου (ή του Minimum Attractive Rate of Return – MARR του ενδιαφερόμενου).

Στην PW κοινός οικονομικός ορίζοντας σημαίνει κοινή οικονομική ζωή. Σημαίνει ότι αν η μια λύση έχει N_1 οικονομική ζωή και η δεύτερη λύση έχει N_2 οικονομική ζωή, ότι ισχύει $N_1 = N_2 = N$.

Στην AW ο κοινός οικονομικός ορίζοντας είναι το έτος, που σημαίνει ότι ακόμη κι αν $N_1 \neq N_2$ μπορούμε να συγκρίνουμε τις δύο λύσεις αφού η οποιαδήποτε σύγκριση γίνεται με αναφορά την ετήσια οικονομική συμπεριφορά της κάθε λύσης.

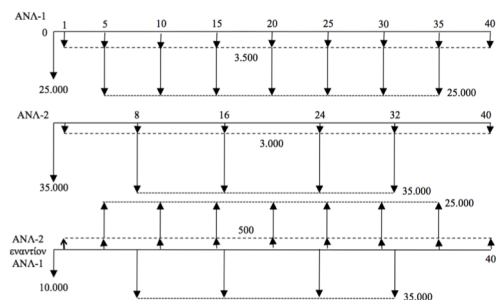
Παράδειγμα:

	ANA-1	ANA-2
Αρχικό κόστος αγοράς	25.000 €	35.000 €
Ετήσιο κόστος συντήρησης	3.500 €	3.000 €
Οικονομική ζωή (χρόνια)	5	8
Τιμή πώλησης στο τέλος της χρήσης	0	0

Εδώ έχουμε μια περίπτωση που κυριαρχεί το κόστος. Η επιλογή θα πραγματοποιηθεί χρησιμοποιώντας ως κριτήριο την ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους (**Life Cycle Cost**) του κάθε αντλιοστασίου. Το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου είναι 12% ετησίως. Αυτό σημαίνει ότι η εταιρία που εξετάζει την προμήθεια του αντλιοστασίου έχει την ευκαιρία να επενδύει τα διαθέσιμα κεφάλαια της με 12% ετησίως μη λαμβανομένης υπόψη της φορολογίας.

Έτος	ANA-1	ANA-2	(P/F, 12, N)	PW _{ANA-1}	PW _{ANA-2}
0	25.000€	35.000€	1,0000	25.000€	35.000€
1	3.500€	3.000€	0,8929	3.125€	2.679€
2	3.500€	3.000€	0,7972	2.790€	2.392€
3	3.500€	3.000€	0,7118	2.491€	2.135€
4	3.500€	3.000€	0,6335	2.224€	1.907€
5	3.500€	3.000€	0,5674	1.986€	1.702€
6		3.000€	0,5066		1.520€
7		3.000€	0,4523		1.357€
8		3.000€	0,4039		1.212€
Λαμβασμένοι υπολογισμοί Παρούσας Αξίας (PW):				37.617€	49.903€
Ετήσια Αξία (AW)	10.435€	10.046€			

Η εφαρμογή της μεθόδου της PW στην περίπτωση αυτή προϋποθέτει τη δημιουργία κοινής πλατφόρμας ανάλυσης που θα διασφαλίζει την υπολογιστική δικαιοσύνη.



Πράγματι αν η ανάλυση γίνει σε πλασματικό οικονομικό ορίζοντα 40 ετών, τότε:

$$PW_{ANA-1} = 86.026€ - \text{Κόστος}$$

$$PW_{ANA-2} = 82.214€ - \text{Κόστος}$$

$\Delta PW = PW_{ANA-2} - PW_{ANA-1} = 3.212€$
που είναι όφελος διότι υποδεικνύει τα κόστος που γλιτώνουμε.

Τώρα το αποτέλεσμα συμφωνεί με την ανάλυση μέσω της μεθόδου της Ετήσιας Αξίας (AW) που στην προκειμένη περίπτωση συμβάλλει στον υπολογισμό του ισοδύναμου ετήσιου κόστους.

$$(P/F, i, N) = \frac{1}{(1+i)^N} \leq 0,01$$

$$\forall N \geq N_{crit}$$

6%	60	32,9877	0,0303
	80	105,7960	0,0095
8%	40	21,7245	0,0460
	60	101,2571	0,0099
	80	471,9548	0,0021
10%	40	45,2593	0,0221
	60	304,4816	0,0033
	80	2.048,4002	0,0005
20%	22	55,2061	0,0181
	23	66,2472	0,0151
	24	79,4862	0,0126
	25	95,3962	0,0105
	26	114,5555	0,0087
	27	137,306	0,0073
	28	164,847	0,0061
	29	197,636	0,0051
	30	237,233	0,0042
	31	284,616	0,0035
	32	341,819	0,0029
	33	410,163	0,0024
	34	492,223	0,0020
	35	590,665	0,0017
	40	1469,7718	0,0007
	50	9100,4382	0,0001

Βλέπουμε ότι όσο αυξάνεται το κόστος ευκαιρίας του κεφαλαίου (= επιτόκιο) μειώνονται τα χρόνια που η ανάλυση έχει πρακτικά αποτελέσματα.

ΜΕΘΟΔΟΣ ΛΟΓΟΥ ΟΦΕΛΟΥΣ / ΚΟΣΤΟΥΣ (BENEFIT COST RATIO)

$$\frac{B}{C} = \frac{\sum_{t=1}^N (B_t - C_t)(P/F, i^*, t)}{C_0} \geq 1$$

$$PW = \sum_{t=0}^N (B_t - C_t)(1+i^*)^{-t} = \sum_{t=0}^N (B_t - C_t)(P/F, i^*, t) \geq 0$$

$$-C_0 + \sum_{t=1}^N (B_t - C_t)(P/F, i^*, t) \geq 0$$

$$\sum_{t=1}^N (B_t - C_t)(P/F, i^*, t) \geq C_0$$

$$\frac{\sum_{t=1}^N (B_t - C_t)(P/F, i^*, t)}{C_0} \geq 1$$

Τρεις εναλλακτικές λύσεις (η επιλογή της μιας αυτόματα αποκλείει όλες τις άλλες).

Έτος	Εναλλακτικές λύσεις		
	I	II	III
0	-100.000€	-120.000€	-150.000€
1	20.000€	13.000€	29.200€
2	20.000€	16.000€	29.200€
3	20.000€	19.000€	29.200€
4	20.000€	22.000€	29.200€
5	20.000€	25.000€	29.200€
6	20.000€	28.000€	29.200€
7	20.000€	31.000€	29.200€
8	20.000€	34.000€	29.200€
9	20.000€	37.000€	29.200€
10	20.000€	40.000€	29.200€

Έτος	I
0	-100.000€
1	20.000€
2	20.000€
3	20.000€
4	20.000€
5	20.000€
6	20.000€
7	20.000€
8	20.000€
9	20.000€
10	20.000€

$$\left(\frac{B}{C}\right)_I = \frac{\sum_{t=1}^{10} (B_t - C_t)(P/F, i^*, t)}{C_0} = \frac{20.000(P/F, 12, 10)}{100.000} = \frac{20.000(5,650)}{100.000} = 1,13$$

Η λύση I ικανοποιεί το κριτήριο.

Συνεχίζουμε εξετάζοντας οριακά τη λύση II σε σύγκριση με τη λύση I.

Έτος	I	II	Οριακά II εναντίον I
0	-100.000 €	-120.000 €	-20.000 €
1	20.000 €	13.000 €	-7.000 €
2	20.000 €	16.000 €	-4.000 €
3	20.000 €	19.000 €	-1.000 €
4	20.000 €	22.000 €	2.000 €
5	20.000 €	25.000 €	5.000 €
6	20.000 €	28.000 €	8.000 €
7	20.000 €	31.000 €	11.000 €
8	20.000 €	34.000 €	14.000 €
9	20.000 €	37.000 €	17.000 €
10	20.000 €	40.000 €	20.000 €

$$\left(\frac{\Delta B}{\Delta C}\right)_{II-I} = \frac{21,21}{20} = 1,06 \geq 1$$

Η λύση II ικανοποιεί το κριτήριο.

Συνεχίζουμε εξετάζοντας οριακά τη λύση III σε σύγκριση με τη λύση II.

$$\left(\frac{\Delta B}{\Delta C}\right)_{III-II} = \frac{-7(P/F, 12, 1) - 4(P/F, 12, 2) - 1(P/F, 12, 3) + 2(P/F, 12, 4) + \dots + 20(P/F, 12, 10)}{20}$$

Έτος	II	III	Οριακά III εναντίον II
0	-120.000 €	-150.000 €	-30.000 €
1	13.000 €	29.200 €	16.200 €
2	16.000 €	29.200 €	13.200 €
3	19.000 €	29.200 €	10.200 €
4	22.000 €	29.200 €	7.200 €
5	25.000 €	29.200 €	4.200 €
6	28.000 €	29.200 €	1.200 €
7	31.000 €	29.200 €	-1.800 €
8	34.000 €	29.200 €	-4.800 €
9	37.000 €	29.200 €	-7.800 €
10	40.000 €	29.200 €	-10.800 €

$$\left(\frac{\Delta B}{\Delta C}\right)_{III-II} = \frac{16,2(P/F, 12, 1) + 13,2(P/F, 12, 2) + \dots + 1,2(P/F, 12, 6) - \dots - 10,8(P/F, 12, 10)}{20} = 1,03$$

Επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων από PW και AW.

Η λύση III είναι η πλέον οικονομικά συμφέρουσα επιλογή.

Έτος	I	II	III
0	-100.000€	-120.000€	-150.000€
1	20.000€	13.000€	29.200€
2	20.000€	16.000€	29.200€
3	20.000€	19.000€	29.200€
4	20.000€	22.000€	29.200€
5	20.000€	25.000€	29.200€
6	20.000€	28.000€	29.200€
7	20.000€	31.000€	29.200€
8	20.000€	34.000€	29.200€
9	20.000€	37.000€	29.200€
10	20.000€	40.000€	29.200€

$$\left(\frac{B}{C}\right)_I = 1,13 \quad \left(\frac{B}{C}\right)_{II} = 1,12 \quad \left(\frac{B}{C}\right)_{III} = 1,10$$

Τι θα είχε συμβεί αν δεν είχαμε εφαρμόσει οριακή ανάλυση?

Γιατί συνέβη αυτό?

Στο λόγο Οφέλους – Κόστους έχουμε κλάσματα κι όχι προσθέσεις ή αφαιρέσεις!

ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΣ ΒΑΘΜΟΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ (INTERNAL RATE OF RETURN – IROR)

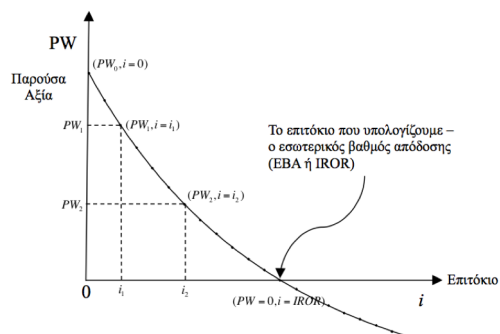
$$\sum_{t=0}^N (B_t - C_t)(1+i)^{-t} = \sum_{t=0}^N (B_t - C_t)(P / F, i, t) = 0$$

Μηδενίζουμε την εξίσωση της Παρούσας Αξίας ($PW = 0$) και λύνοντας υπολογίζουμε τον Εσωτερικό Βαθμό Απόδοσης (EBA) – ή Internal Rate of Return (IROR).

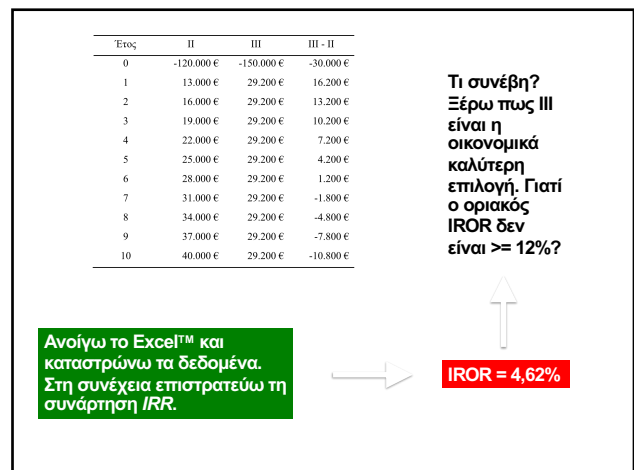
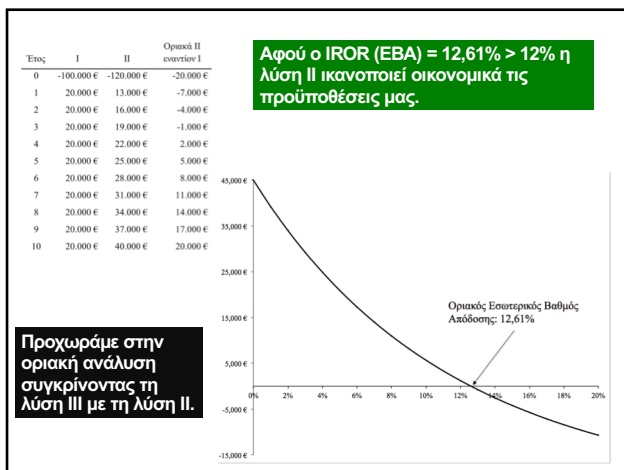
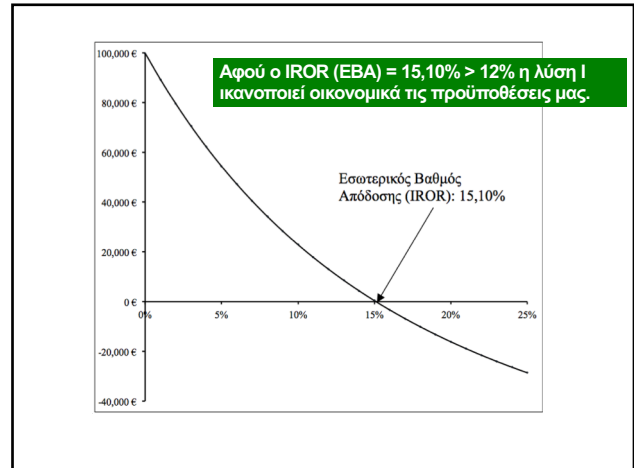
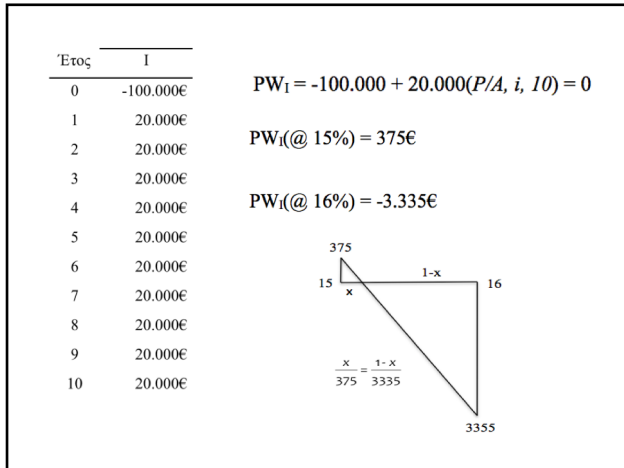
$$i \geq i^*$$

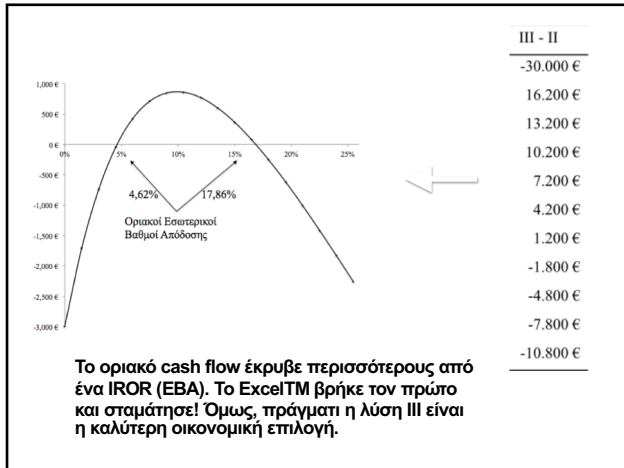
Η εφαρμογή της οριακής ανάλυσης είναι αναγκαία προϋπόθεση για την εξαγωγή του σωστού συμπεράσματος.

$$PW = \sum_{t=0}^N (B_t - C_t)(1+i)^{-t} = \sum_{t=0}^N (B_t - C_t)(P / F, i, t)$$



Έτος	Εναλλακτικές λύσεις		
	I	II	III
0	-100.000€	-120.000€	-150.000€
1	20.000€	13.000€	29.200€
2	20.000€	16.000€	29.200€
3	20.000€	19.000€	29.200€
4	20.000€	22.000€	29.200€
5	20.000€	25.000€	29.200€
6	20.000€	28.000€	29.200€
7	20.000€	31.000€	29.200€
8	20.000€	34.000€	29.200€
9	20.000€	37.000€	29.200€
10	20.000€	40.000€	29.200€





Τι θα είχε συμβεί αν δεν είχαμε εφαρμόσει οριακή ανάλυση?

Έτος	Εναλλακτικές λύσεις		
	I	II	III
0	-100.000€	-120.000€	-150.000€
1	20.000€	13.000€	29.200€
2	20.000€	16.000€	29.200€
3	20.000€	19.000€	29.200€
4	20.000€	22.000€	29.200€
5	20.000€	25.000€	29.200€
6	20.000€	28.000€	29.200€
7	20.000€	31.000€	29.200€
8	20.000€	34.000€	29.200€
9	20.000€	37.000€	29.200€
10	20.000€	40.000€	29.200€

Γιατί συνέβη αυτό?

Στο Εσωτερικό Βαθμό Απόδοσης λύνουμε μη γραμμικές εξισώσεις. Δεν κάνουμε προσθέσεις ή αφαιρέσεις!

$$\left(\frac{B}{C}\right)_I = 1,13 \quad \left(\frac{B}{C}\right)_{II} = 1,12 \quad \left(\frac{B}{C}\right)_{III} = 1,10$$

IROR = 15,10% 14,31% 14,39%

ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕ ΣΥΝΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΦΟΡΩΝ

Αποσβέσεις παγίων. Πρόκειται για μια πλάσματική δαπάνη που όμως χρησιμεύει για τη μείωση του φορολογητέου εισοδήματος.

Έτος	Αρχική επένδυση	Ετήσια απόσβεση	Αναπόσβεστη λογιστική αξία
0	120.000€		120.000€
1		24.000€	96.000€
2		24.000€	72.000€
3		24.000€	48.000€
4		24.000€	24.000€
5		24.000€	0€

Έτσι, αν μια εταιρία αγοράσει ένα φορτηγό που όταν το χρησιμοποιεί δημιουργεί έσοδα, να μην δεν μπορεί να καταχωρήσει τη δαπάνη (επένδυση) για την αγορά του στο έτος που η δαπάνη πραγματικά δημιουργείται, μπορεί όμως στα επόμενα 5 χρόνια (= περίοδος απόσβεσης) να καταχωρεί ετησίως 24.000€ ως δαπάνη. Δαπάνη που στην ουσία είναι πλάσματική.

Με τη λογική αυτή δημιουργούνται δύο cash flows: προ φόρων και μετά φόρων.

Έτος	(Α) Cash Flow προ φόρων	(Β) Απόσβεση	(Γ) Φορολογητέο Εισόδημα	(Δ) Φόρος	(Ε) Cash Flow μετά φόρων
			- 25%		
0	-120.000€				-120.000€
1	30.000€	-24.000€	6.000€	-1.500€	28.500€
2	30.000€	-24.000€	6.000€	-1.500€	28.500€
3	30.000€	-24.000€	6.000€	-1.500€	28.500€
4	30.000€	-24.000€	6.000€	-1.500€	28.500€
5	30.000€	-24.000€	6.000€	-1.500€	28.500€
5	20.000€		12.000€ ^(*)	-3.000€	17.000€
		-120.000€			

$$(Γ) = (Α) + (Β)$$

$$(Δ) = -0,25 \times (Γ)$$

$$(Ε) = (Α) + (Δ)$$

$$PW_{@10\%} = -120.000 + 28.500(P/A, 10, 5) + 17.000(P/F, 10, 5) = -1.402€$$

Απόσβεση με βάση το άθροισμα των ψηφίων των ετών (sum of the year digits).

Έτος	Πολλαπλασιαστής απόσβεσης	Εφαρμογή του πολλαπλασιαστή απόσβεσης	Ετήσια απόσβεση	Αναπόσβεστη λογιστική αξία
0				120.000 €
1	5/15	33,33%	40.000 €	80.000 €
2	4/15	26,67%	32.000 €	48.000 €
3	3/15	20,00%	24.000 €	24.000 €
4	2/15	13,33%	16.000 €	8.000 €
5	1/15	6,67%	8.000 €	0 €
			120.000 €	

$$1 + 2 + 3 + \dots + N = \frac{N(N+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

Έτος	(Α) Προ φόρων cash flow	(Β) Απόσβεση	(Γ) Φορολογητέο εισόδημα	(Δ) Φόρος (-25%)	(Ε) Μετά φόρων cash flow
0	-120.000 €				-120.000 €
1	30.000 €	-40.000 €	-10.000 €	2.500 €	32.500 €
2	30.000 €	-32.000 €	-2.000 €	500 €	30.500 €
3	30.000 €	-24.000 €	6.000 €	-1.500 €	28.500 €
4	30.000 €	-16.000 €	14.000 €	-3.500 €	26.500 €
5	30.000 €	-8.000 €	22.000 €	-5.500 €	24.500 €
5	20.000 €		12.000 €	-3.000 €	17.000 €
		-120.000 €			

$$PW_{@10\%} = -120.000 + 32.500(P/F, 10, 1) + 30.500(P/F, 10, 2) + 28.500(P/F, 10, 3) + 26.500(P/F, 10, 4) + 17.000(P/F, 10, 5) = 33€.$$

Επιταχυνόμενη απόσβεση του φορτηγού με συντελεστή 60% επί της αναπόσβεστης λογιστικής αξίας.

Έτος	Αρχική επένδυση	Εφαρμογή του πολλαπλασιαστή απόσβεσης	Ετήσια απόσβεση	Αναπόσβεστη λογιστική αξία
0	120.000 €			120.000 €
1		60.00%	72.000 €	48.000 €
2		60.00%	28.800 €	19.200 €
3		60.00%	11,520 €	7,680 €
4		60.00%	4,608 €	3,072 €
5		60.00%	1,843 €	1,229 €
			118,771 €	

Έτος	(Α) Προ φόρων cash flow	(Β) Απόσβεση	(Γ) Φορολογητέο εισόδημα	(Δ) Φόρος	(Ε) Μετά φόρων cash flow
				-25%	
0	-120.000 €				-120.000 €
1	30.000 €	-72.000 €	-42.000 €	10.500 €	40.500 €
2	30.000 €	-28.800 €	1.200 €	-300 €	29.700 €
3	30.000 €	-11.520 €	18.480 €	-4.620 €	25.380 €
4	30.000 €	-4.608 €	25.392 €	-6.348 €	23.652 €
5	30.000 €	-1.843 €	28.157 €	-7.039 €	22.961 €
5	20.000 €		11.262 €	-2.816 €	17.184 €
		-118.771 €			1.285€

$PW_{@10\%} = 1.285€$

Στη λήξη της πενταετίας το φορτηγό έχει λογιστική αξία (book value) ίση με 120.000 – 118.771 = 1.229€. Αν πουληθεί 20.000€ καταγράφεται υπεραξία ίση με 20.000€ – 1.229€ = 18.771€. Η υπεραξία θεωρείται ως εισόδημα στα 60%, δηλαδή 11.263€ (18.771 x 0,60) και φορολογείται με 25% που είναι ο συντελεστής φορολογίας των κερδών της επιχείρησης.

Παράδειγμα: εγκατάσταση Φ/Β πάρκου 80 kW στην Κρήτη.					
Έτος	Προ φόρων	Απόσβεση	Φορολογητέο Εισόδημα	Καταβολή Φόρου	Μετά φόρων
				-30%	
0	-250.000€				-250.000€
1 – 10	44.160€	-20.000€	24.160€	-7.248€	36.912€
11 – 20	44.160€		44.160€	-13.248€	30.912€

$PW = -250.000 + 36.912(P/A, i, 10) + 30.912(P/A, i, 10)(P/F, i, 10) = 0$

IROR = 13% (περίπου)