

# Εισαγωγή στην Τεχνητή Νοημοσύνη

(ΜΠΔ 306)

## Εργαστήριο

Εργαστηριακός βοηθός: Κατερίνα Γιαννακάκη

e-mail: [agiannakaki1@isc.tuc.gr](mailto:agiannakaki1@isc.tuc.gr)

Χειμερινό εξάμηνο 2020-2021

# Artificial Neural Networks

## Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

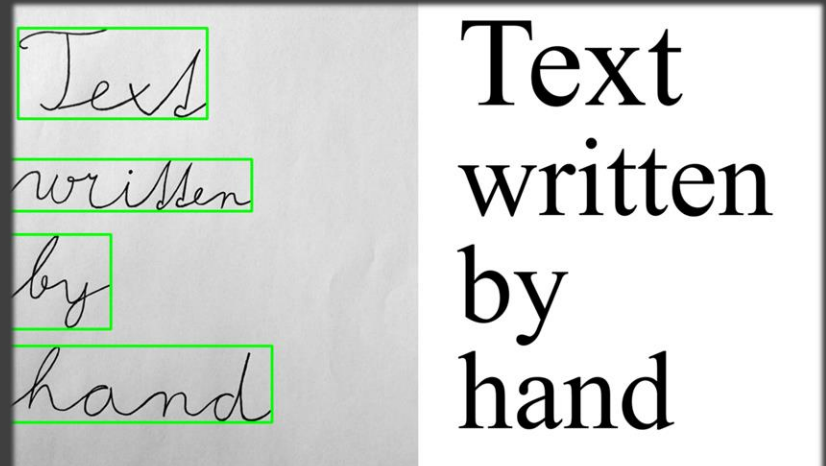
Εργαστήριο 6ο

# Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα

Πώς μια “έξυπνη”  
ηλεκτρονική συσκευή  
ερμηνεύει και  
“καταλαβαίνει” τις  
φωνητικές εντολές που της  
δίνουμε;



Αναγνώριση χειρόγραφου  
κειμένου και μετατροπή του  
σε ηλεκτρονικό

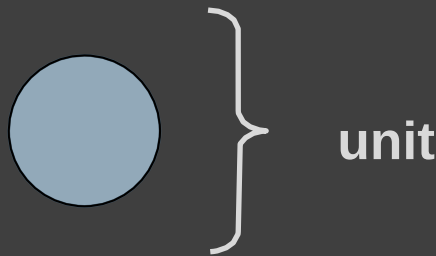


# Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

---

Αποτελείται από μονάδες που αντιστοιχούν στους βιολογικούς νευρώνες:

- ονομάζονται τεχνητοί νευρώνες
- αναπαρίστανται με κύκλους

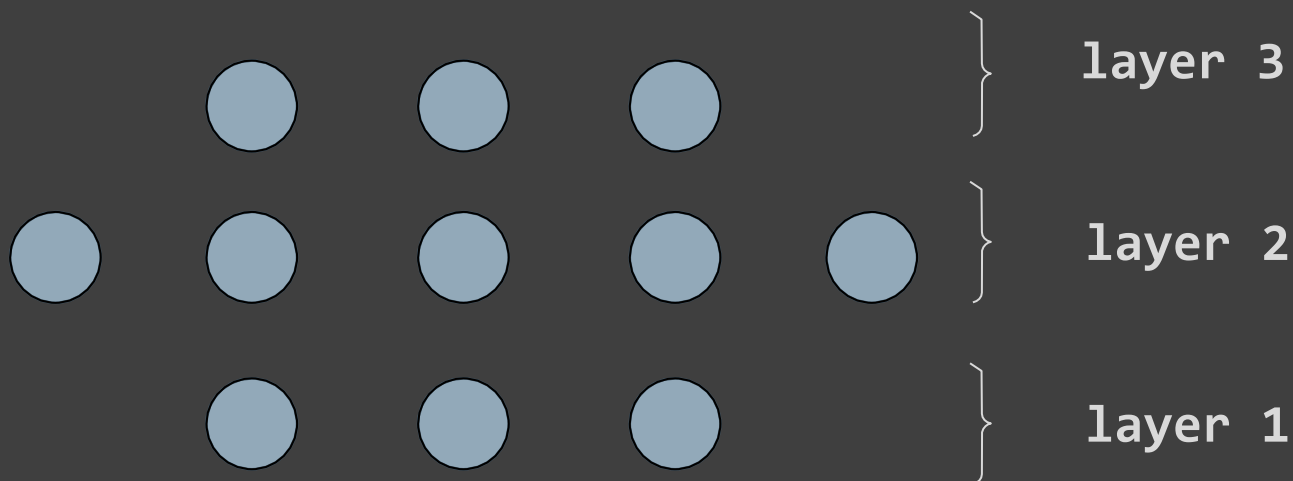


# Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

---

Αποτελείται από μονάδες που αντιστοιχούν στους βιολογικούς νευρώνες:

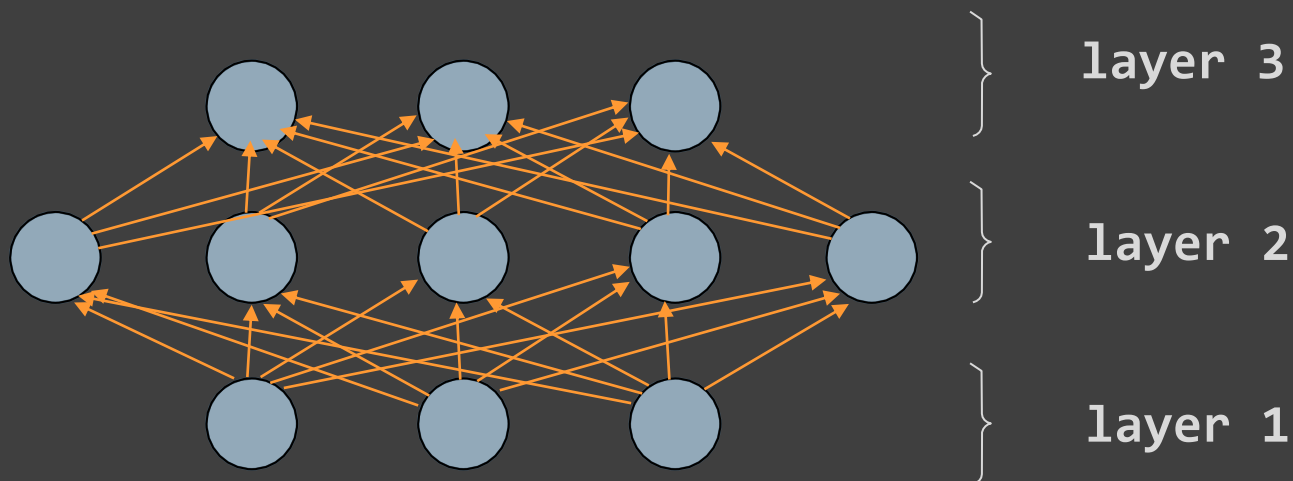
- ονομάζονται τεχνητοί νευρώνες
- αναπαρίστανται με κύκλους
- οργανώνονται σε επίπεδα



# Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

Αποτελείται από μονάδες που αντιστοιχούν στους βιολογικούς νευρώνες:

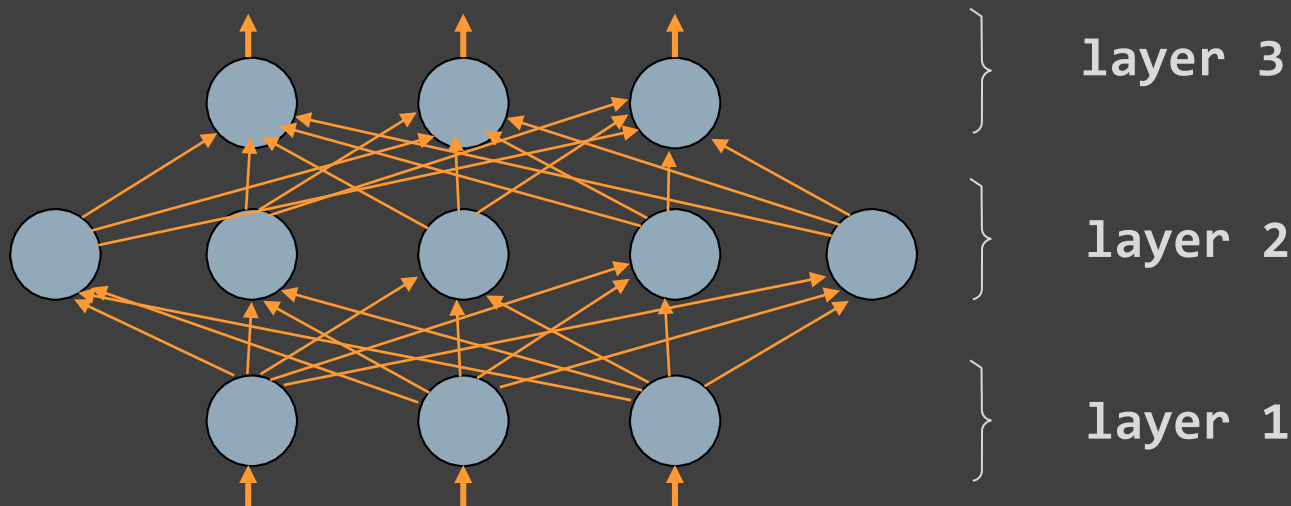
- ονομάζονται τεχνητοί νευρώνες
- αναπαρίστανται με κύκλους
- οργανώνονται σε επίπεδα
- συνδέονται μεταξύ τους σε δίκτυο



# Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

Αποτελείται από μονάδες που αντιστοιχούν στους βιολογικούς νευρώνες:

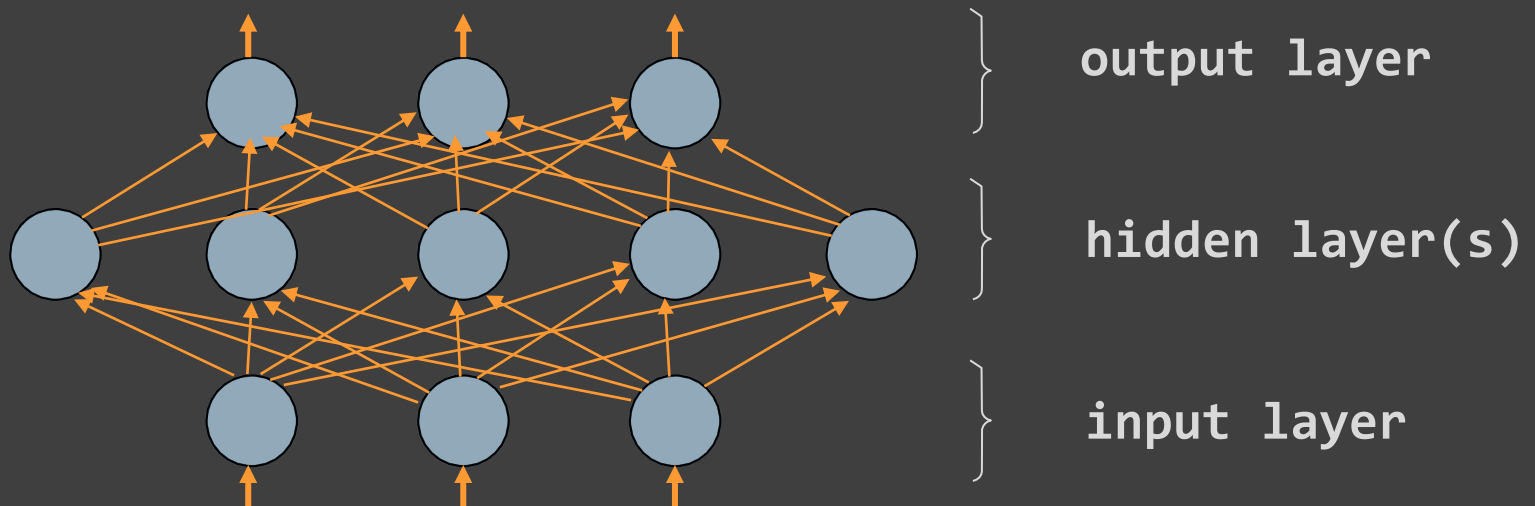
- ονομάζονται τεχνητοί νευρώνες
- αναπαρίστανται με κύκλους
- οργανώνονται σε επίπεδα
- συνδέονται μεταξύ τους σε δίκτυο
- δέχονται εισόδους και δημιουργούν εξόδους



# Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

Αποτελείται από μονάδες που αντιστοιχούν στους βιολογικούς νευρώνες:

- ονομάζονται τεχνητοί νευρώνες
- αναπαρίστανται με κύκλους
- οργανώνονται σε επίπεδα
- συνδέονται μεταξύ τους σε δίκτυο
- δέχονται εισόδους και δημιουργούν εξόδους

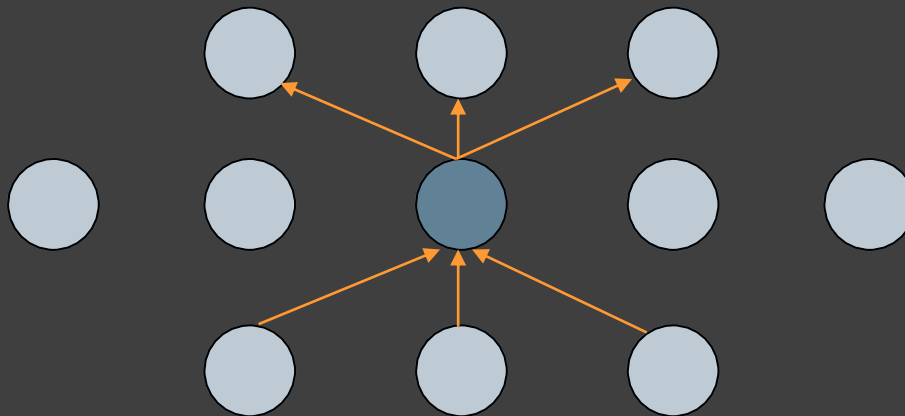


# Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

---

Σε κάθε τεχνητό νευρώνα 2 ειδών συνδέσεις:

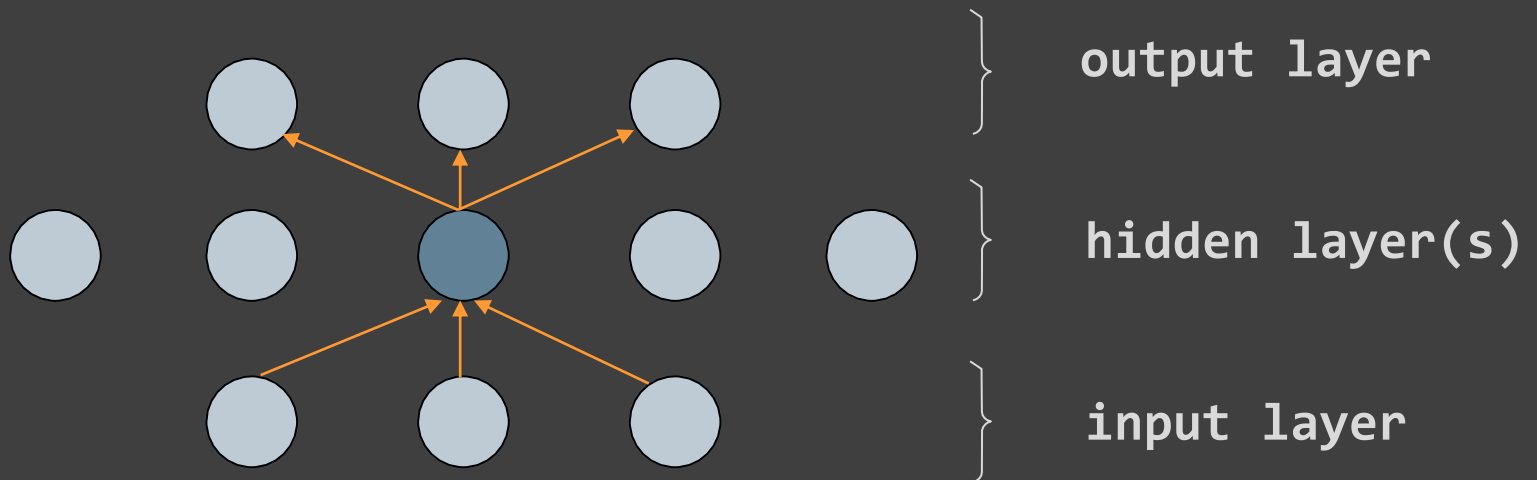
- Συνδέσεις εισόδου (input connections) μέσω των οποίων δέχονται πληροφορία
- Συνδέσεις εξόδου (output connections) μέσω των οποίων στέλνουν πληροφορία



# Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

---

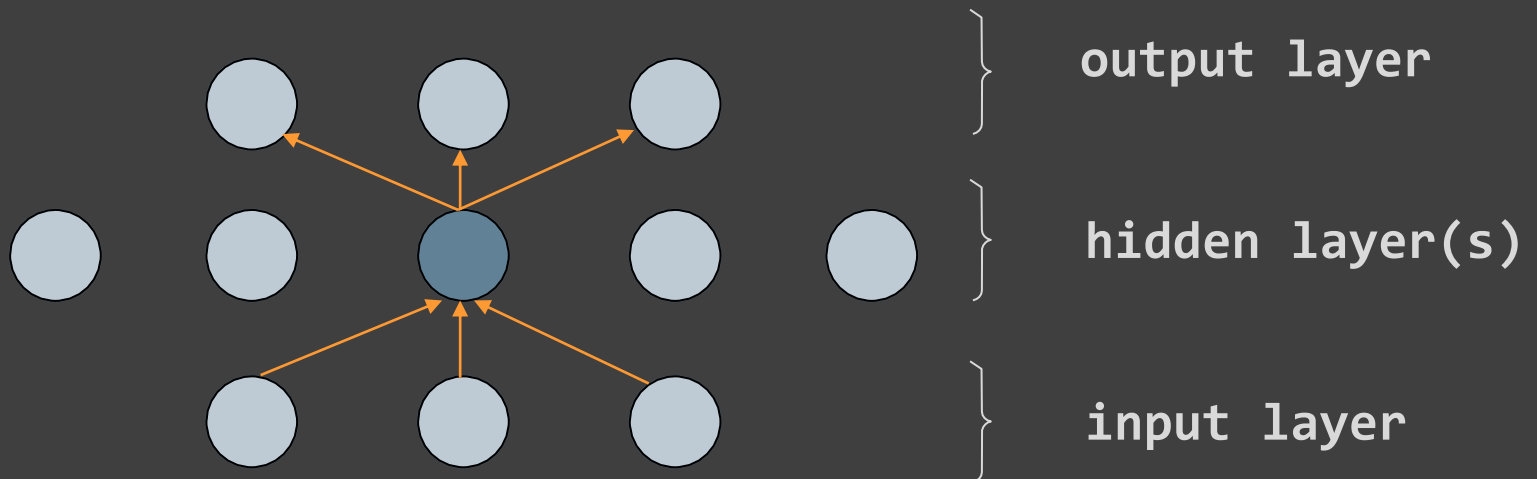
Με βέλη φαίνεται η κατεύθυνση της πληροφορίας



# Τεχνητό Νευρωνικό Δίκτυο

---

τι συμβαίνει μέσα στην κάθε μονάδα;



# Τεχνητός Νευρώνας

---

Κάθε μονάδα (τεχνητός νευρώνας) έχει 3 λειτουργικά στοιχεία:

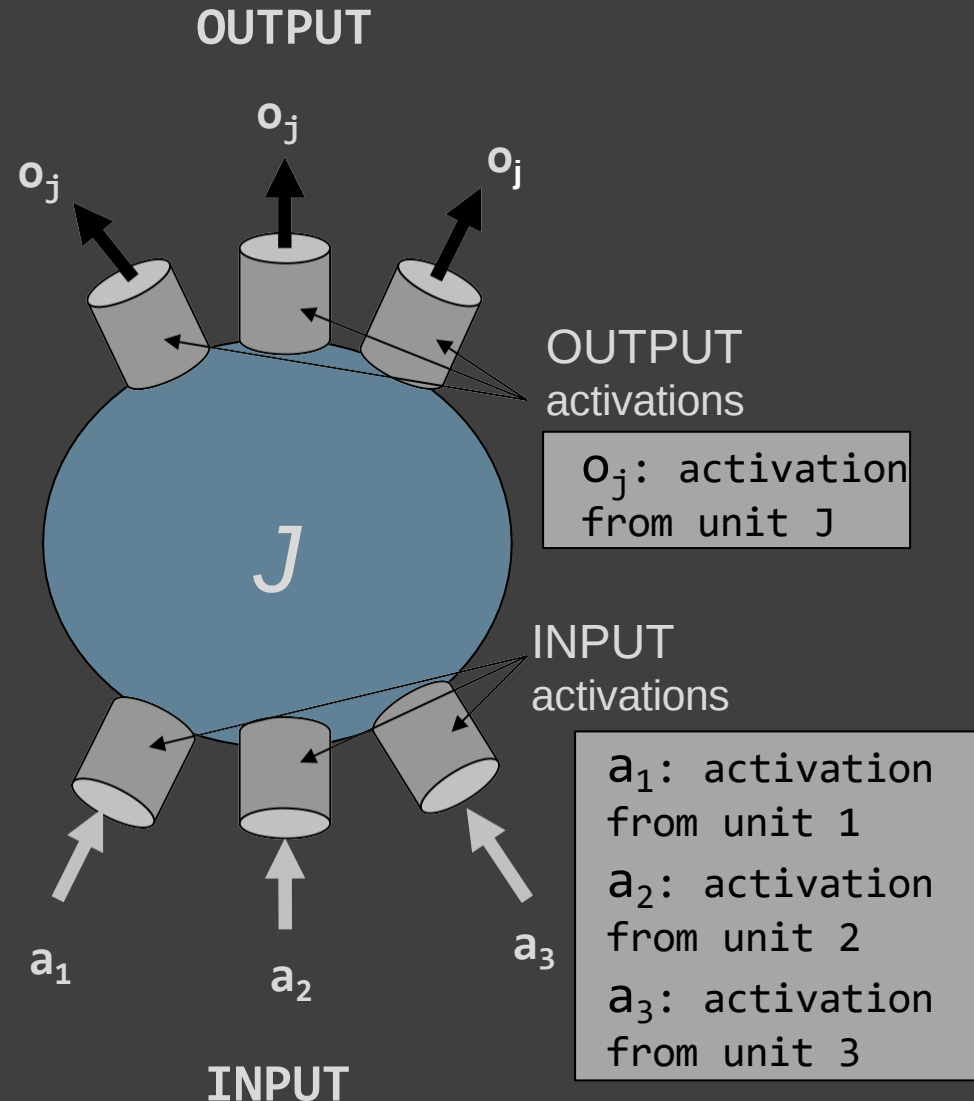
- Εισερχόμενη πληροφορία
- Εξερχόμενη πληροφορία
- Μια υπολογιστική διαδικασία κατά την οποία η είσοδος καθορίζει την έξοδο



# Τεχνητός Νευρώνας

## Νευρώνας J

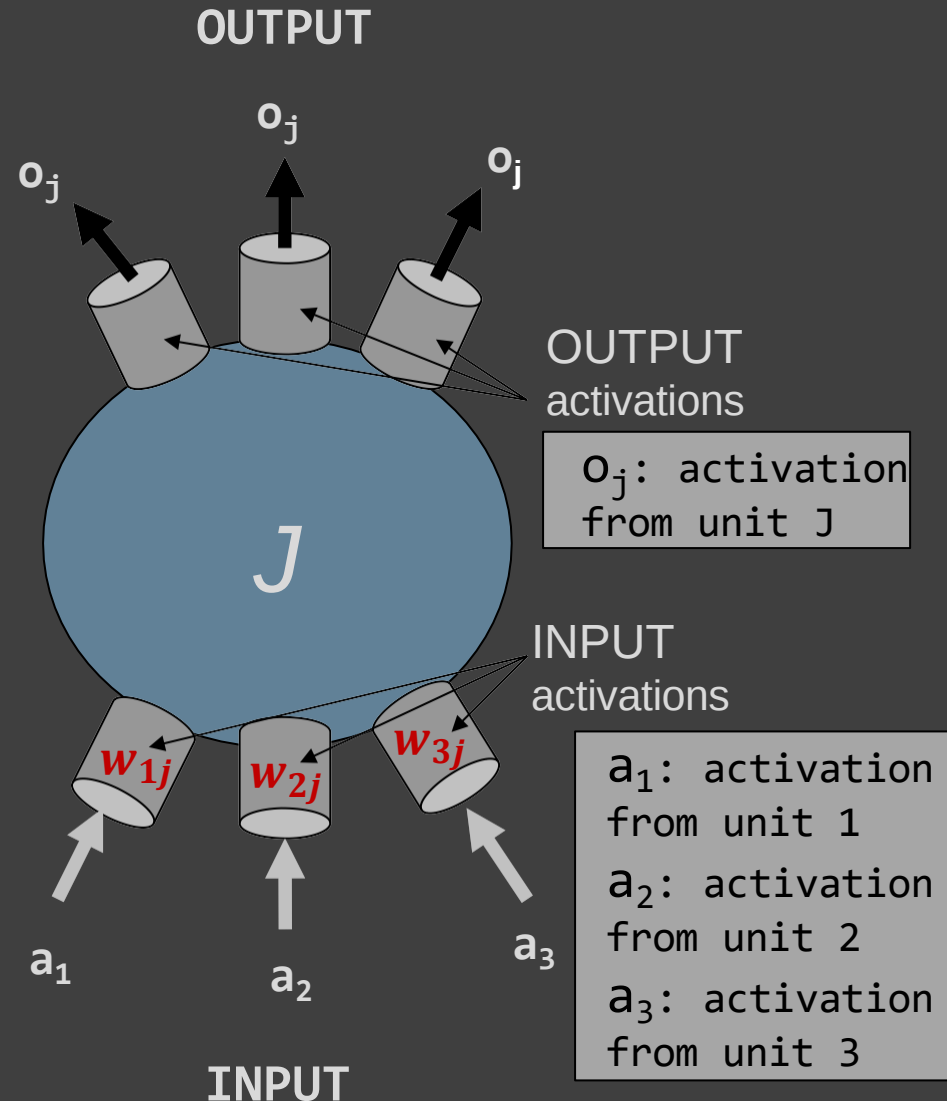
- Δέχεται εισόδους από τους νευρώνες 1, 2, 3 του προηγούμενου επιπέδου
- Δίνει εξόδους στους νευρώνες του επόμενου επιπέδου (όλες οι εξοδοι έχουν την ίδια τιμή)



# Τεχνητός Νευρώνας

Κάθε σύνδεση φέρει ένα **βάρος**, το οποίο προσδιορίζει πόσο ισχυρή ή ασθενής είναι.

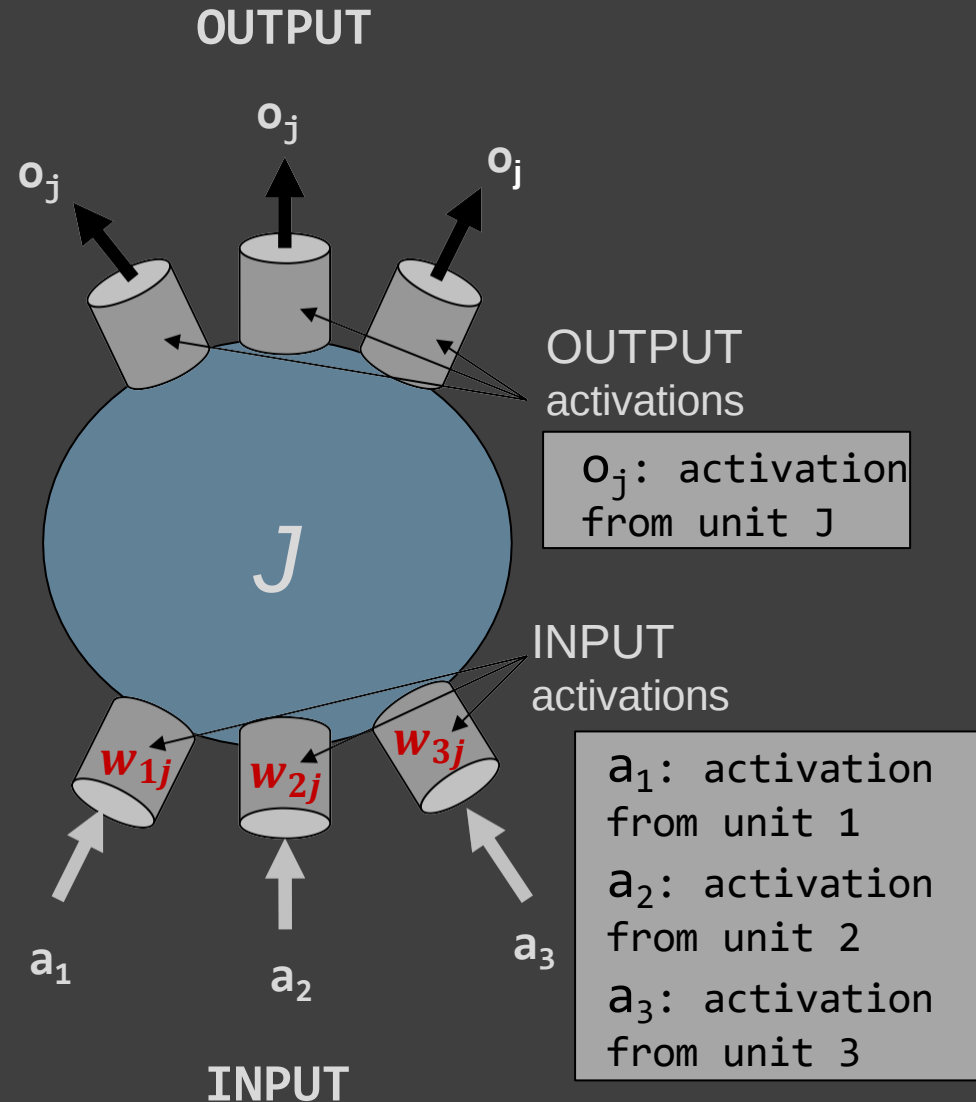
$w_{1j}$  : βάρος της σύνδεσης μεταξύ νευρώνα 1 και νευρώνα  $j$   
 $w_{2j}$  : βάρος της σύνδεσης μεταξύ νευρώνα 2 και νευρώνα  $j$   
 $w_{3j}$  : βάρος της σύνδεσης μεταξύ νευρώνα 3 και νευρώνα  $j$



# Τεχνητός Νευρώνας

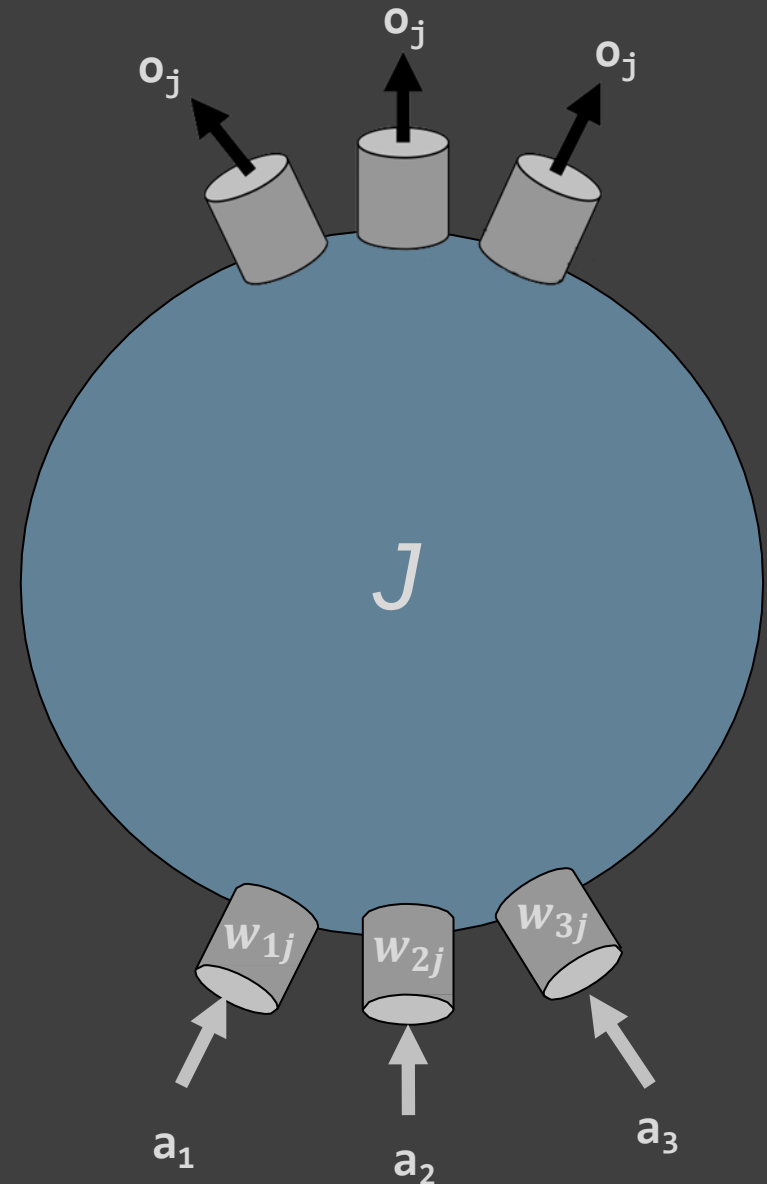
Κάθε σύνδεση φέρει ένα **βάρος**, το οποίο προσδιορίζει πόσο ισχυρή ή ασθενής είναι.

- μη διακριτές τιμές (συνήθως στο διάστημα  $(-1,1)$  ή  $(0,1)$ )
- τιμές κοντά στο 0: ασθενής σύνδεση, δεν επηρεάζει πολύ την έξοδο
- τιμές κοντά στο 1: ισχυρή σύνδεση, επηρεάζει αρκετά την έξοδο, αυξάνοντας την τιμή της
- τιμές κοντά στο -1: ισχυρή σύνδεση, επηρεάζει αρκετά την έξοδο, μειώνοντας την τιμή της



# Τεχνητός Νευρώνας

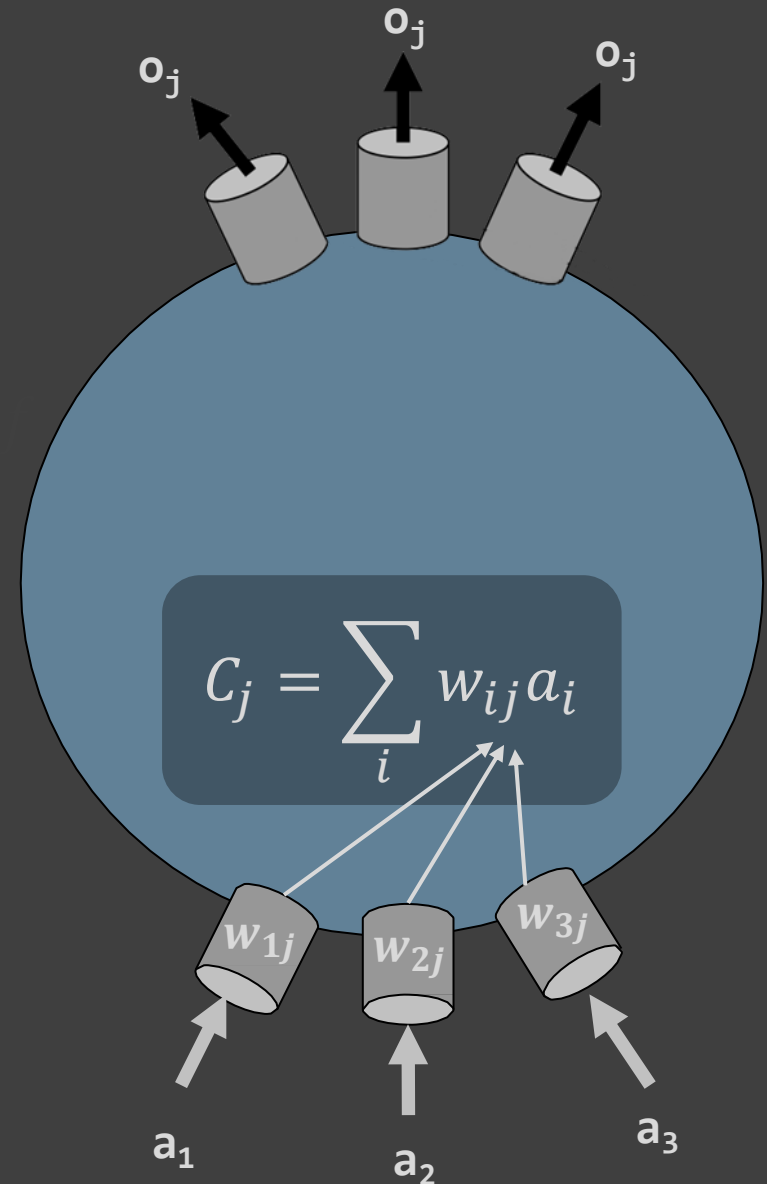
Πώς υπολογίζεται η έξοδος  
του τεχνητού νευρώνα;



# Τεχνητός Νευρώνας

Πώς υπολογίζεται η **έξοδος**  
του τεχνητού νευρώνα;

σταθμισμένο άθροισμα εισόδων

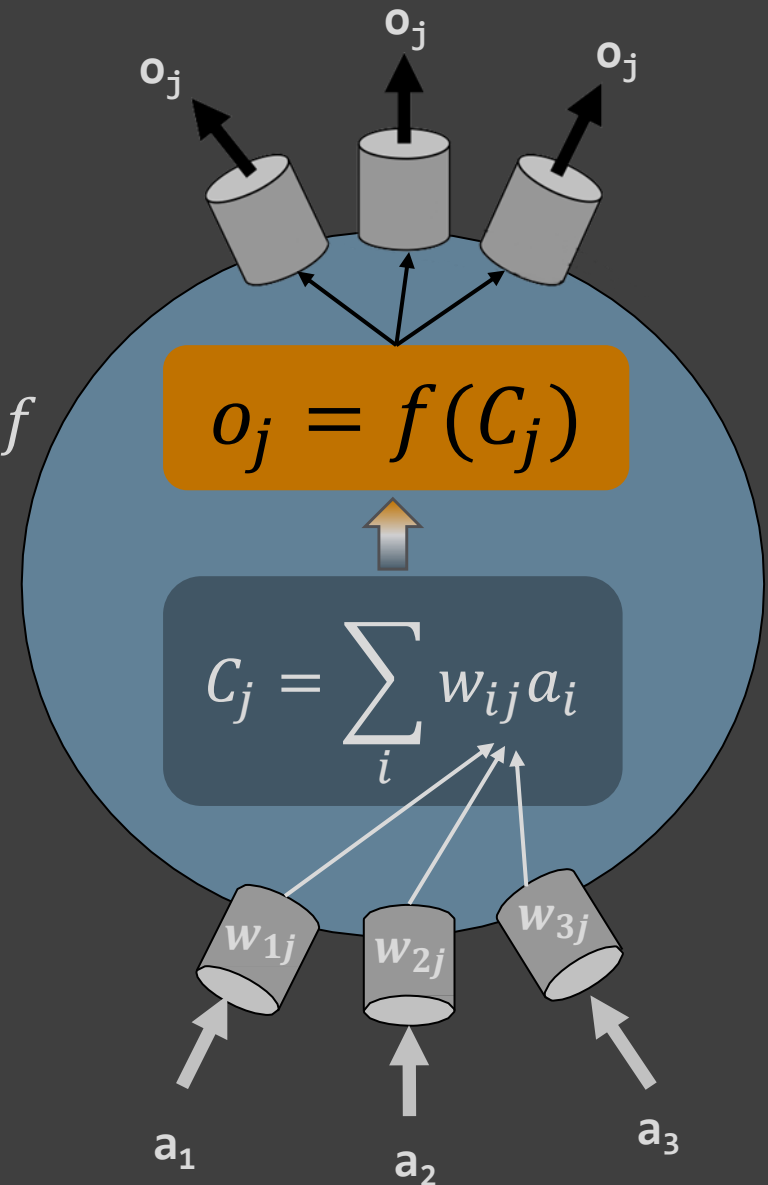


# Τεχνητός Νευρώνας

Πώς υπολογίζεται η **έξοδος**  
του τεχνητού νευρώνα;

“συμπίεση” μέσω της συνάρτησης  $f$

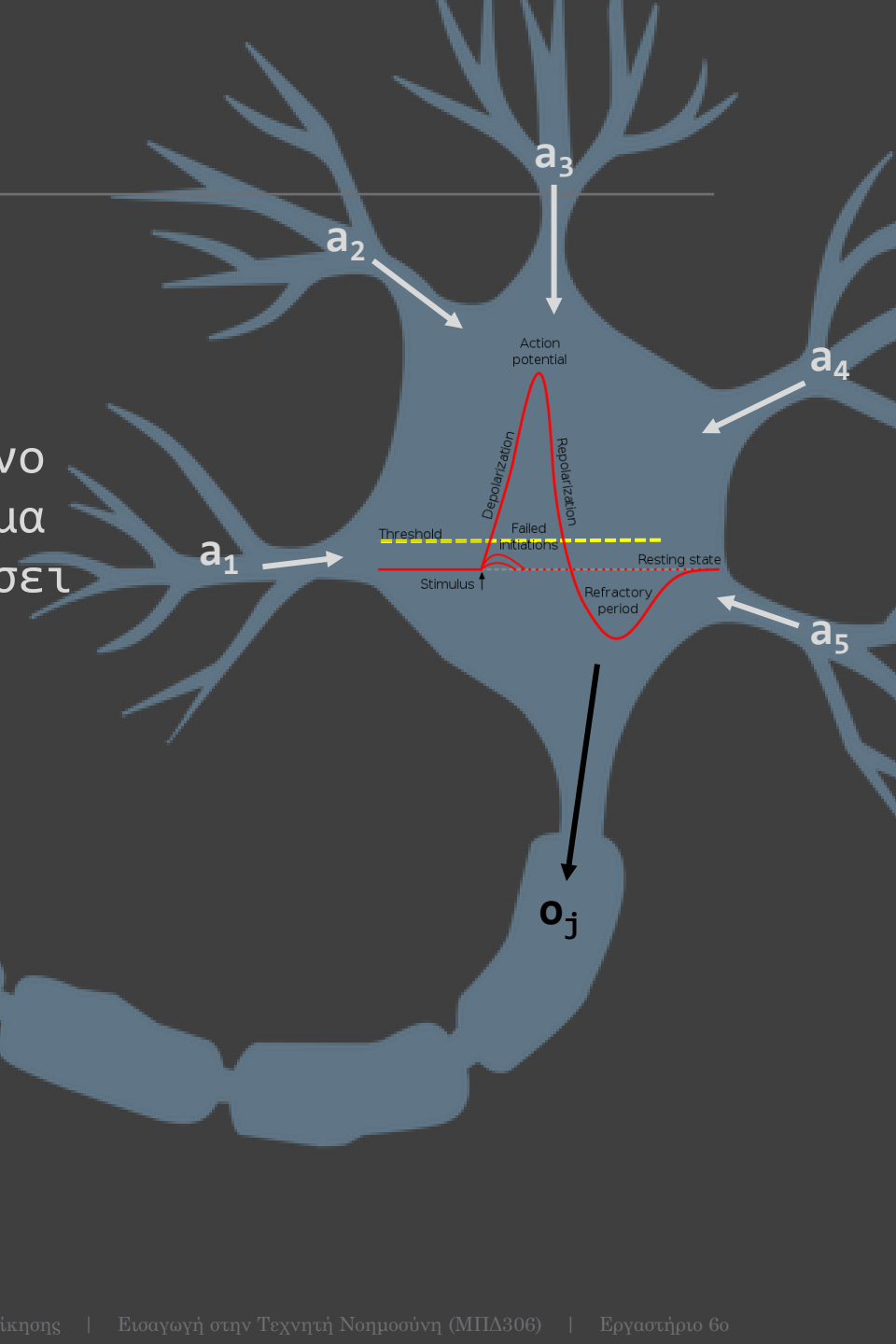
σταθμισμένο άθροισμα εισόδων



# Τεχνητός Νευρώνας

## Βιολογικός Νευρώνας

- η έξοδος **ενεργοποιείται** μόνο όταν το σταθμισμένο άθροισμα των σημάτων εισόδου ξεπεράσει ένα **κατώφλι**
- η έξοδος είναι κάθε φορά ίδιου μεγέθους/έντασης



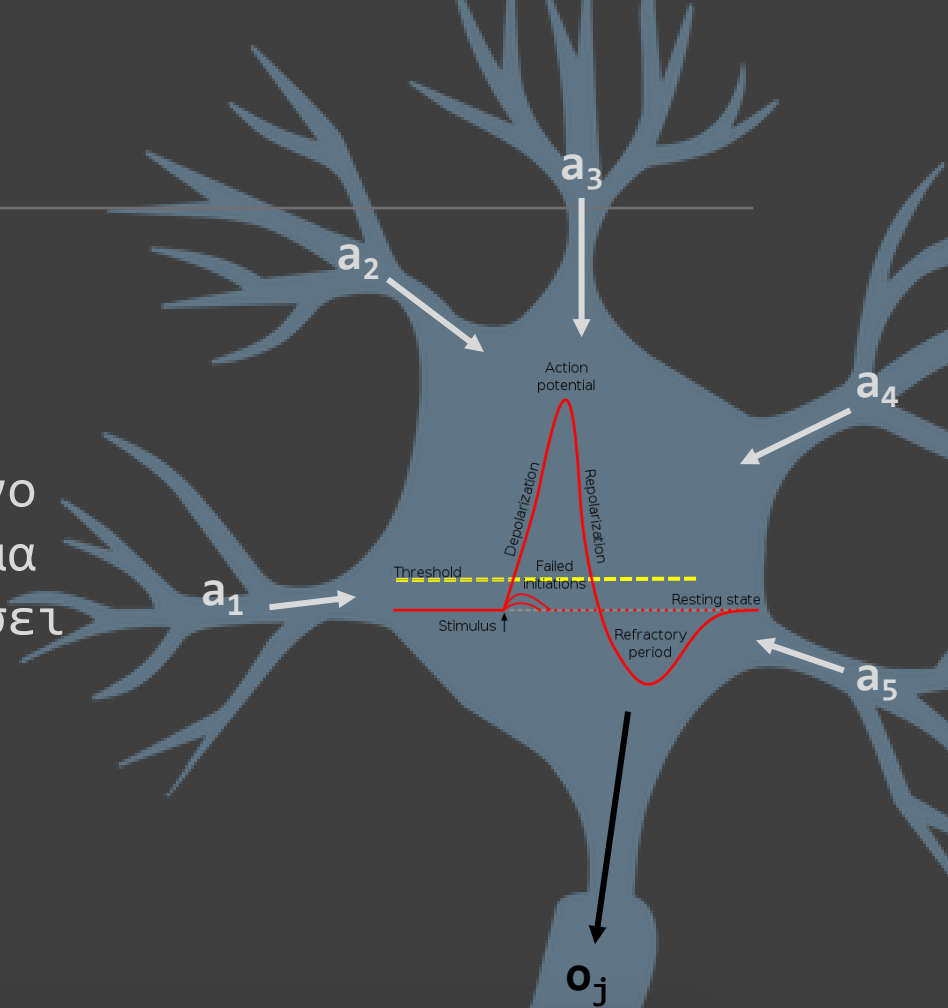
# Τεχνητός Νευρώνας

## Βιολογικός Νευρώνας

- η έξοδος **ενεργοποιείται** μόνο όταν το σταθμισμένο άθροισμα των σημάτων εισόδου ξεπεράσει ένα **κατώφλι**
- η έξοδος είναι κάθε φορά ίδιου μεγέθους/έντασης

Συνεπώς:

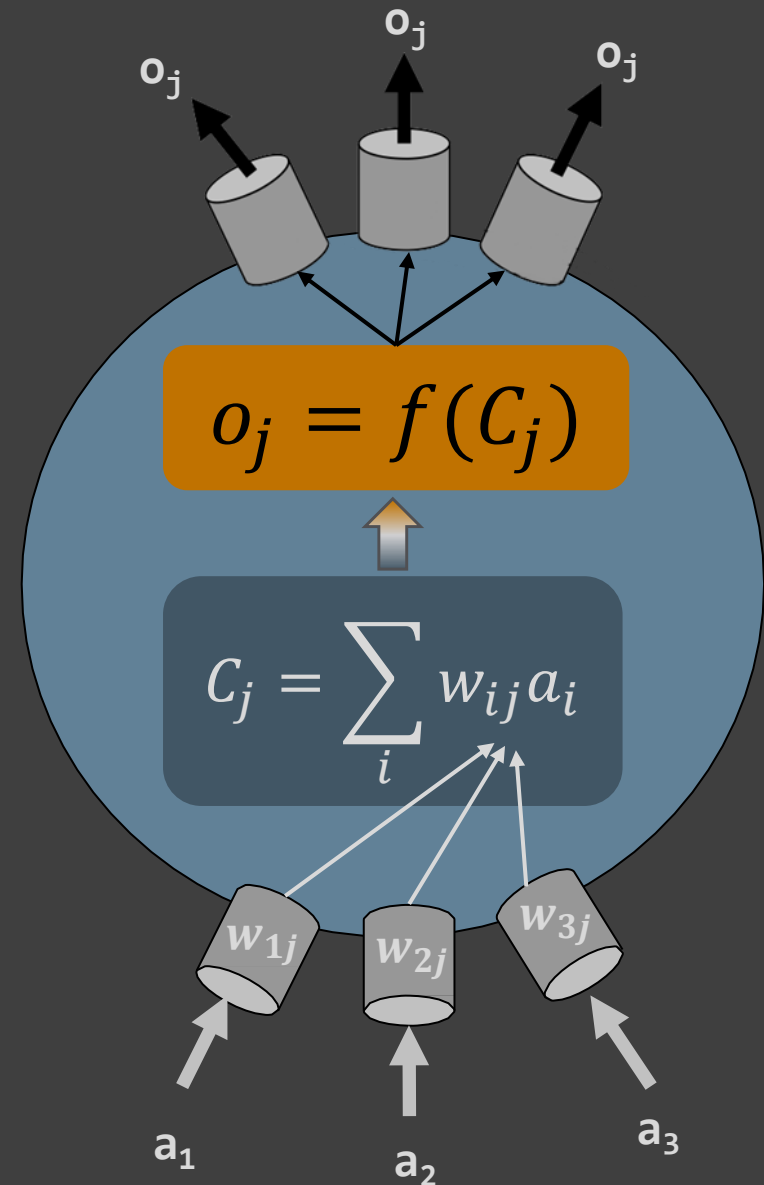
- ✓ υψηλές τιμές εισόδου ΔΕΝ οδηγούν σε ΙΣΧΥΡΟΤΕΡΗ έξοδο
- ✓ χαμηλές τιμές εισόδου ΔΕΝ οδηγούν σε ΑΣΘΕΝΕΣΤΕΡΗ έξοδο
- ✓ συχνότητα ενεργοποίησης, όχι ένταση



# Τεχνητός Νευρώνας

η έξοδος του τεχνητού νευρώνα αναλογεί στη **συχνότητα ενεργοποίησης** του βιολογικού νευρώνα

- η συχνότητα ενεργοποίησης του βιολογικού νευρώνα δεν ξεπερνάει τις τυπικές μέγιστες και ελάχιστες τιμές της
- η τιμή εξόδου του τεχνητού νευρώνα “συμπιέζεται” για να παραμένει μέσα σε συγκεκριμένα όρια



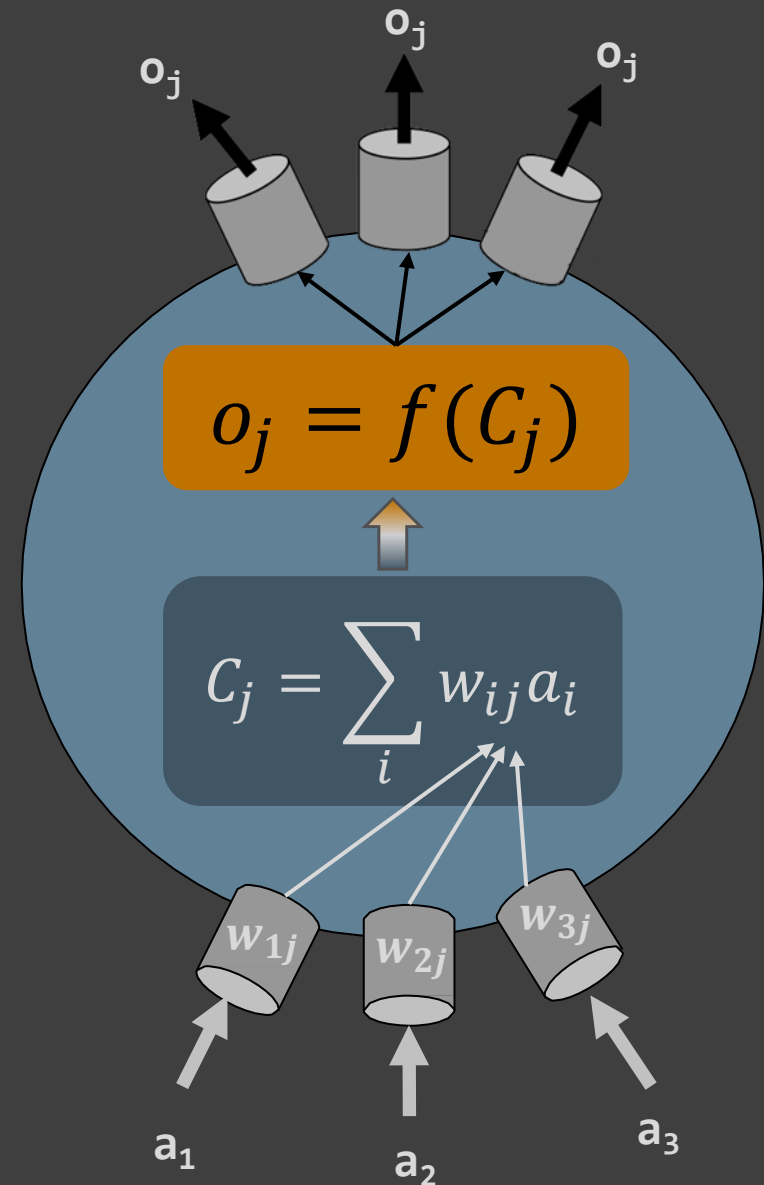
# Τεχνητός Νευρώνας

η έξοδος του τεχνητού νευρώνα αναλογεί στη **συχνότητα ενεργοποίησης** του βιολογικού νευρώνα

$o_j = 0 \rightarrow$  ο νευρώνας δεν ενεργοποιείται

$o_j = 1 \rightarrow$  ο νευρώνας ενεργοποιείται με τη μέγιστη συχνότητα

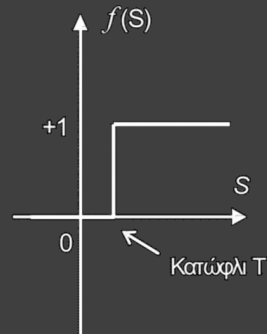
όλες οι ενδιάμεσες τιμές αντιστοιχούν σε ενδιάμεσες τιμές της συχνότητας ενεργοποίησης



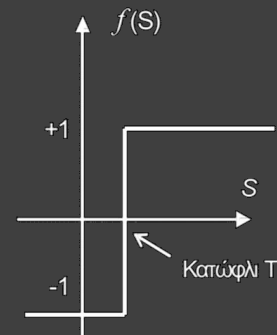
# Τεχνητός Νευρώνας

## Συνάρτηση ενεργοποίησης $f$

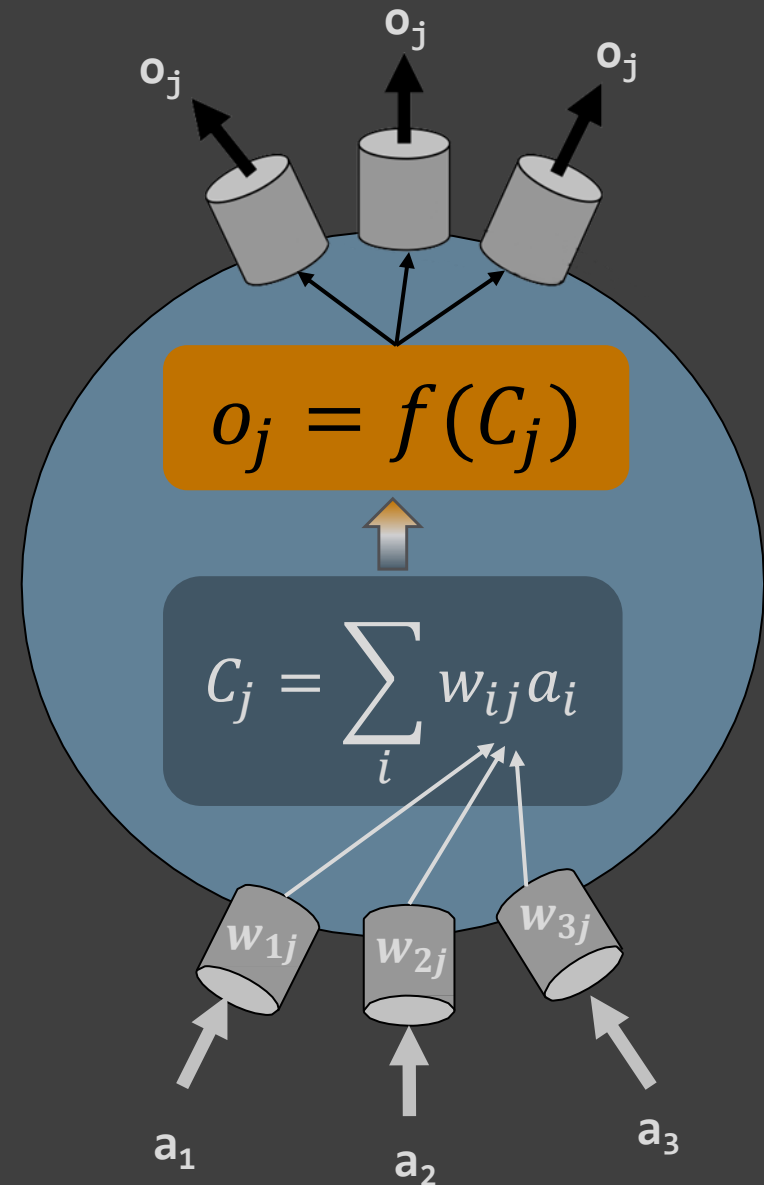
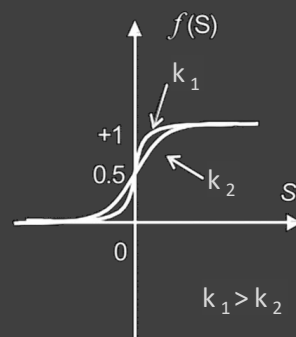
- ΒΗΜΑΤΙΚΗ  
(διακριτές τιμές)



- ΠΡΟΣΗΜΟΥ  
(διακριτές τιμές)



- ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ  
(συνεχείς τιμές)

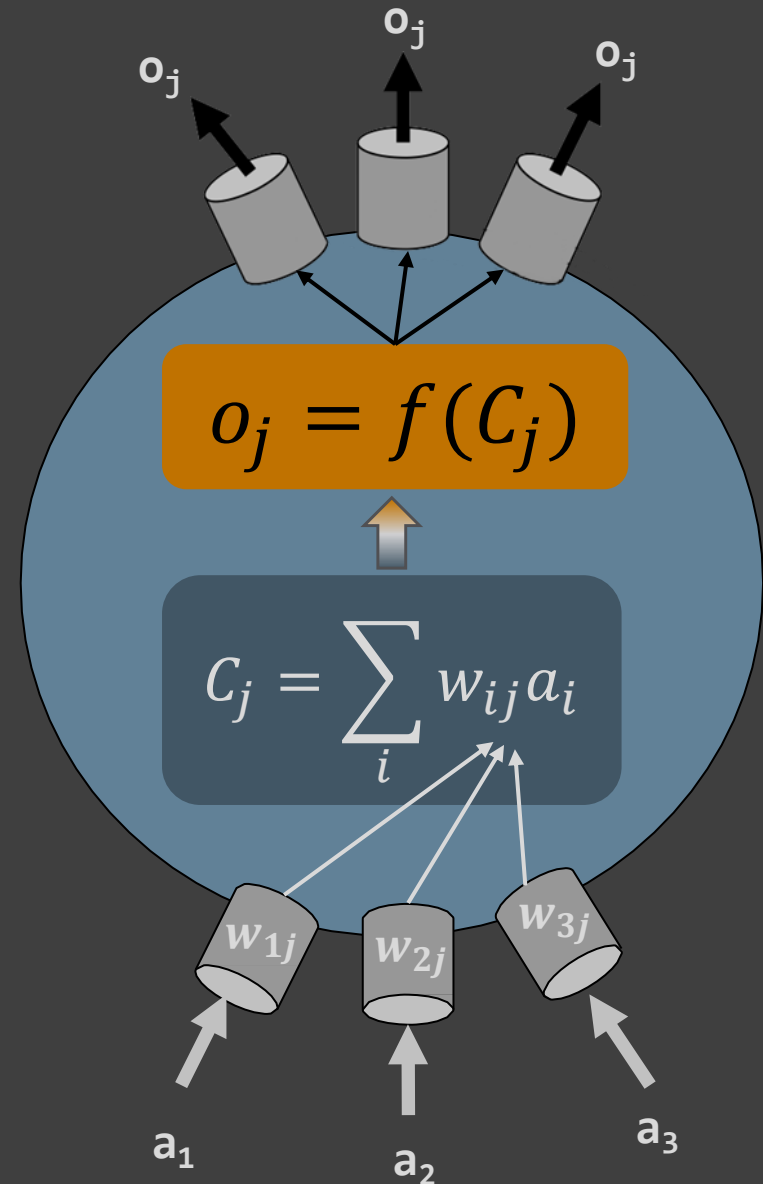
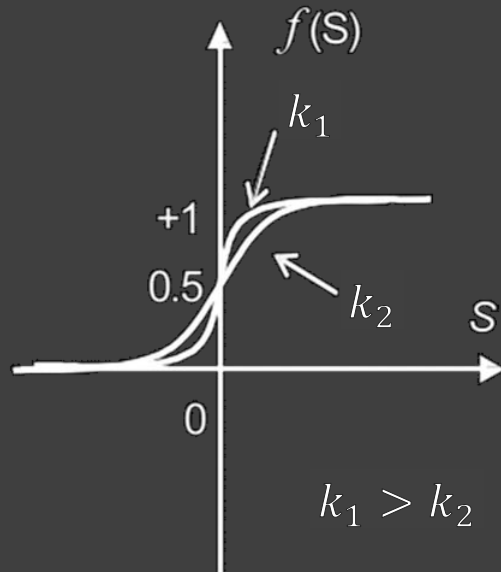


# Τεχνητός Νευρώνας

Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-kx}}$$

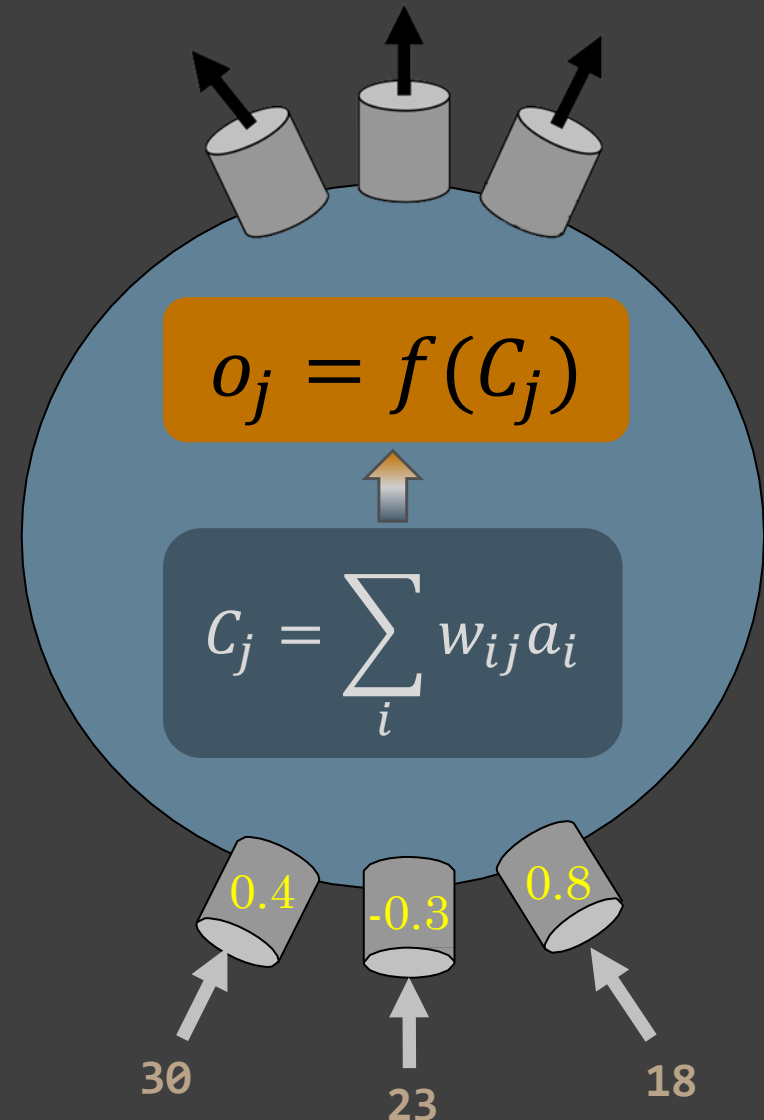


# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$



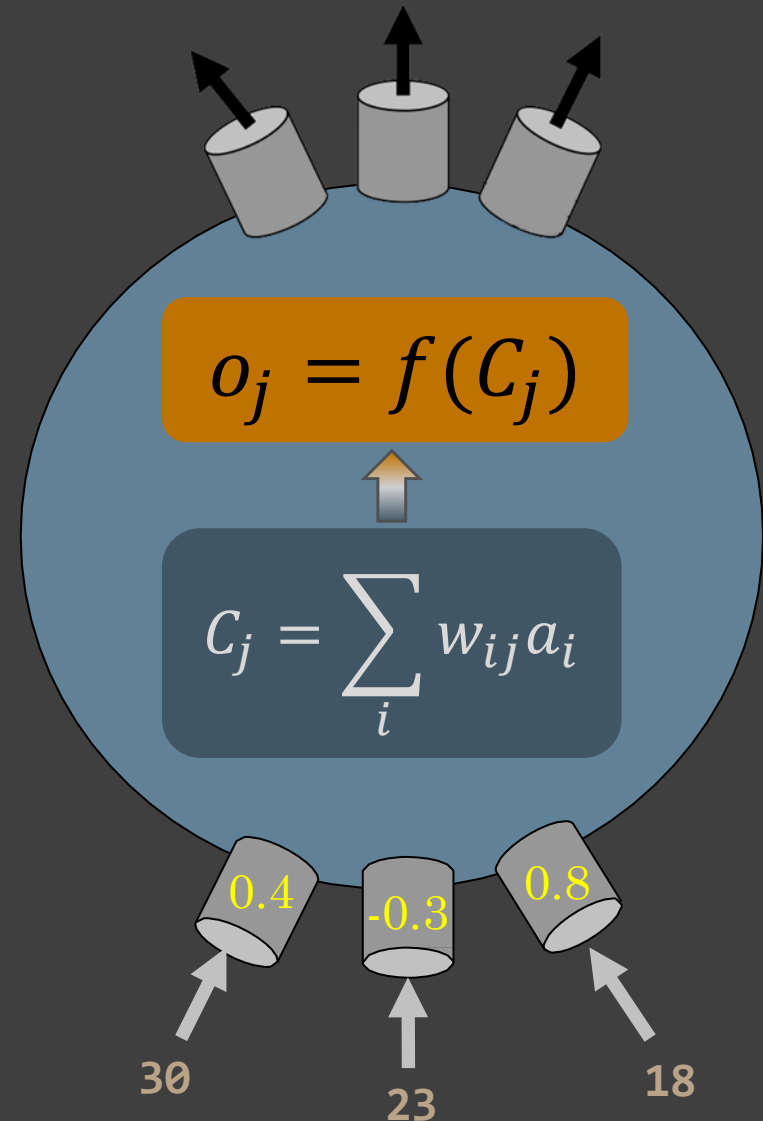
# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$

$$C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.4 \cdot 30$$
$$-0.3 \cdot 23 + 0.8 \cdot 18 = 19.5$$



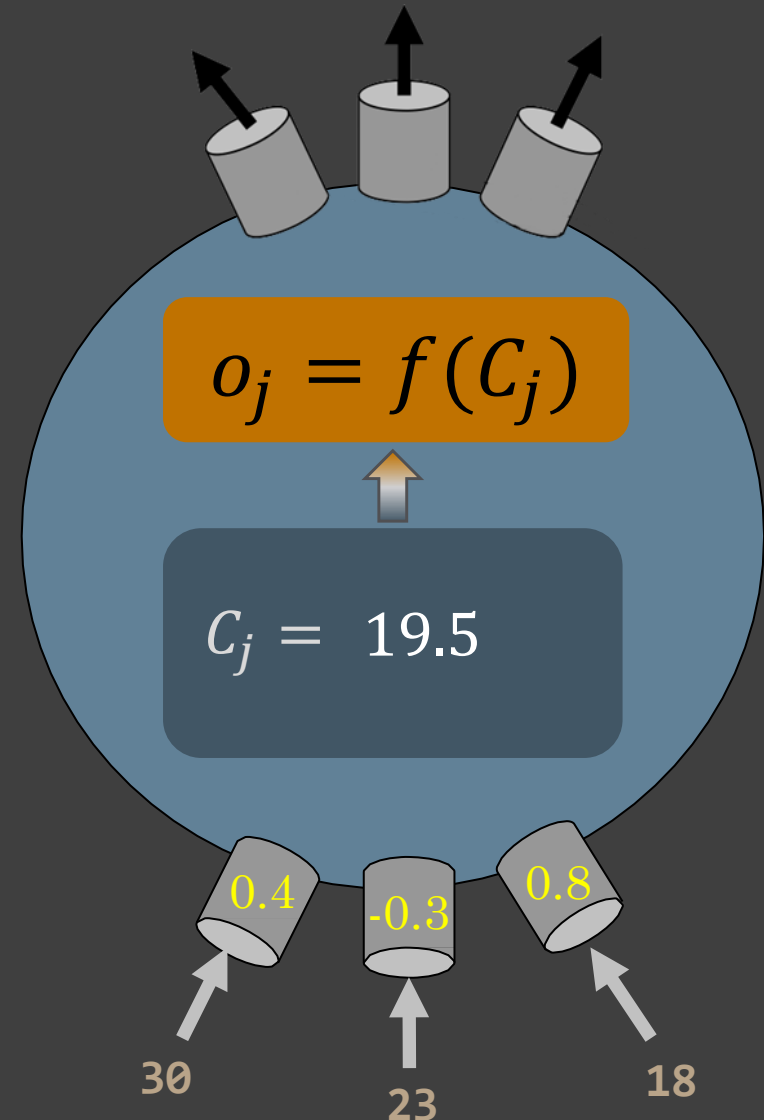
# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$

$$C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.4 \cdot 30$$
$$-0.3 \cdot 23 + 0.8 \cdot 18 = 19.5$$



# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

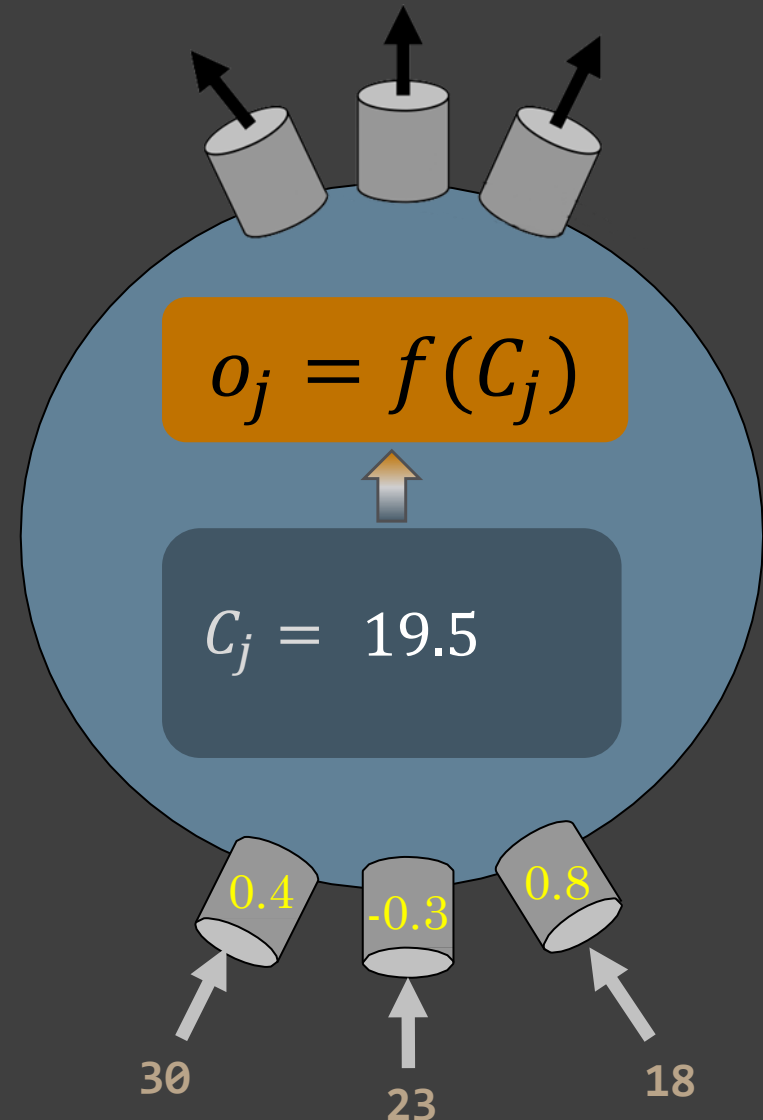
Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$

$$C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.4 \cdot 30$$
$$-0.3 \cdot 23 + 0.8 \cdot 18 = 19.5$$

$$O_j = f(C_j) = \frac{1}{1 + e^{-0.2 \cdot C_j}} =$$
$$\frac{1}{1 + e^{-0.2 \cdot 19.5}} = 0.98$$



# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

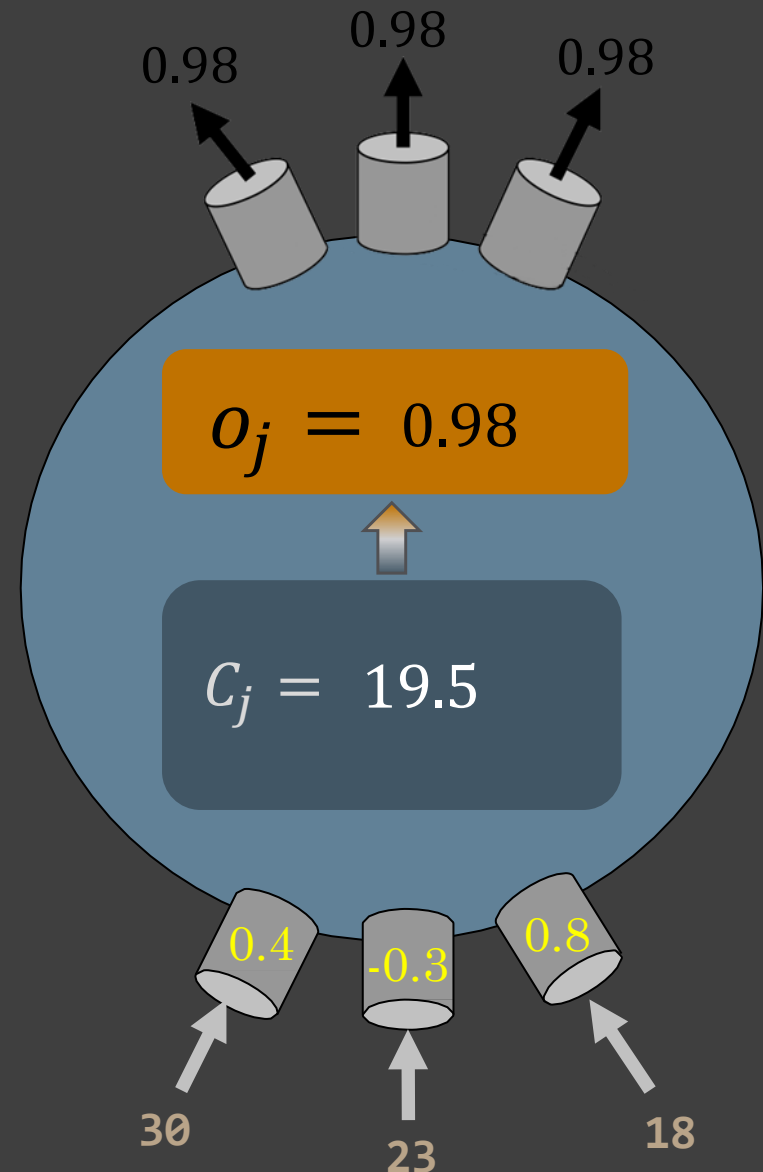
$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$

$$C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.4 \cdot 30$$

$$-0.3 \cdot 23 + 0.8 \cdot 18 = 19.5$$

$$O_j = f(C_j) = \frac{1}{1 + e^{-0.2 \cdot C_j}} =$$

$$\frac{1}{1 + e^{-0.2 \cdot 19.5}} = 0.98$$

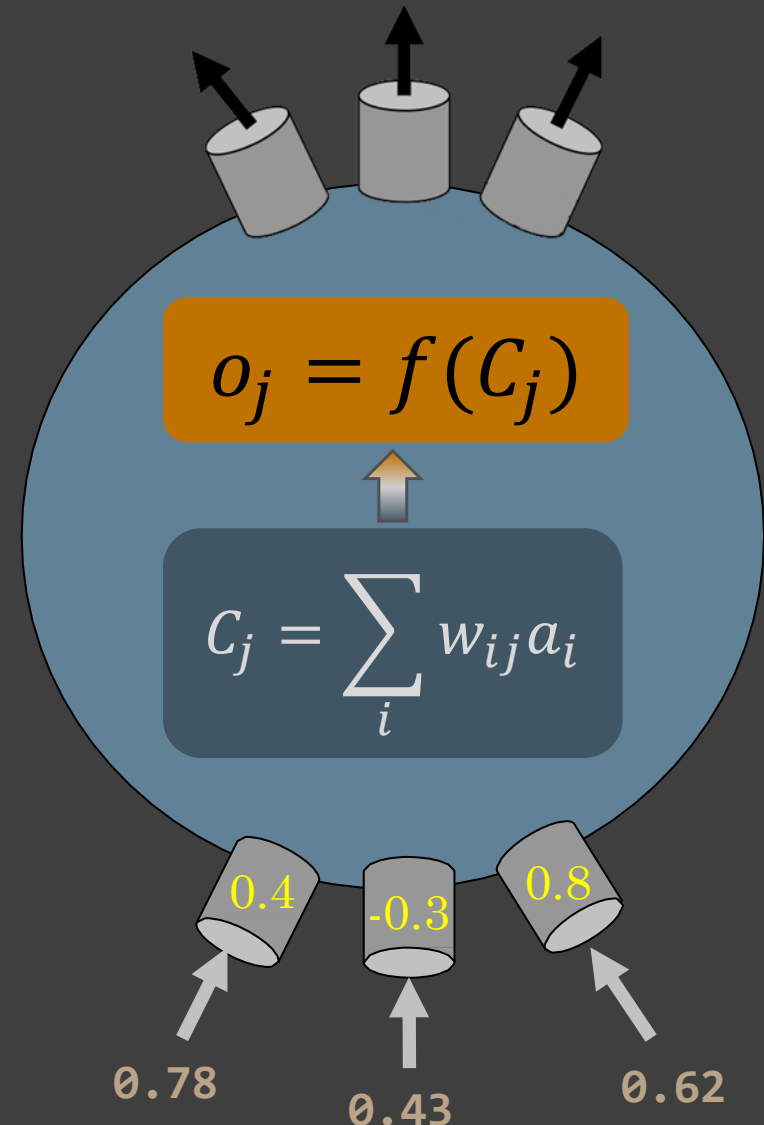


# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$



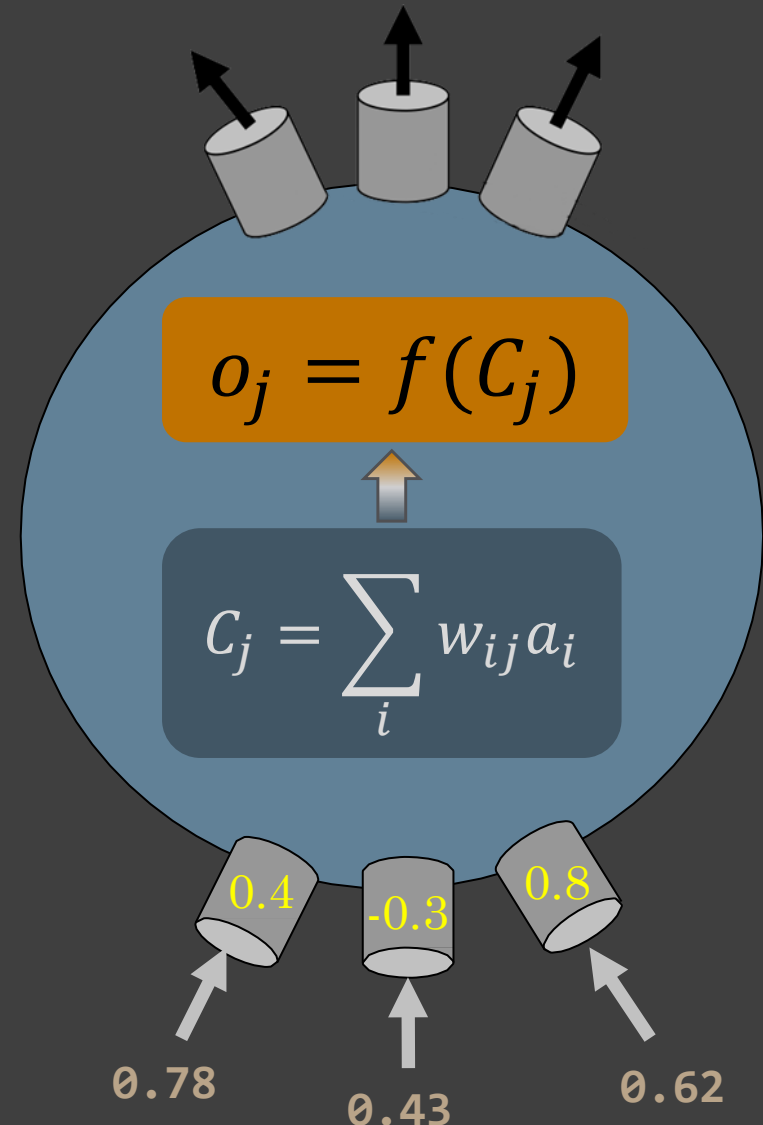
# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$

$$C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.4 \cdot 0.78$$
$$-0.3 \cdot 0.43 + 0.8 \cdot 0.62 = 0.679$$



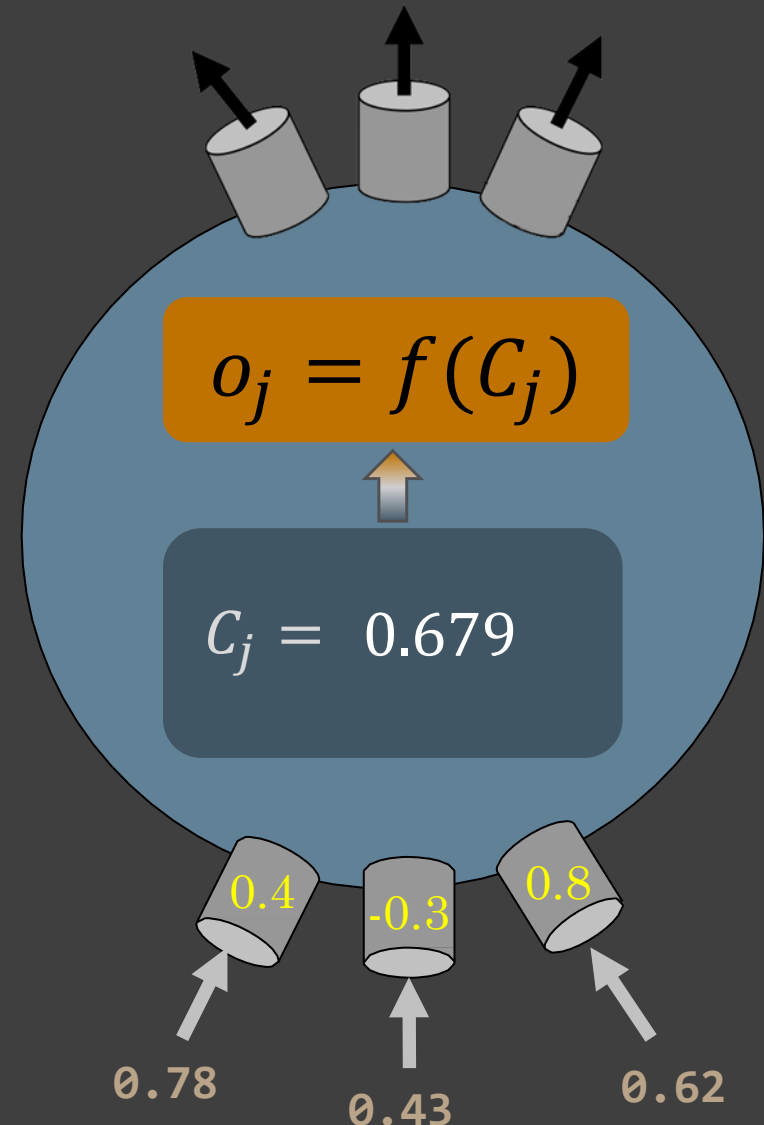
# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$

$$C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.4 \cdot 0.78$$
$$-0.3 \cdot 0.43 + 0.8 \cdot 0.62 = 0.679$$



# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

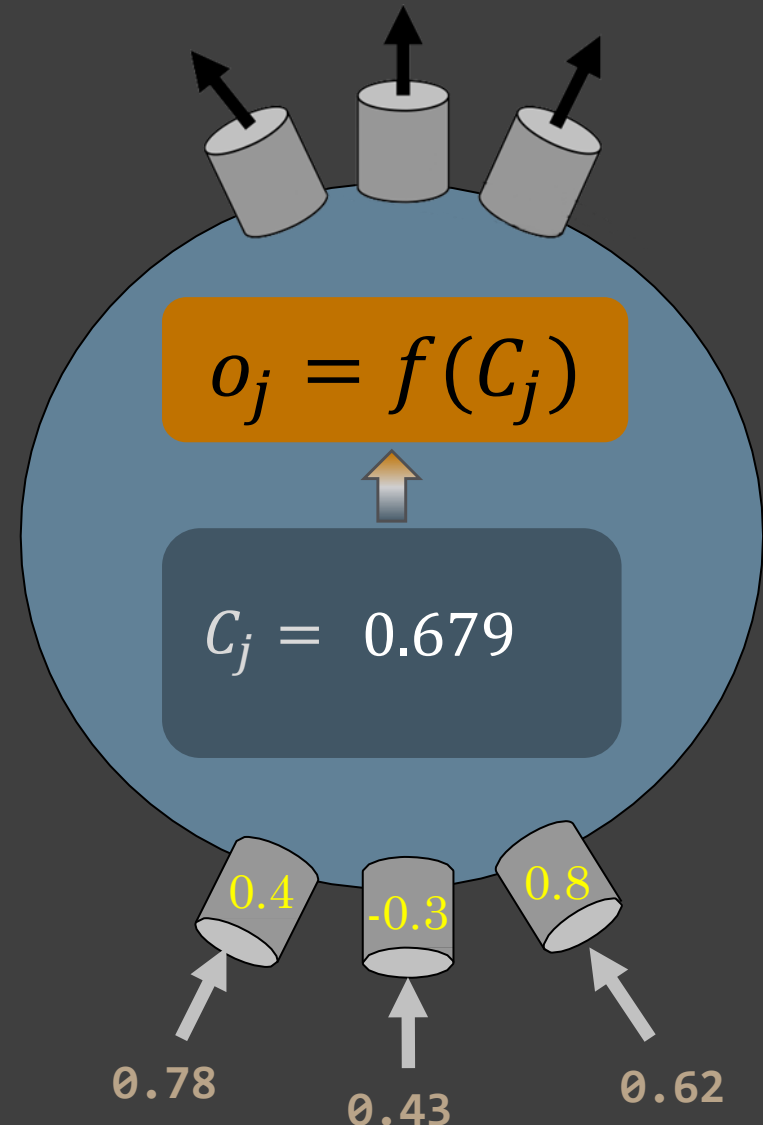
Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$

$$C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.4 \cdot 0.78 \\ -0.3 \cdot 0.43 + 0.8 \cdot 0.62 = 0.679$$

$$O_j = f(C_j) = \frac{1}{1 + e^{-0.2 \cdot C_j}} = \\ \frac{1}{1 + e^{-0.2 \cdot 0.679}} = 0.53$$



# Παράδειγμα υπολογισμού εξόδου

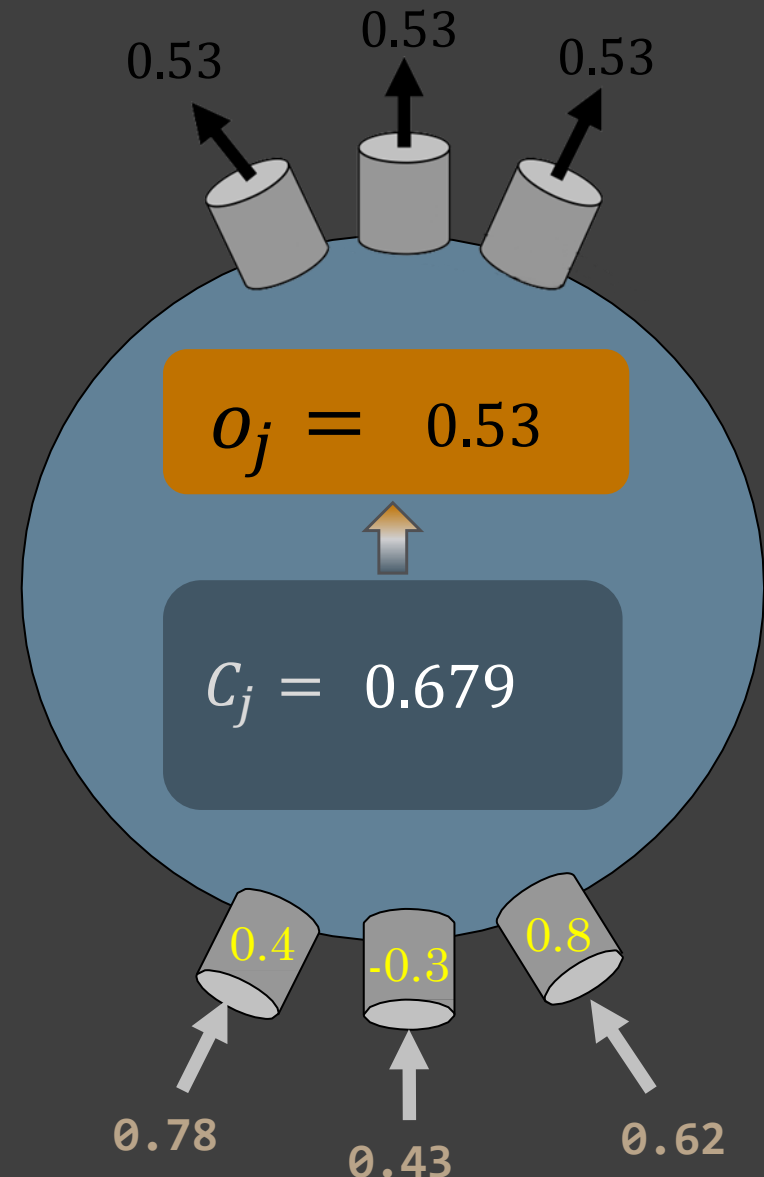
Συνάρτηση ενεργοποίησης  $f$

ΣΙΓΜΟΕΙΔΗΣ

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0.2x}}$$

$$C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.4 \cdot 0.78$$
$$-0.3 \cdot 0.43 + 0.8 \cdot 0.62 = 0.679$$

$$O_j = f(C_j) = \frac{1}{1 + e^{-0.2 \cdot C_j}} =$$
$$\frac{1}{1 + e^{-0.2 \cdot 0.679}} = 0.53$$

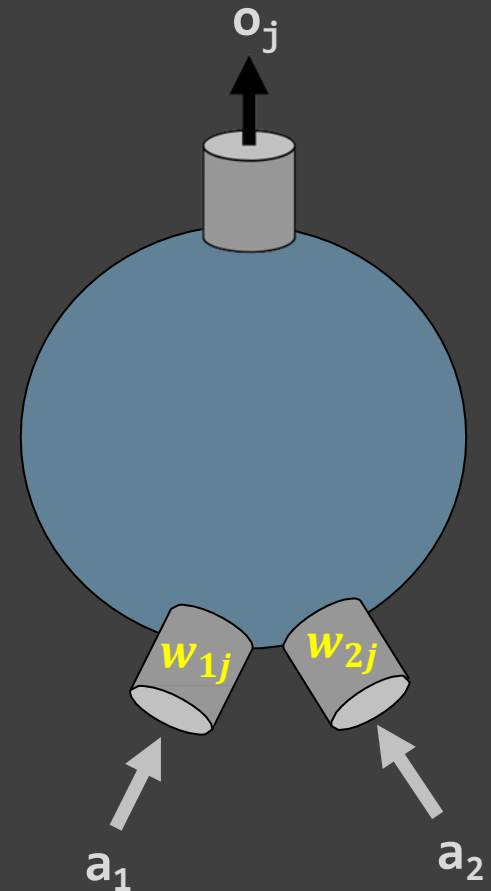


# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

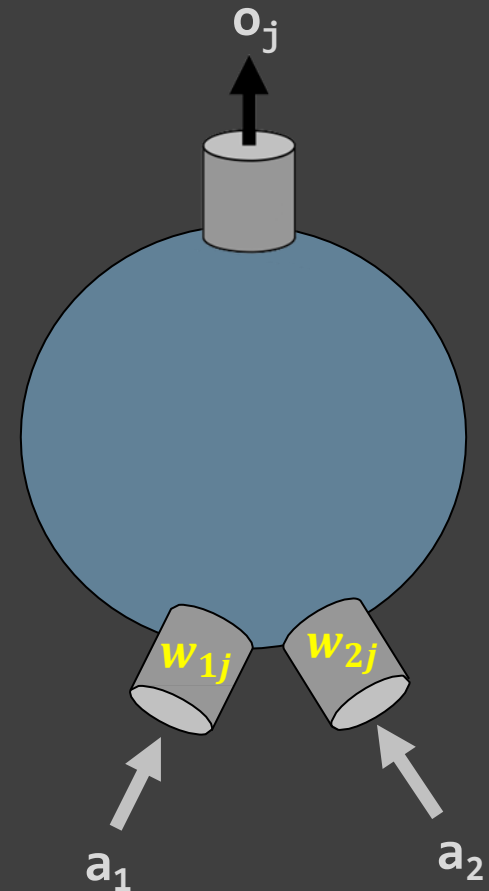
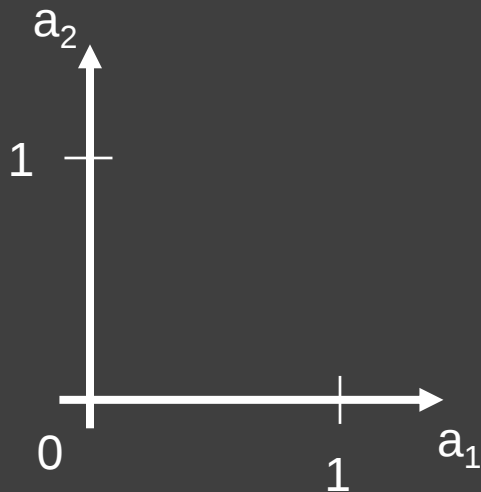


# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

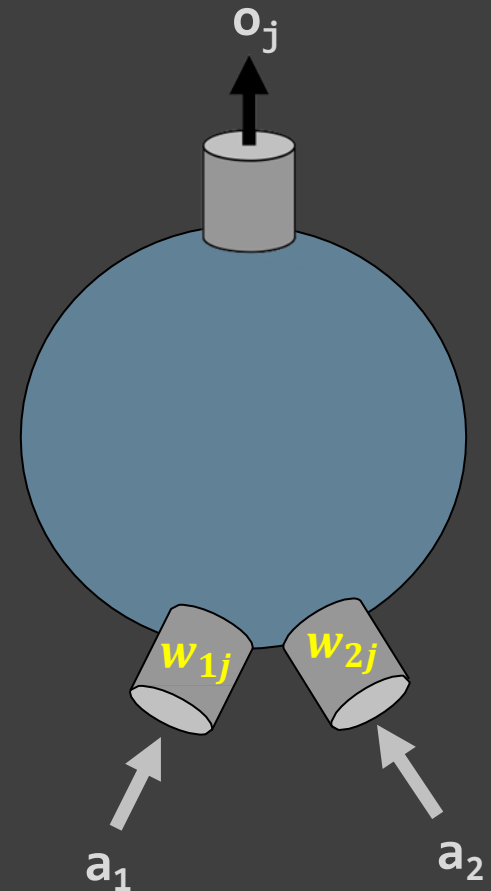
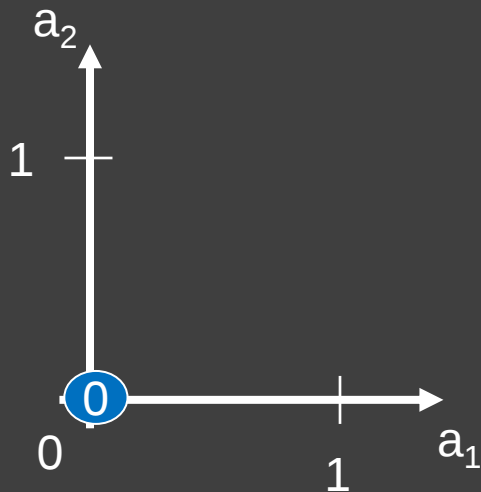


# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, & \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

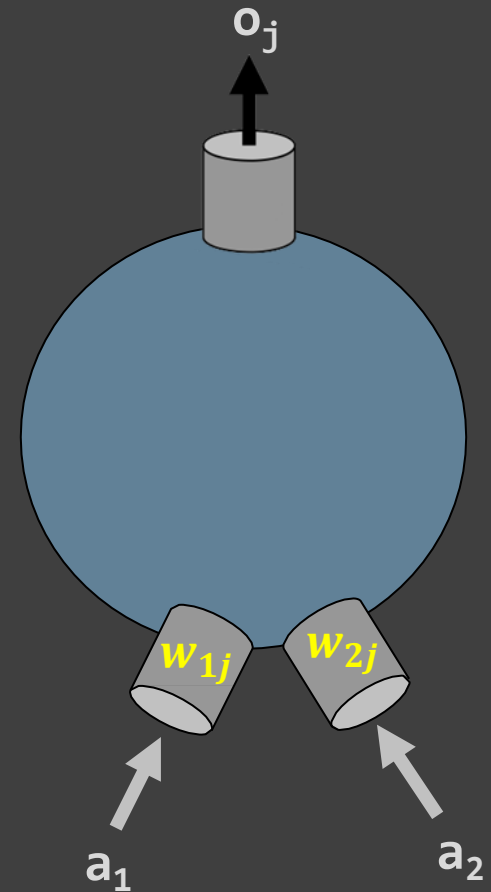
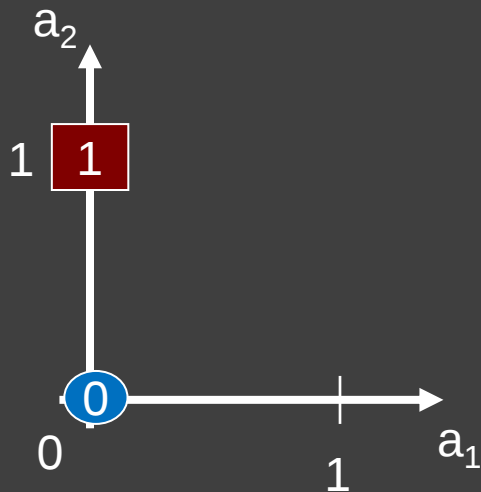


# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

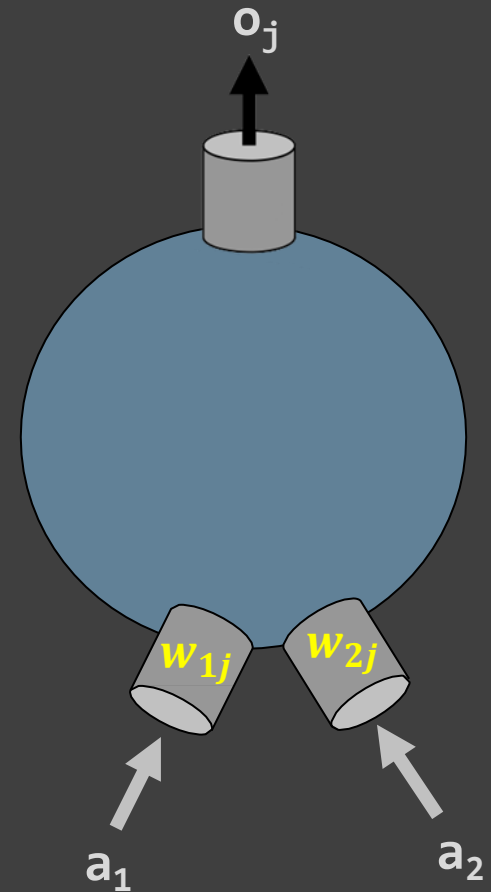
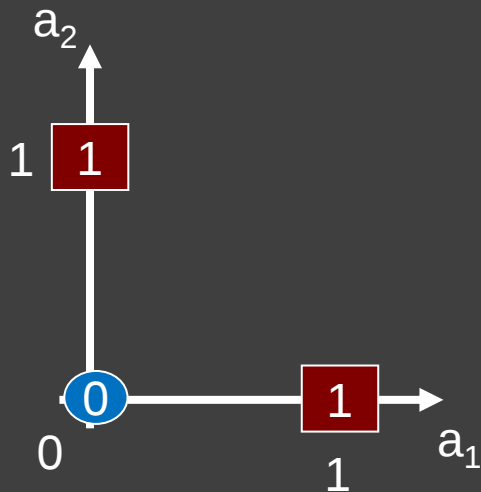


# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

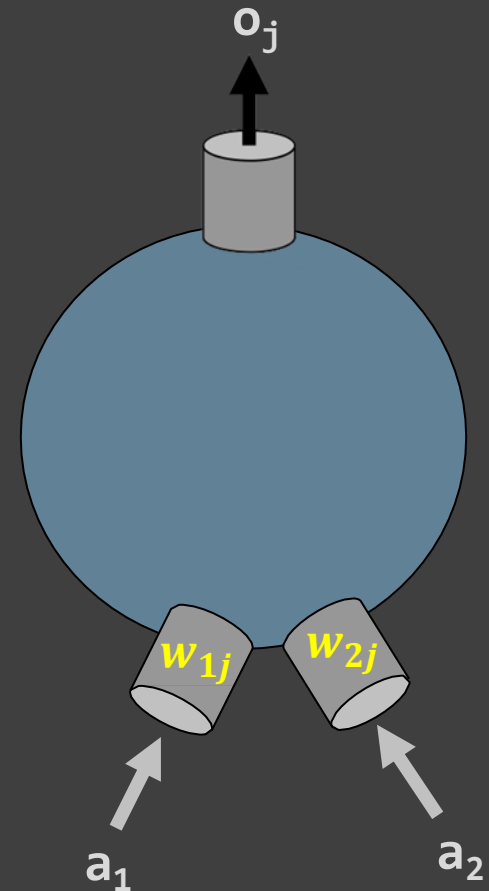
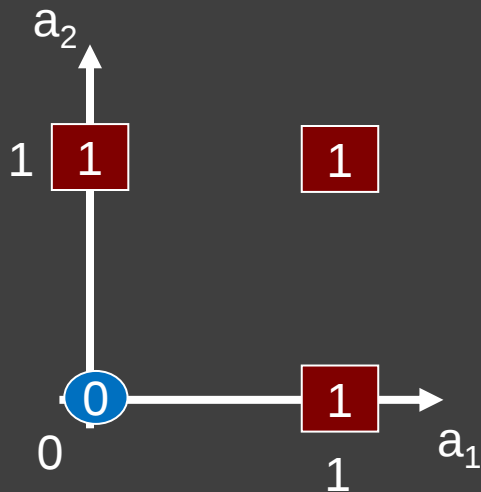


# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )



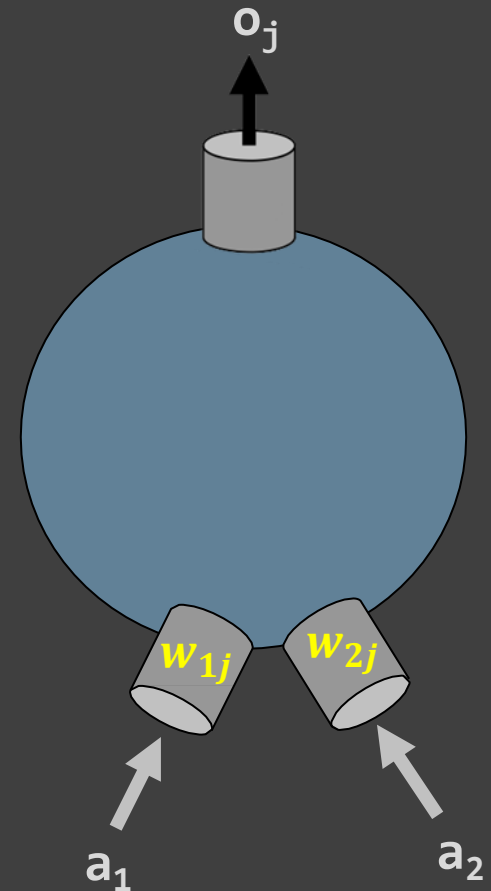
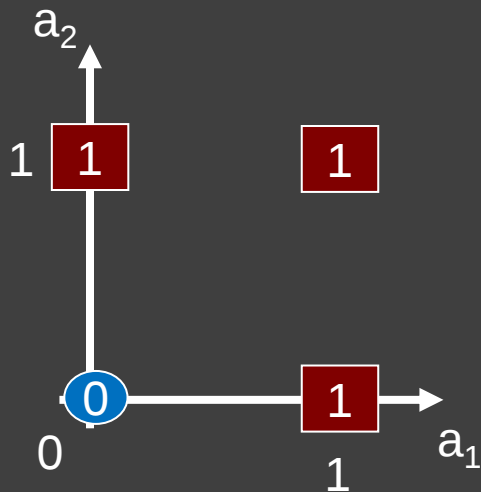
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.1, 0.2
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=0$



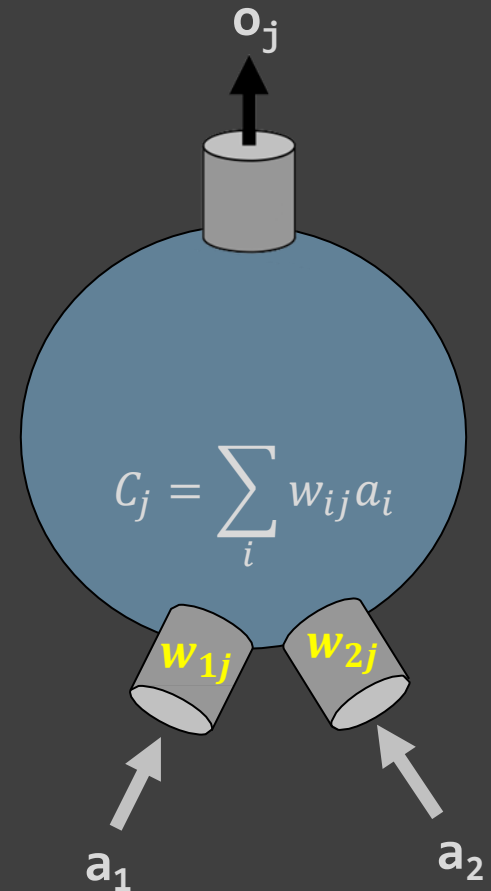
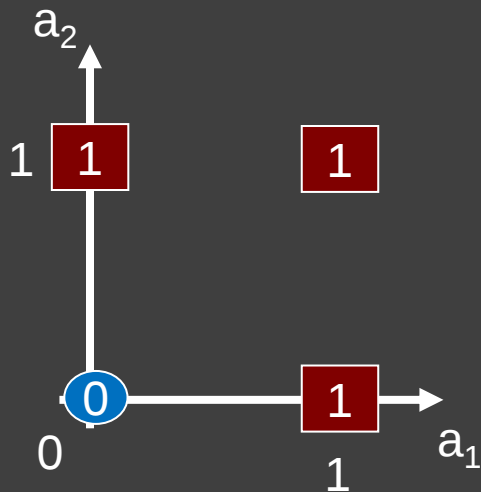
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.1, 0.2
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.1 \cdot 0 + 0.2 \cdot 0 = 0$



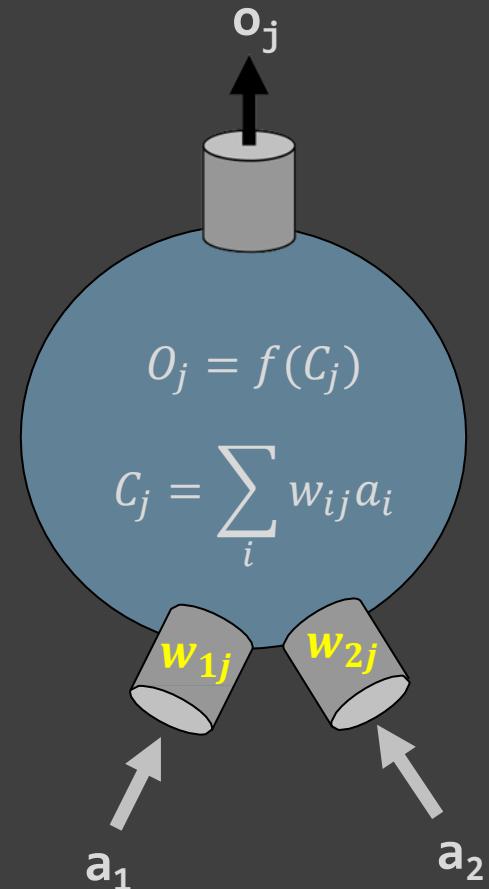
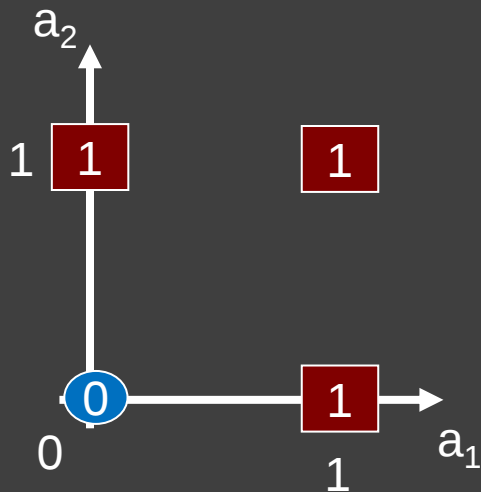
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.1, 0.2
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.1 \cdot 0 + 0.2 \cdot 0 = 0$
- $O_j = f(0) = 0$



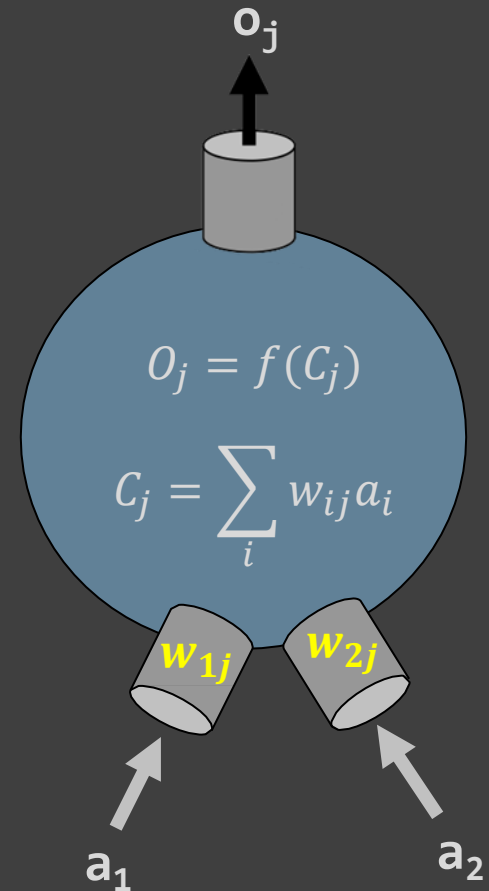
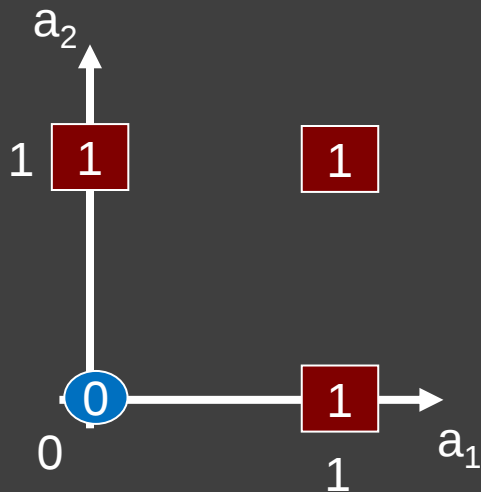
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.1, 0.2
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.1 \cdot 0 + 0.2 \cdot 0 = 0$
- $O_j = f(0) = 0$



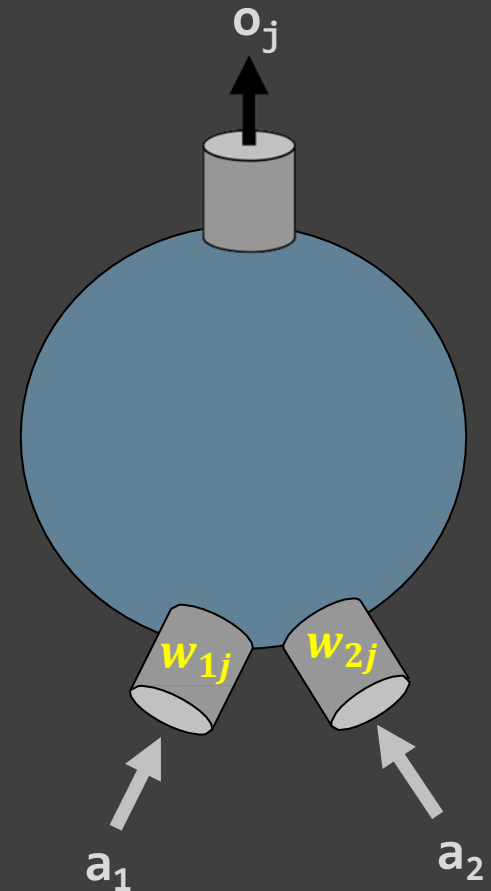
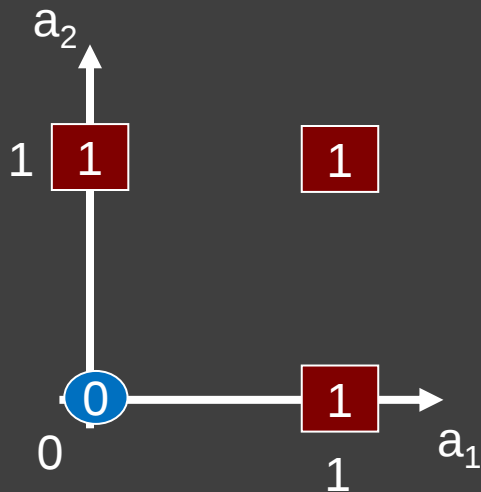
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.1, 0.2
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=1$



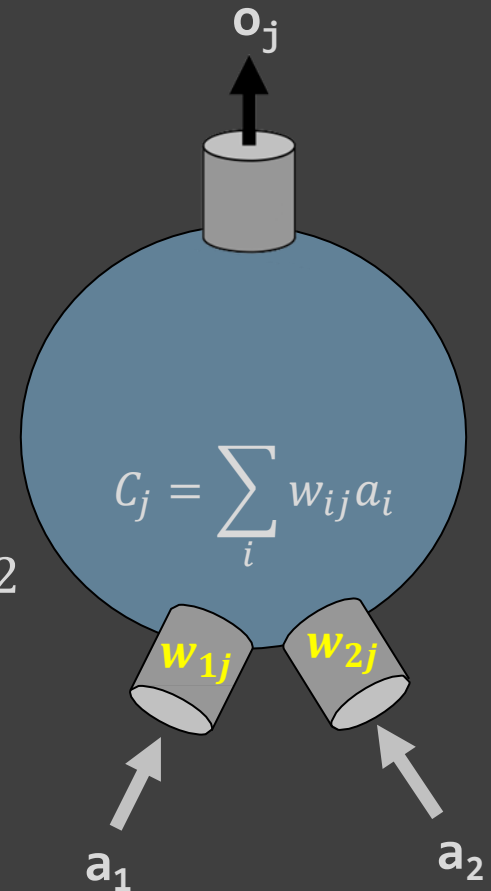
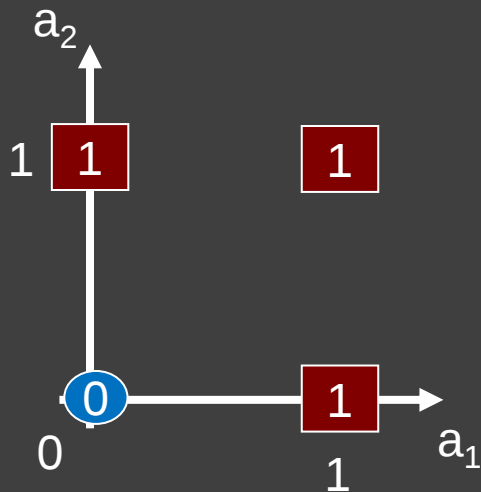
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.1, 0.2
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij} a_i = 0.1 \cdot 0 + 0.2 \cdot 1 = 0.2$



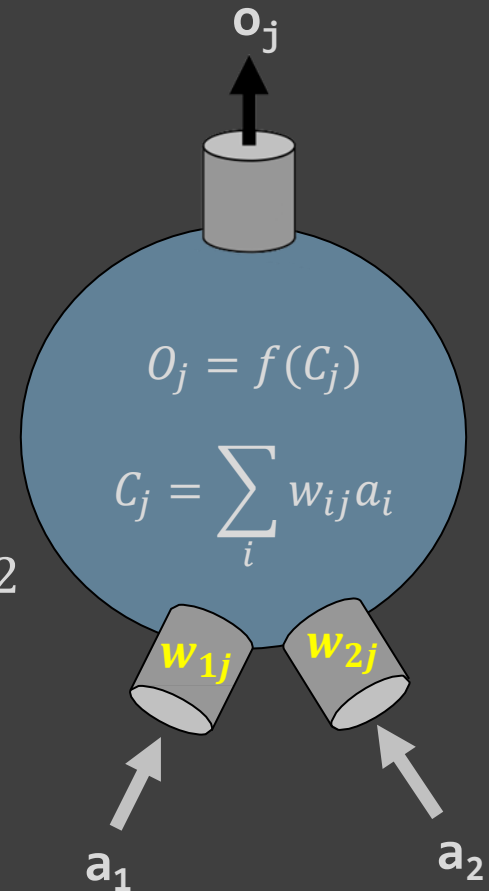
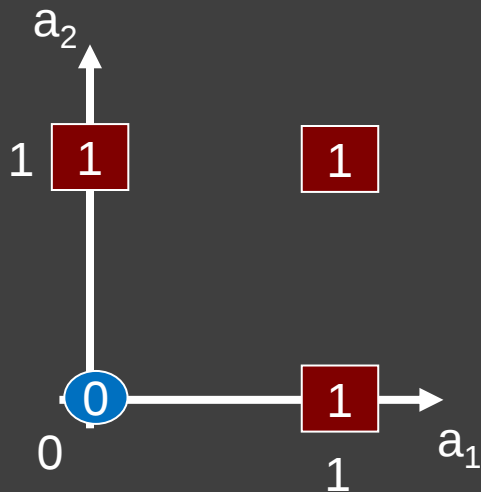
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.1, 0.2
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.1 \cdot 0 + 0.2 \cdot 1 = 0.2$
- $O_j = f(0.2) = 0$



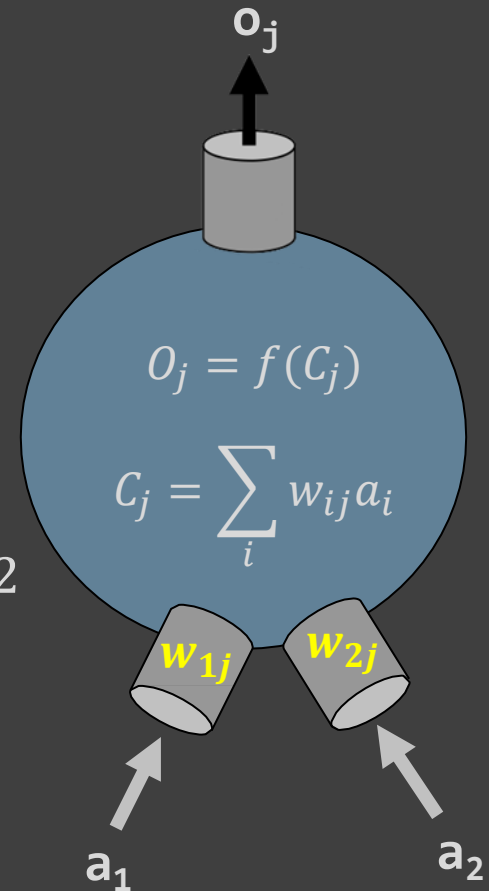
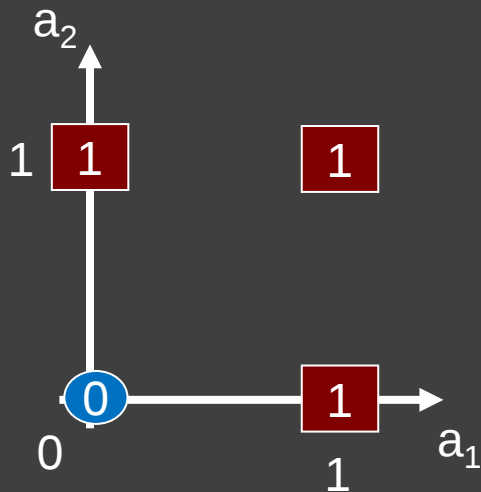
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.1, 0.2
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.1 \cdot 0 + 0.2 \cdot 1 = 0.2$
- $O_j = f(0.2) = 0$



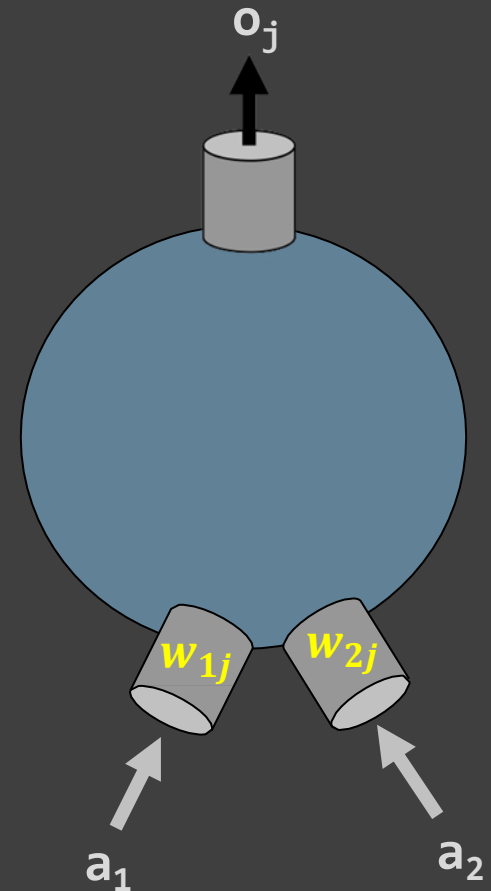
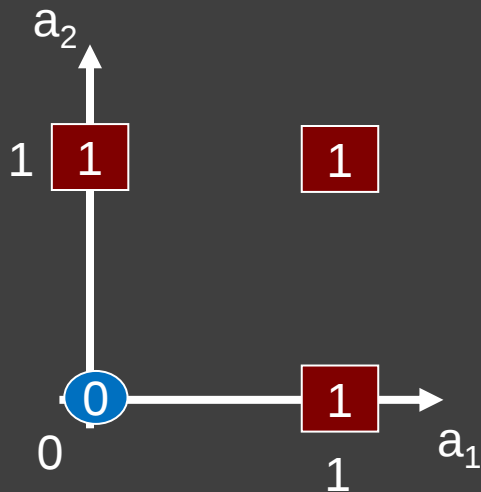
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: **0.5**, **0.4**
- είσοδοι:  $a_1=1$ ,  $a_2=0$



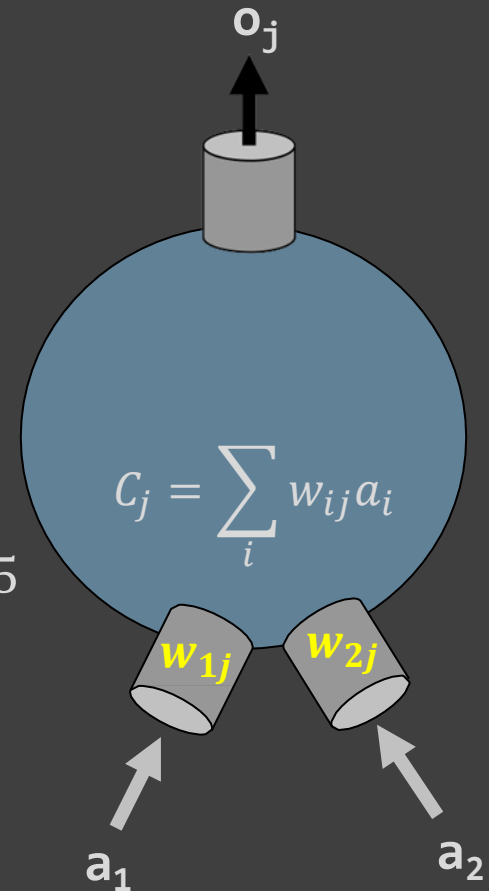
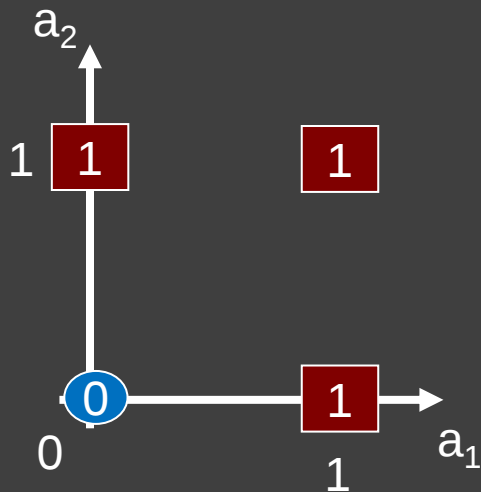
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=1$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 1 + 0.4 \cdot 0 = 0.5$



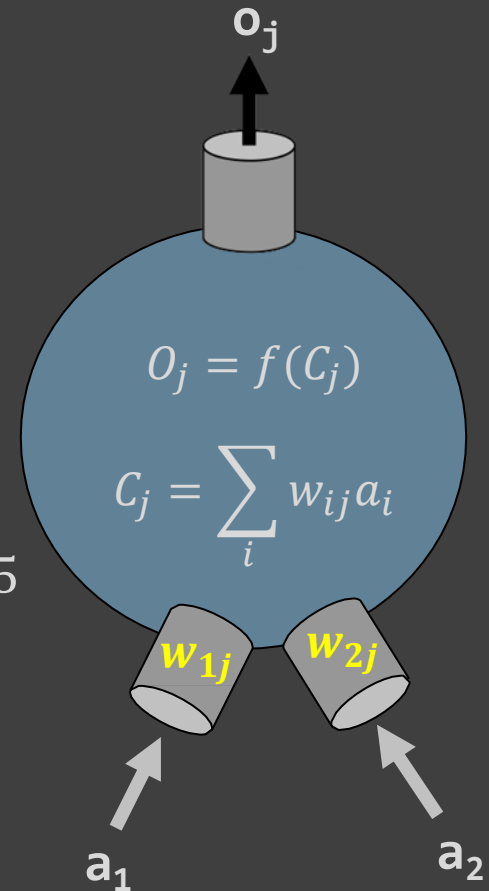
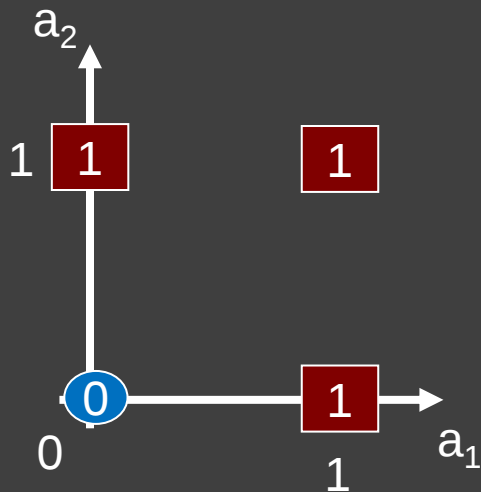
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=1$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 1 + 0.4 \cdot 0 = 0.5$
- $O_j = f(0.5) = 1$



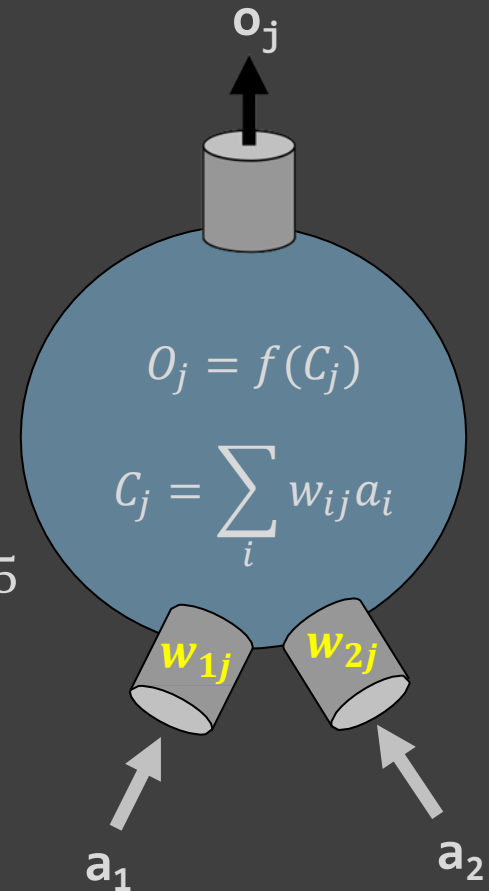
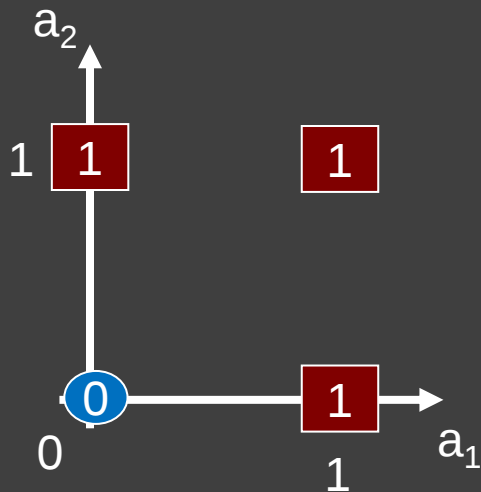
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=1$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 1 + 0.4 \cdot 0 = 0.5$
- $O_j = f(0.5) = 1$



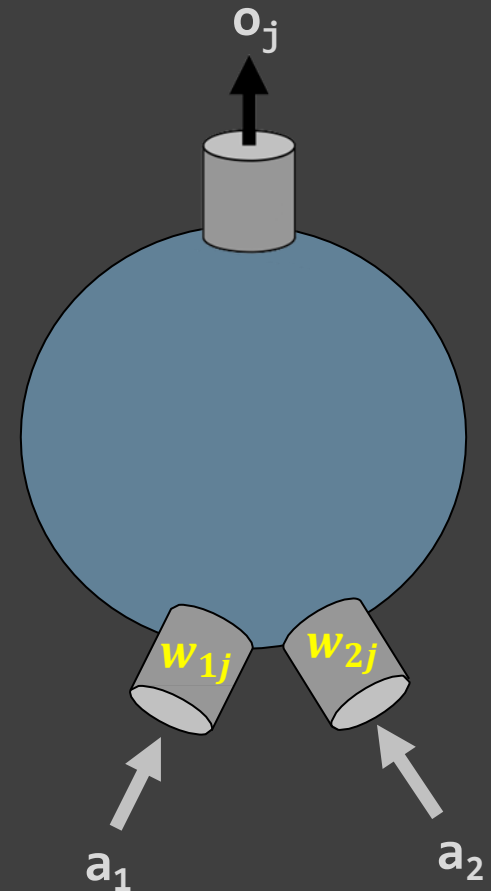
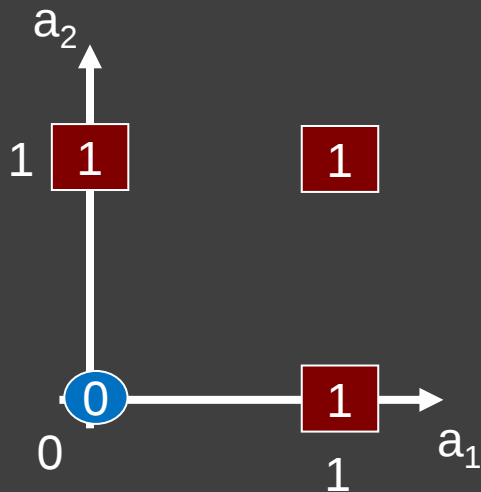
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, & \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=1$ ,  $a_2=1$



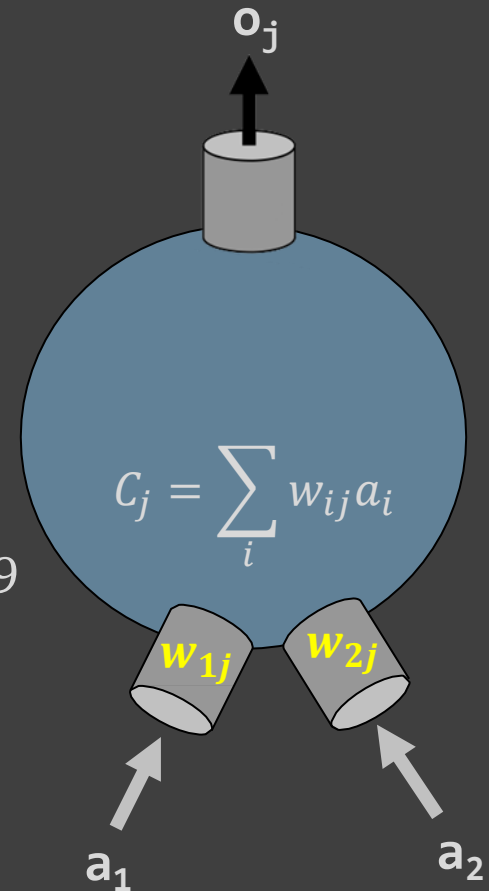
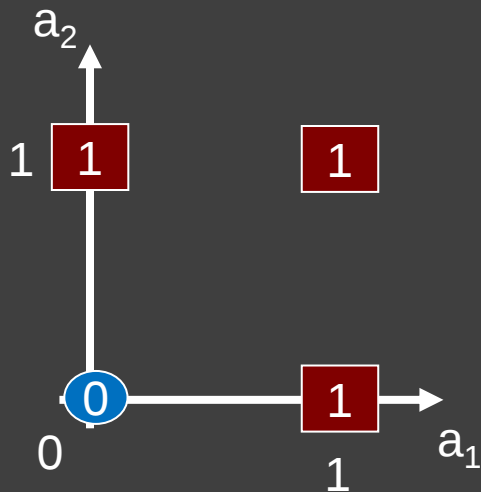
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=1$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 1 + 0.4 \cdot 1 = 0.9$



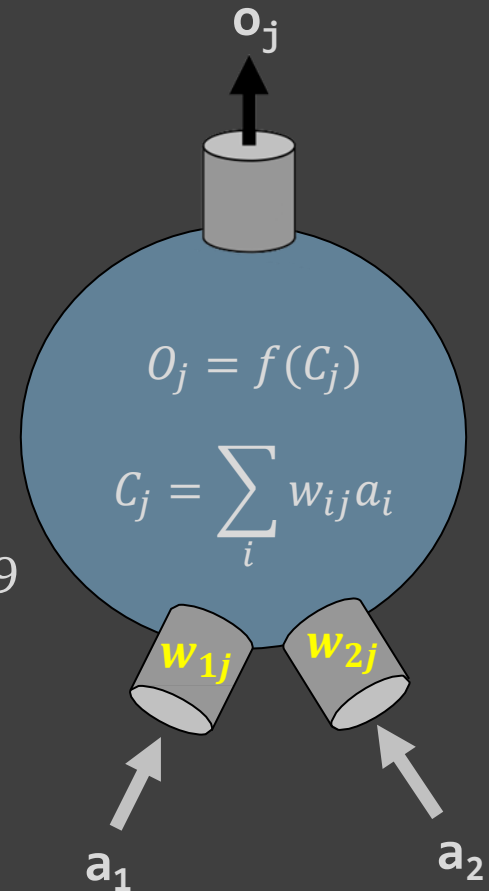
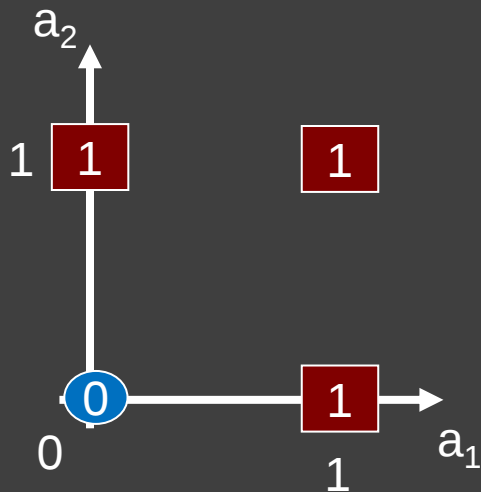
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=1$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 1 + 0.4 \cdot 1 = 0.9$
- $O_j = f(0.9) = 1$



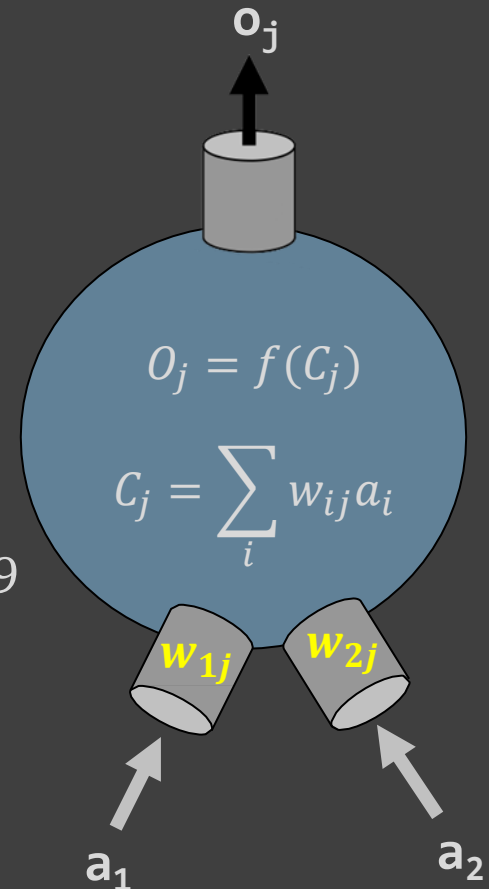
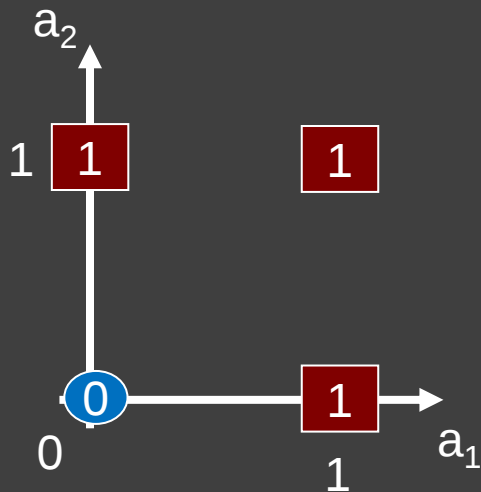
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=1$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 1 + 0.4 \cdot 1 = 0.9$
- $O_j = f(0.9) = 1$



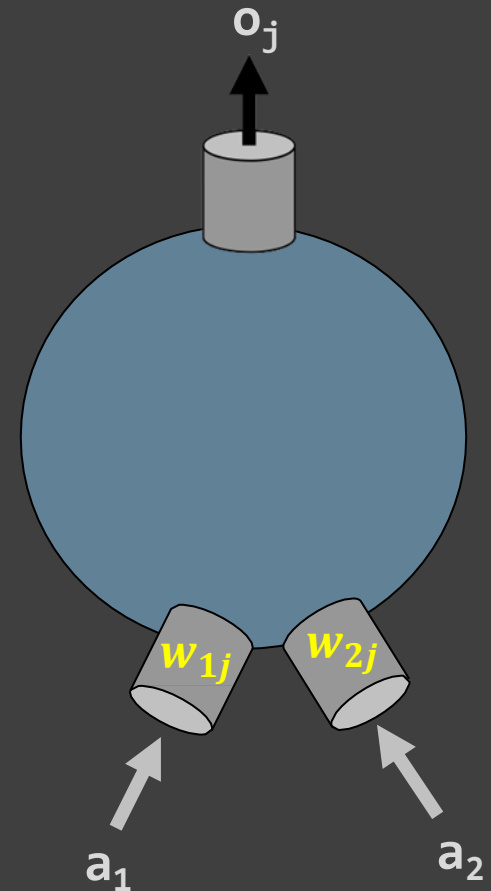
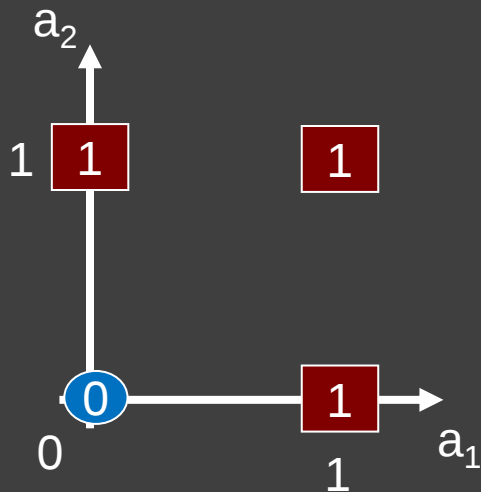
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=0$



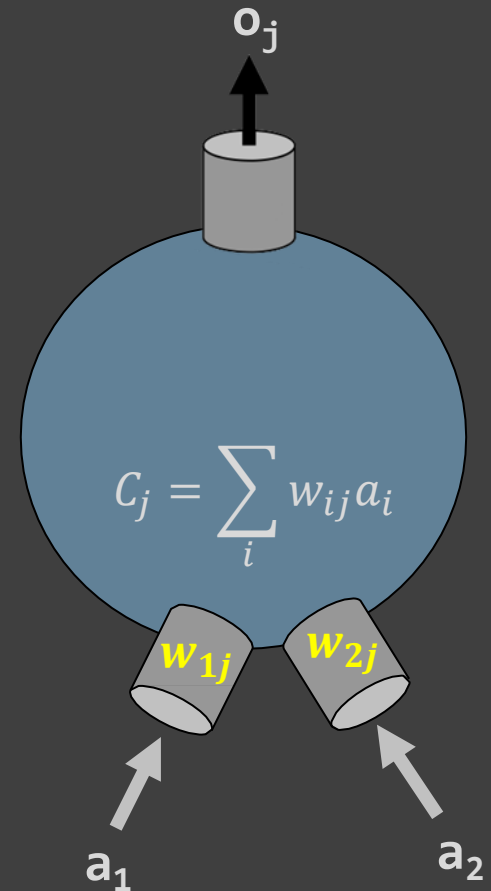
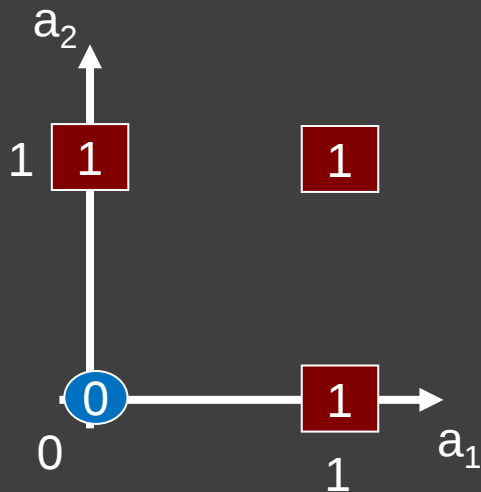
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 0 + 0.4 \cdot 0 = 0$



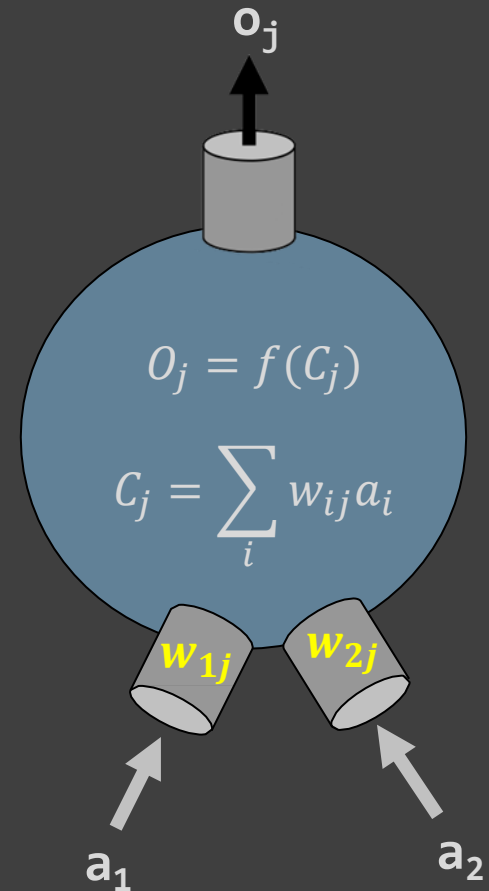
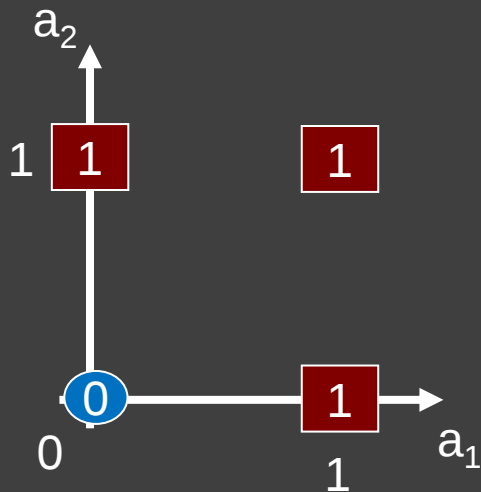
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 0 + 0.4 \cdot 0 = 0$
- $O_j = f(0) = 0$



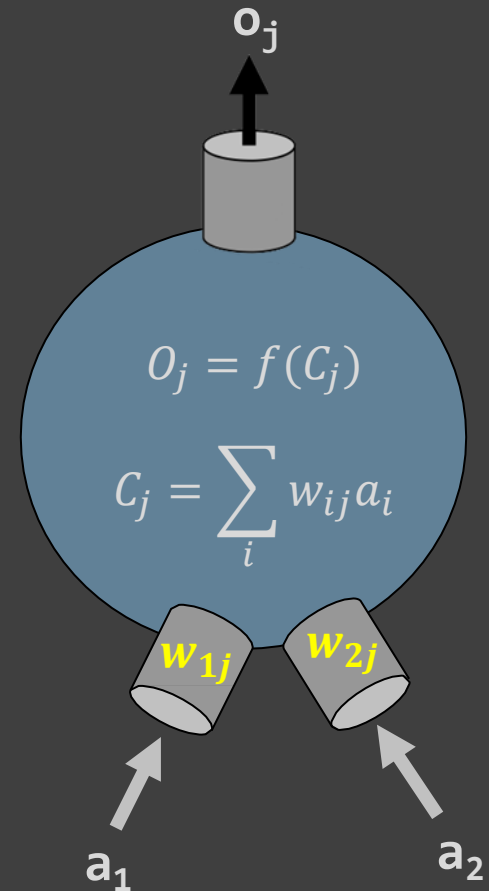
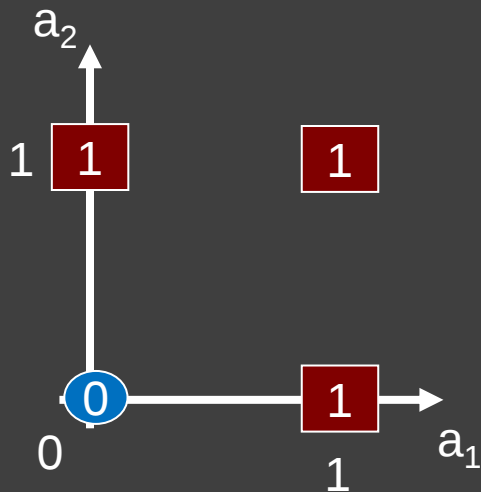
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=0$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 0 + 0.4 \cdot 0 = 0$
- $O_j = f(0) = 0$



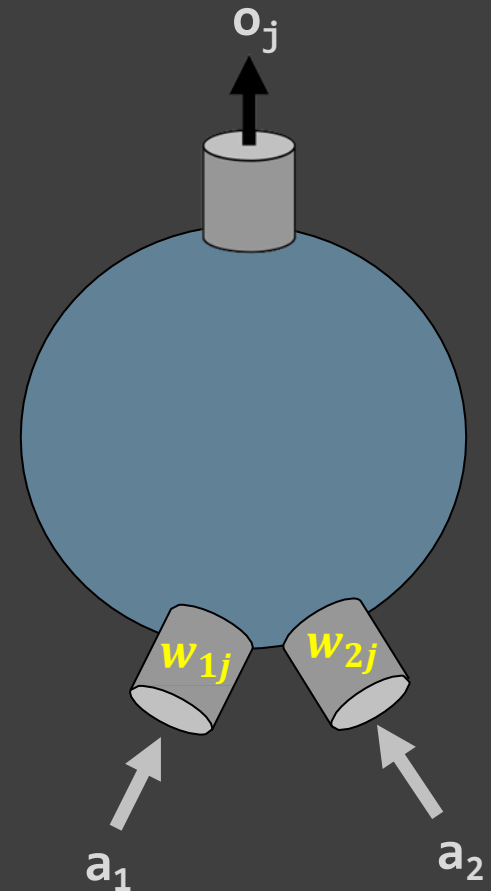
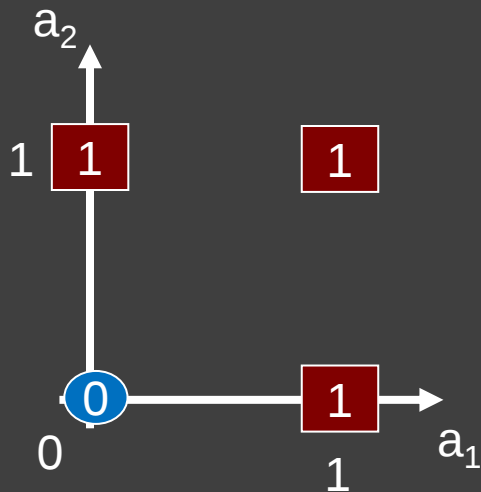
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=1$



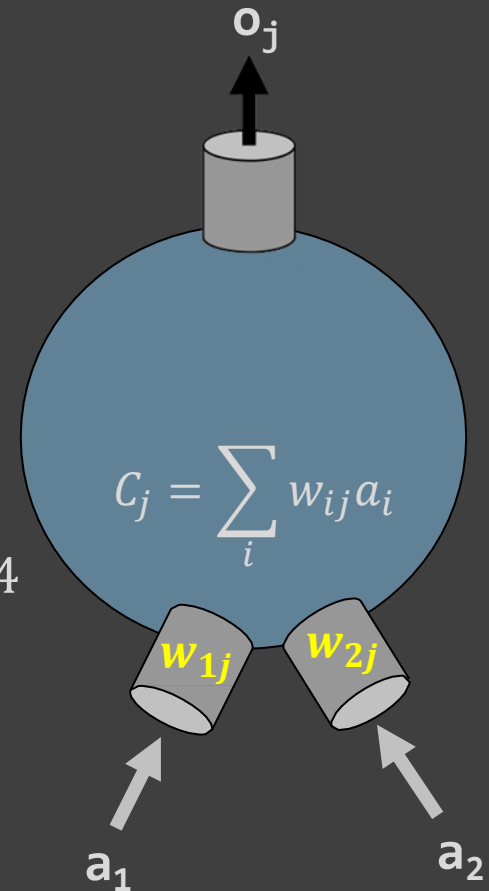
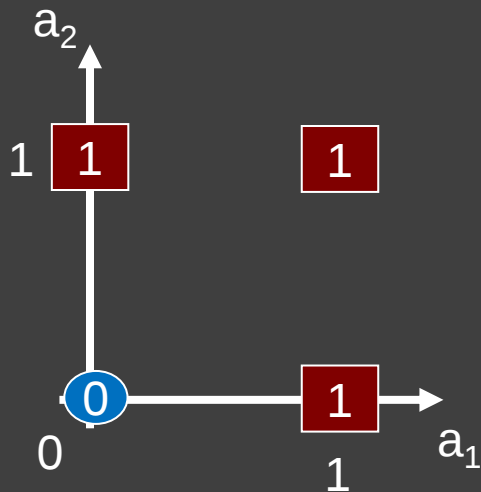
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 0 + 0.4 \cdot 1 = 0.4$



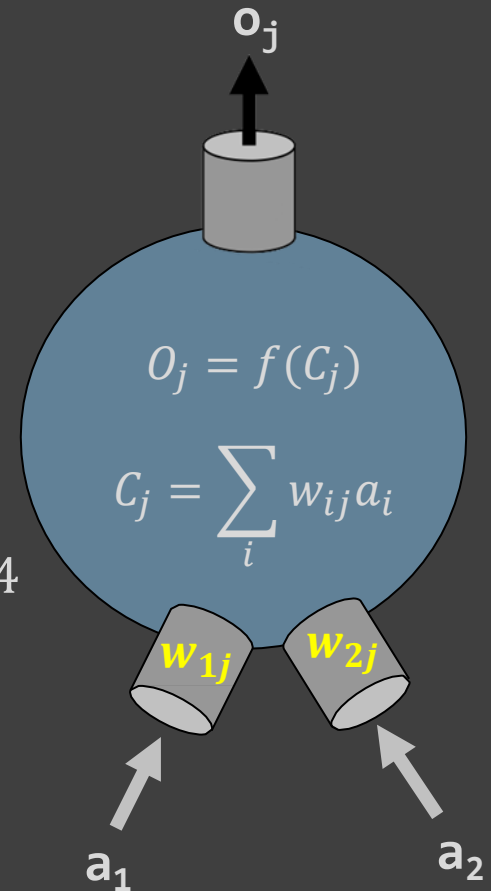
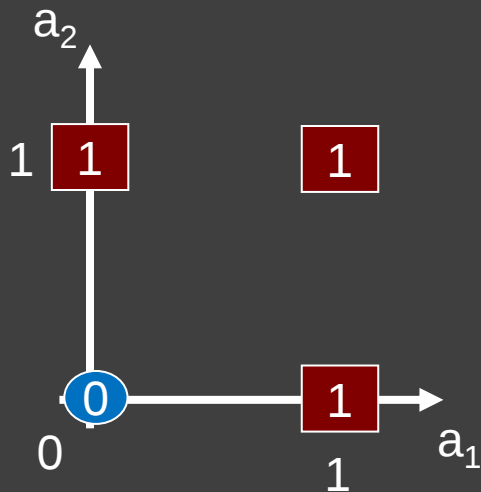
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 0 + 0.4 \cdot 1 = 0.4$
- $O_j = f(0.4) = 0$



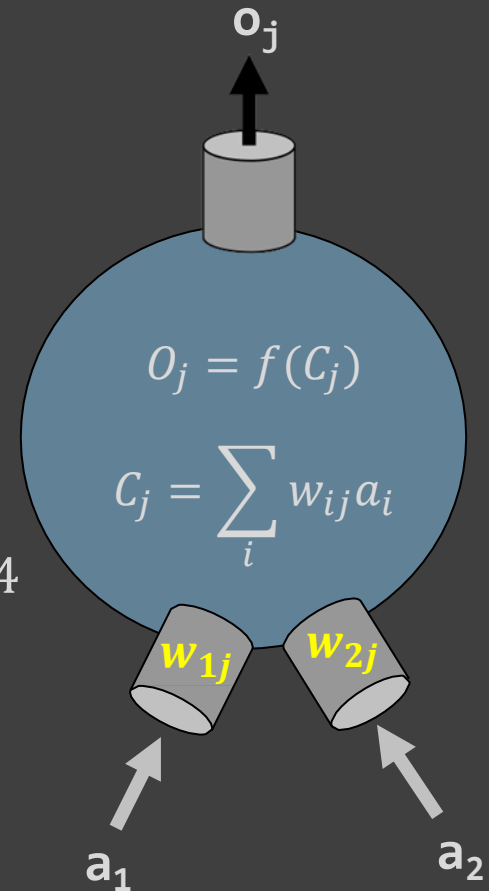
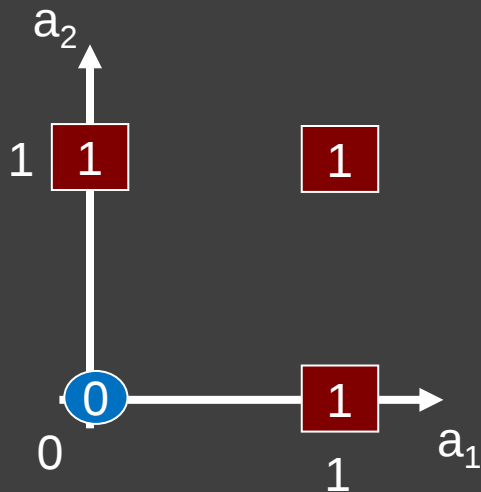
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: 0.5, 0.4
- είσοδοι:  $a_1=0$ ,  $a_2=1$
- $C_j = \sum_i w_{ij}a_i = 0.5 \cdot 0 + 0.4 \cdot 1 = 0.4$
- $O_j = f(0.4) = 0$



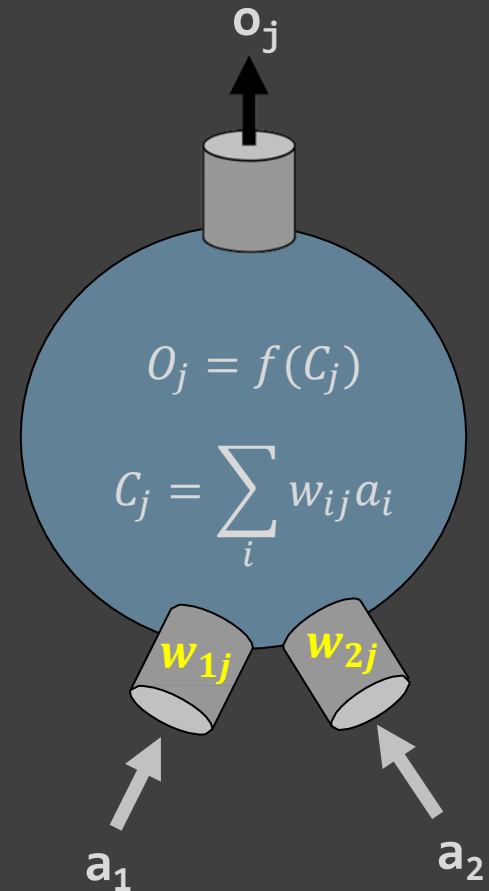
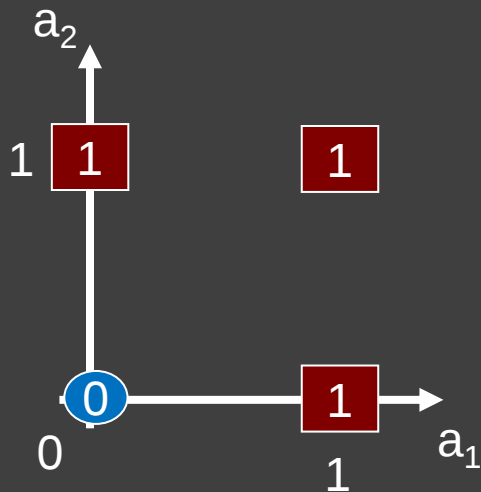
# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \text{αν } x \geq 0.5 \\ 0, \text{αν } x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

- τυχαία βάρη: ...



# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

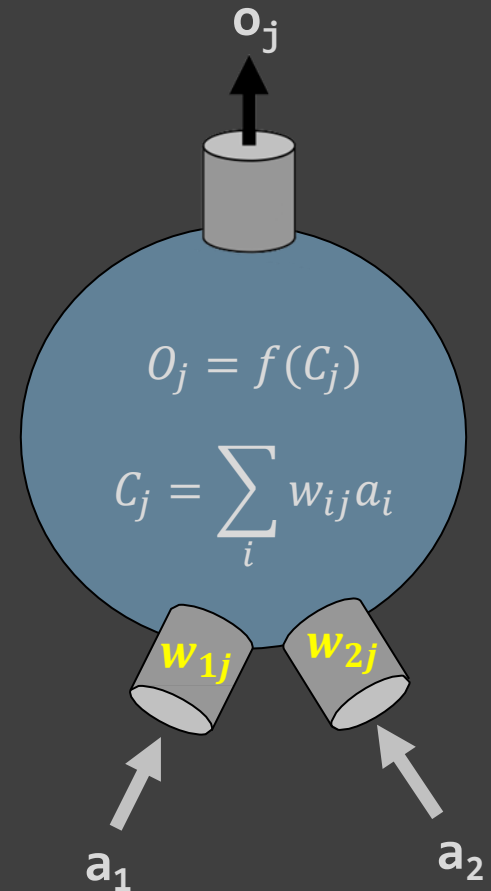
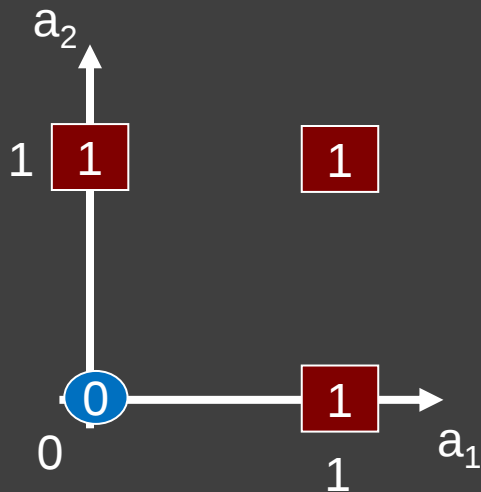
| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

τελικά βάρη:

$$w_{1j} = 0.6, \quad w_{2j} = 0.6$$



# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

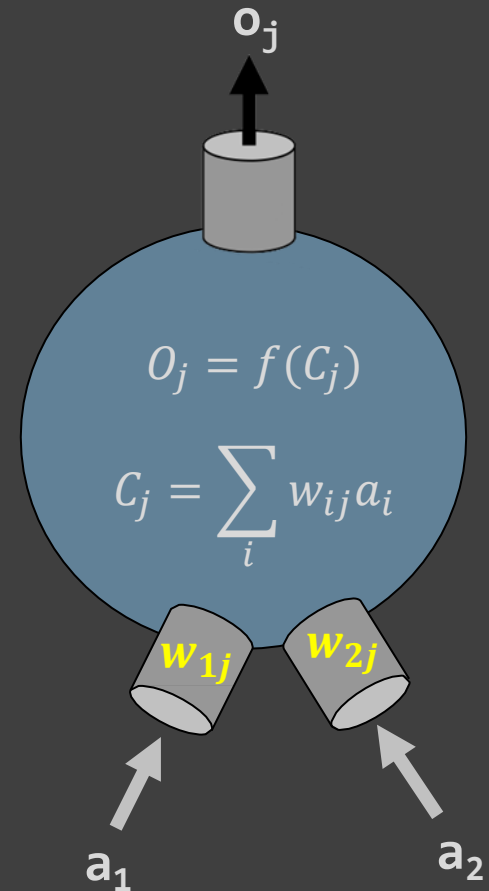
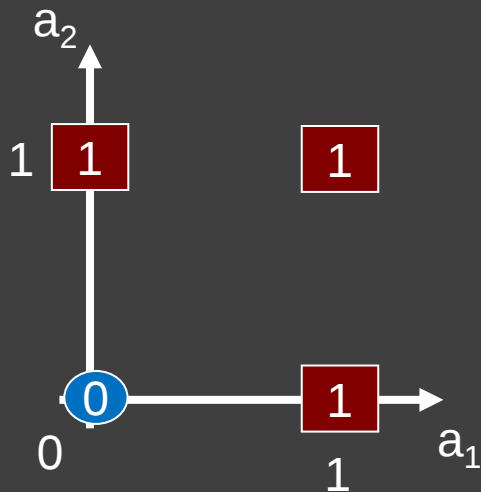
Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

τελικά βάρη:

$$w_{1j} = 0.6, \quad w_{2j} = 0.6$$

$$w_{1j}a_1 + w_{2j}a_2 = T$$

$$0.6 \cdot a_1 + 0.6 \cdot a_2 = 0.5$$



# Υλοποίηση λογικής πύλης OR

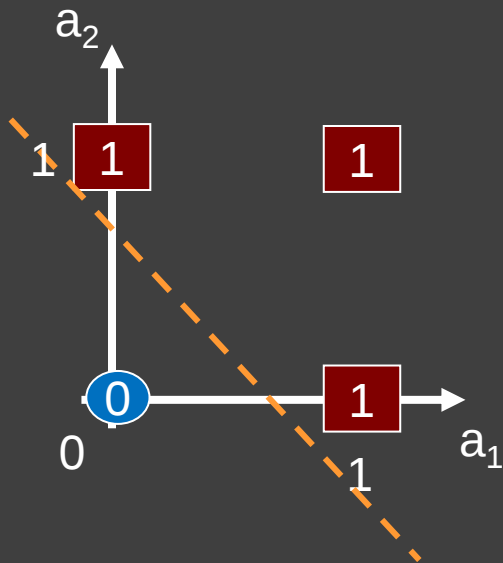
| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 1     |

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΕΝΕΡΓΟΠΟΙΗΣΗΣ:

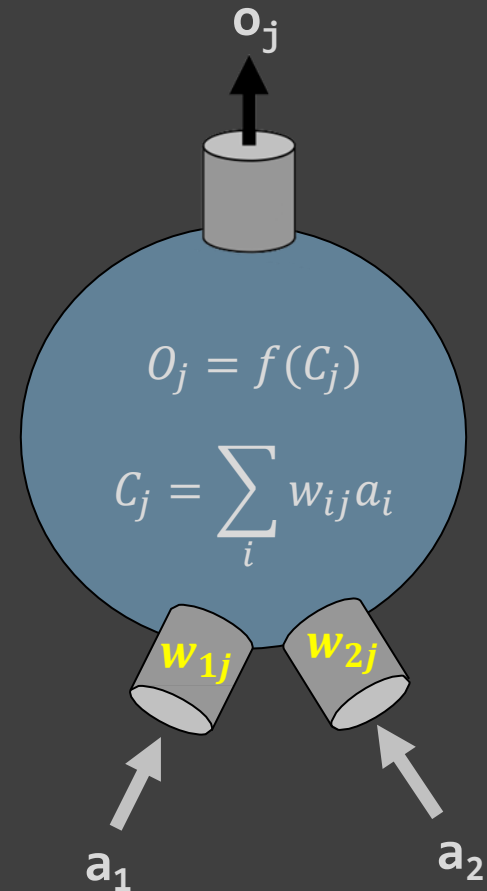
Βηματική  $f(x) = \begin{cases} 1, & \alpha\nu x \geq 0.5 \\ 0, & \alpha\nu x < 0.5 \end{cases}$   
(κατώφλι  $T=0.5$ )

τελικά βάρη:

$$w_{1j} = 0.6, \quad w_{2j} = 0.6$$

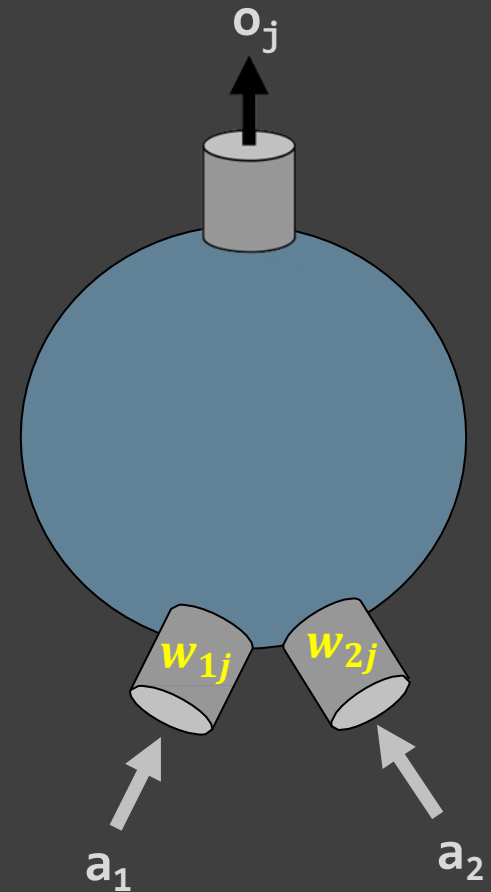


$$w_{1j}a_1 + w_{2j}a_2 = T$$
$$0.6 \cdot a_1 + 0.6 \cdot a_2 = 0.5$$



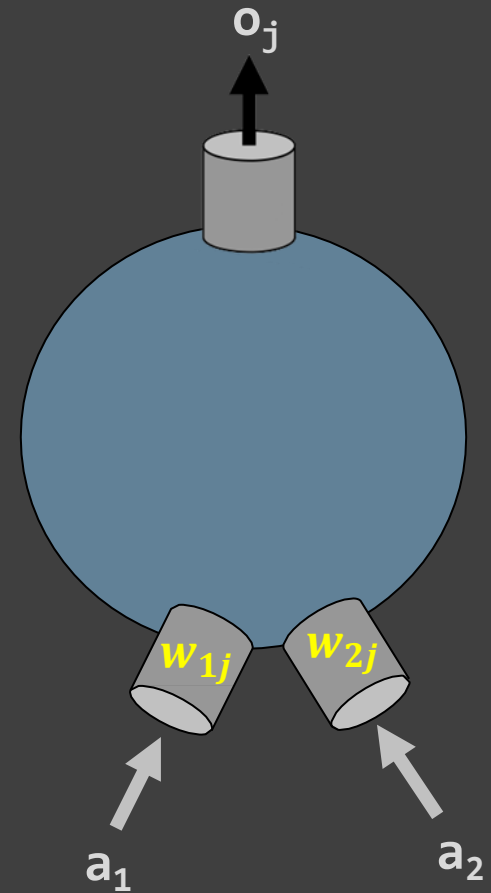
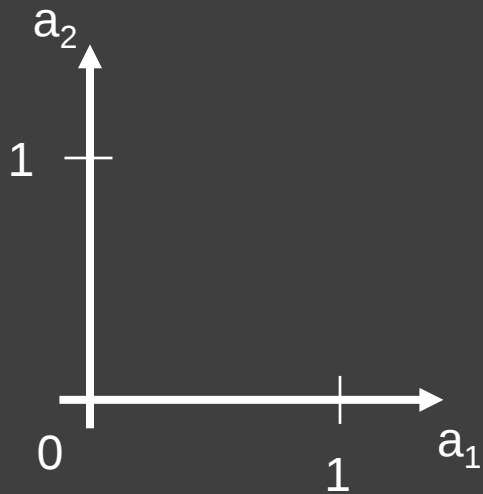
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



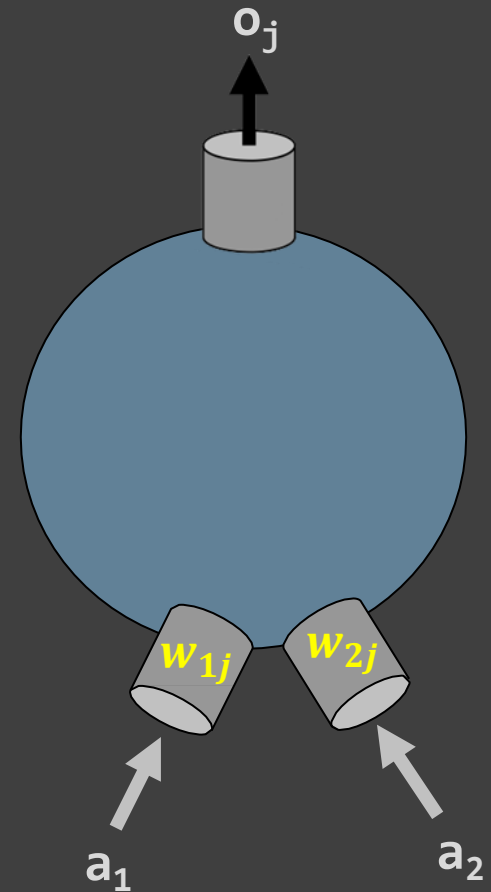
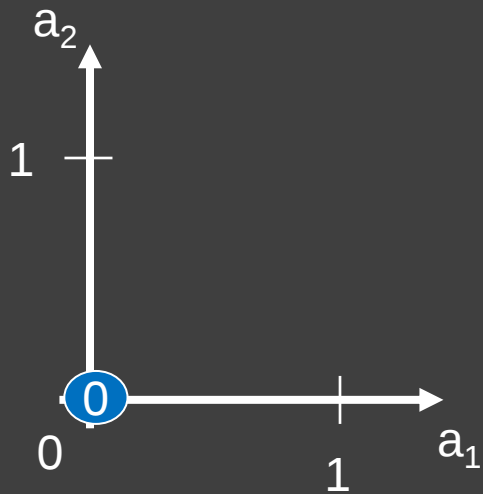
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



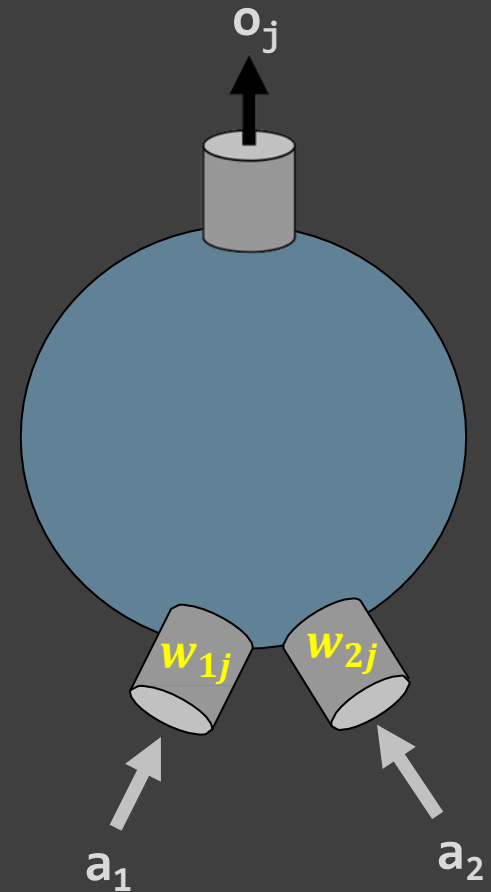
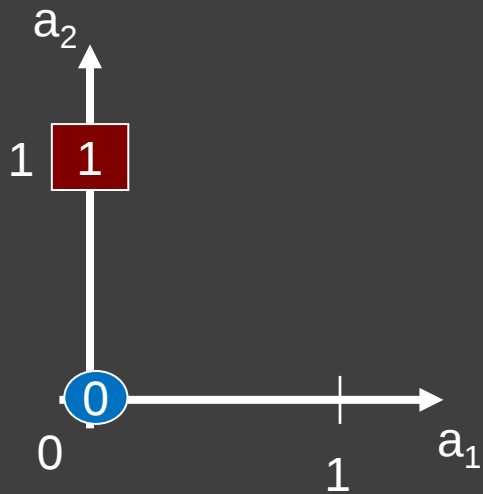
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



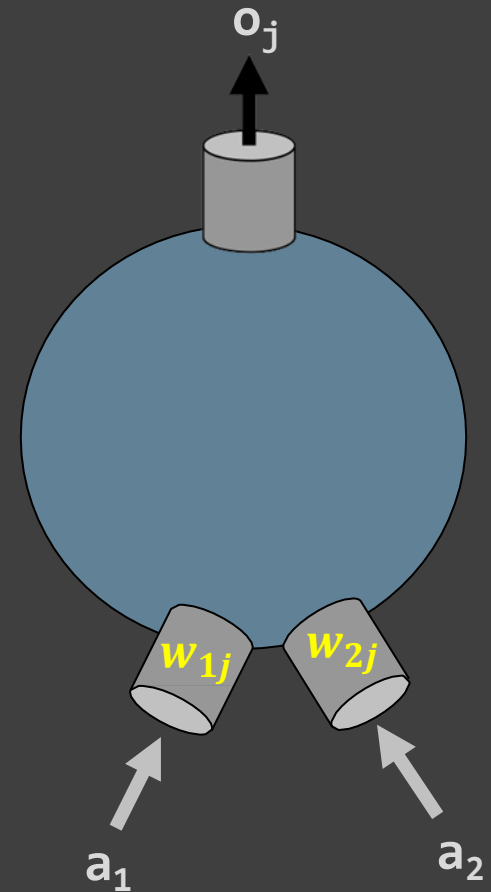
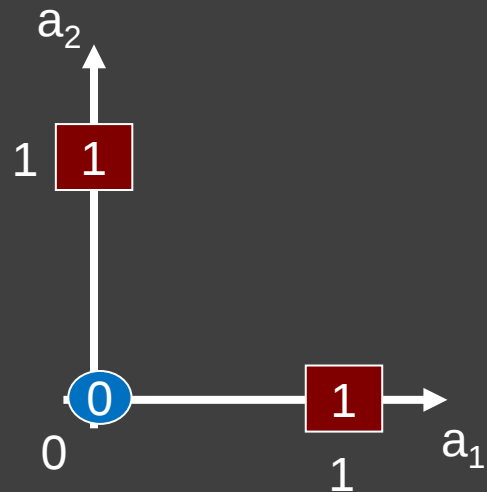
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



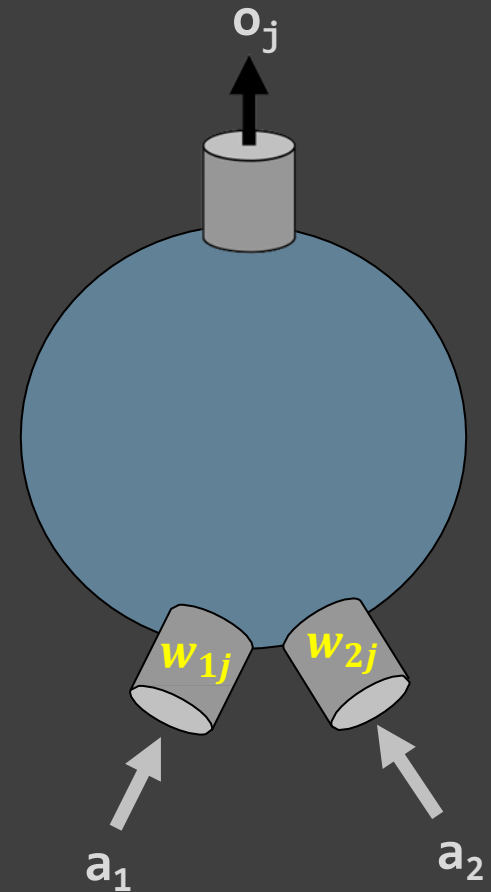
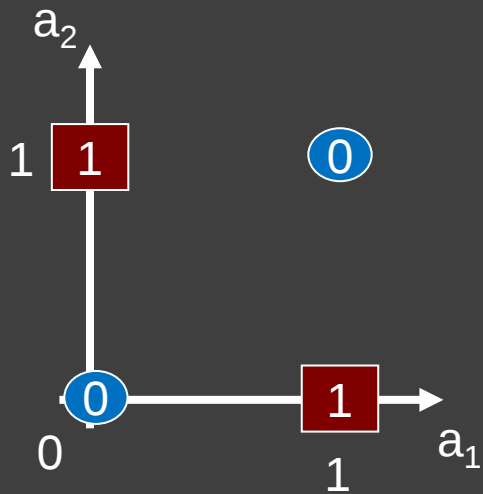
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



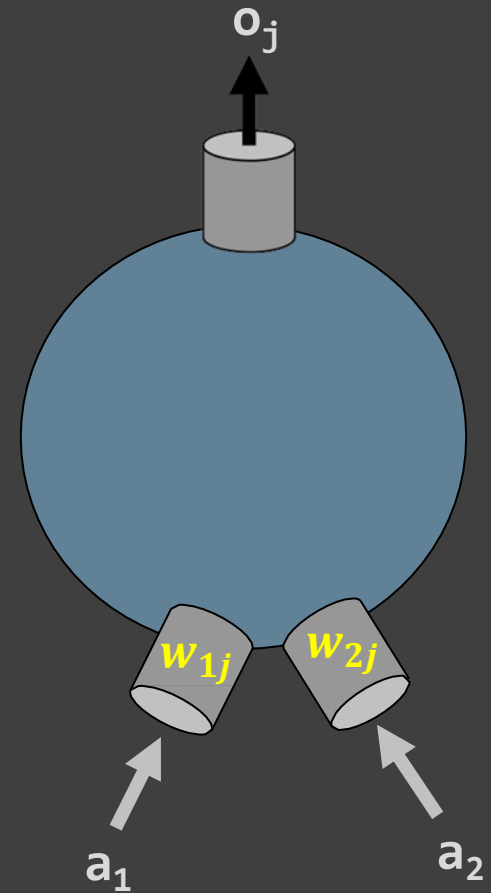
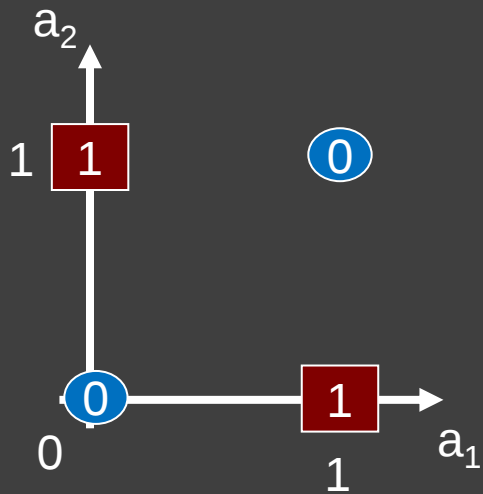
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



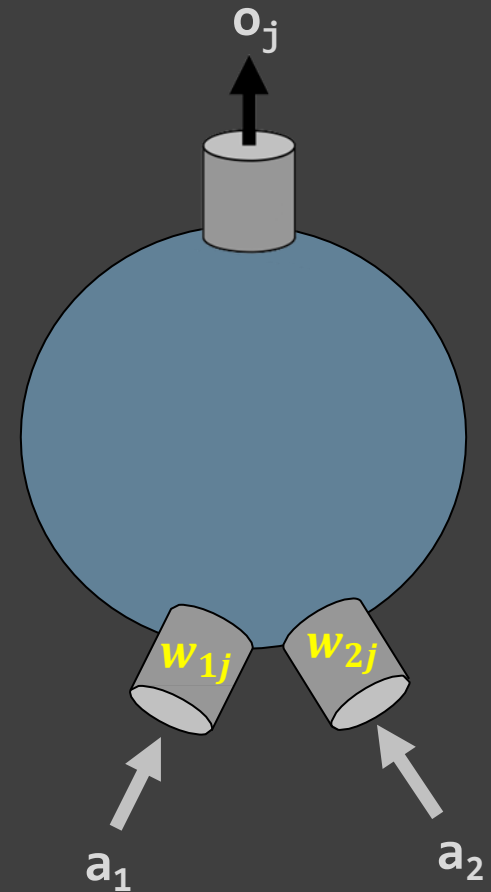
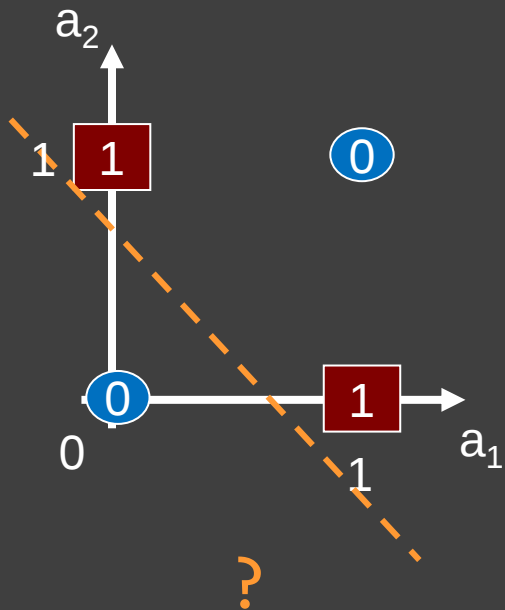
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



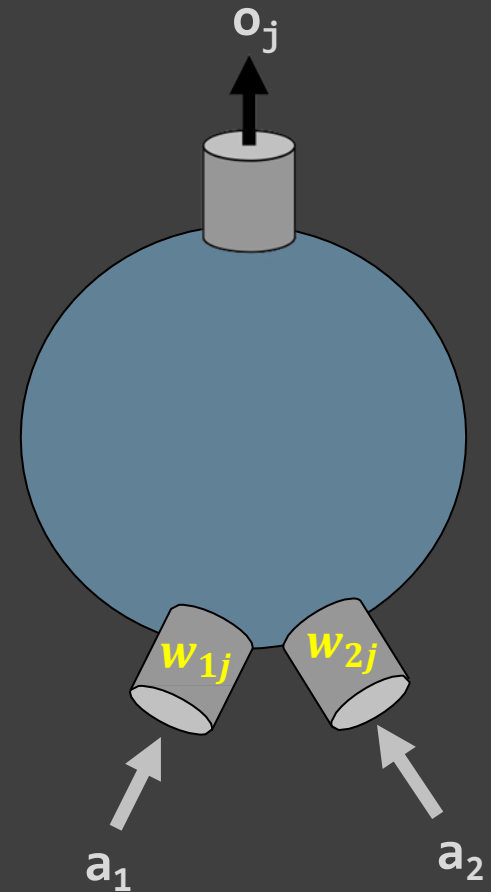
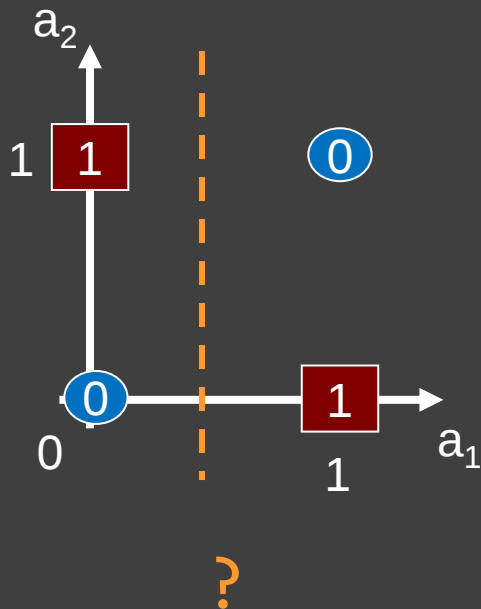
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



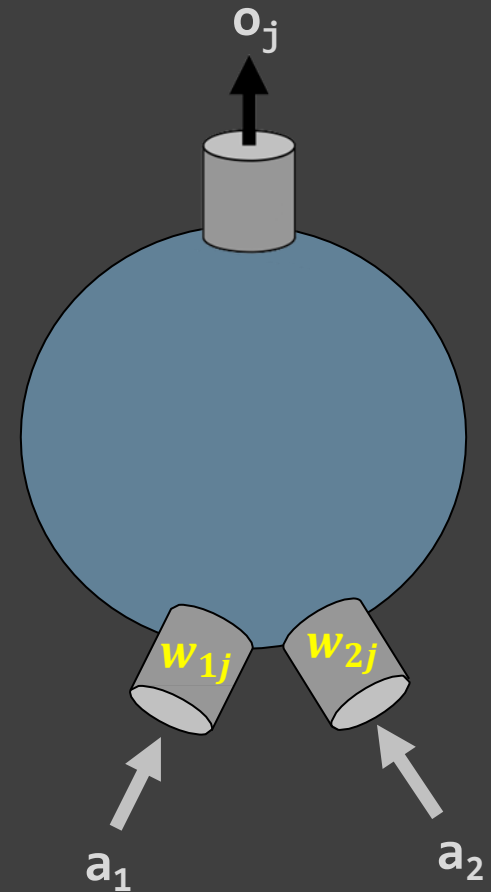
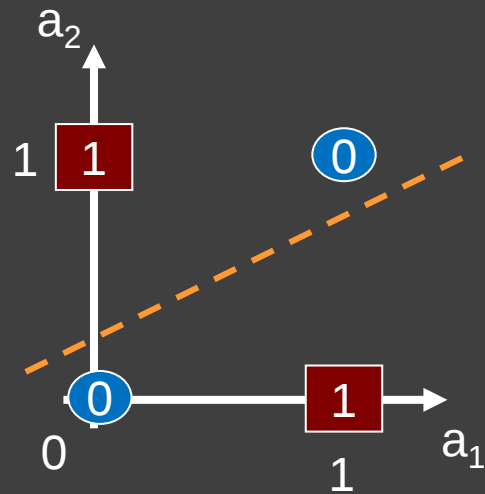
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



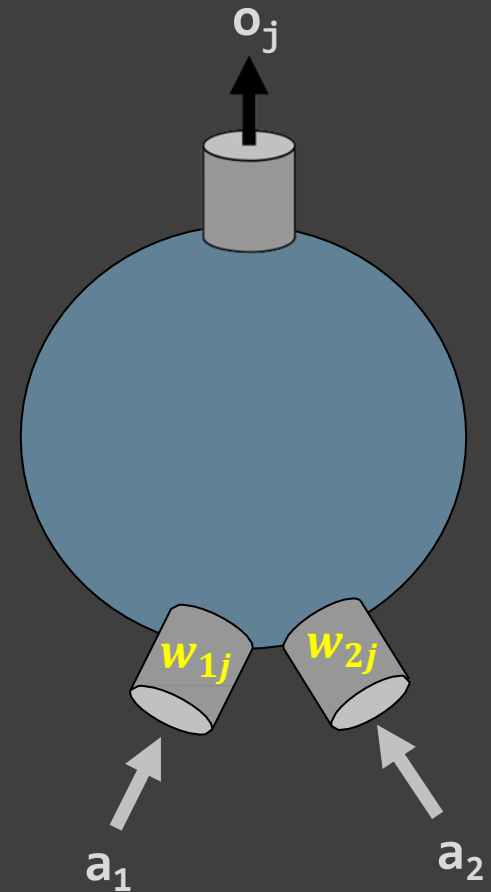
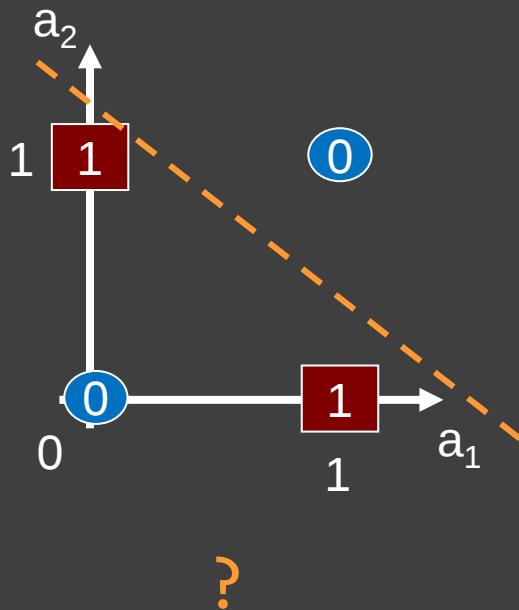
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



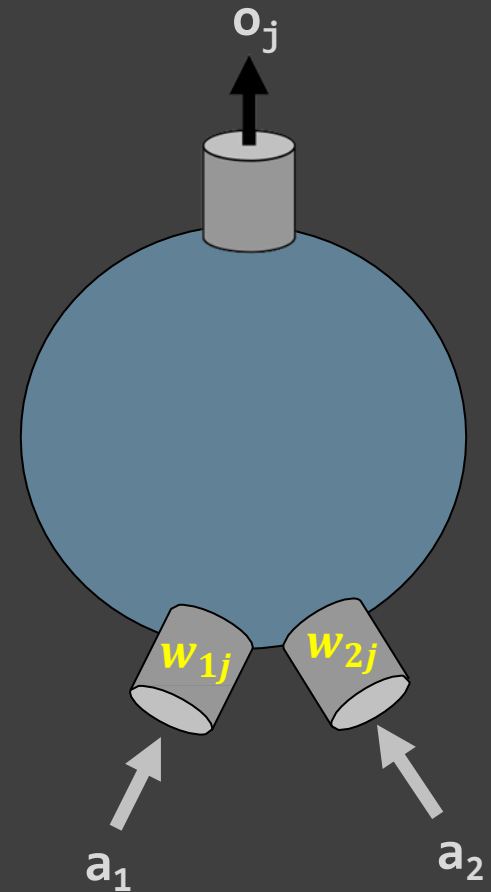
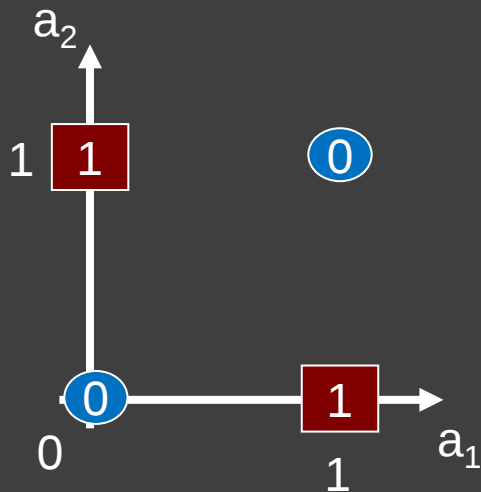
# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

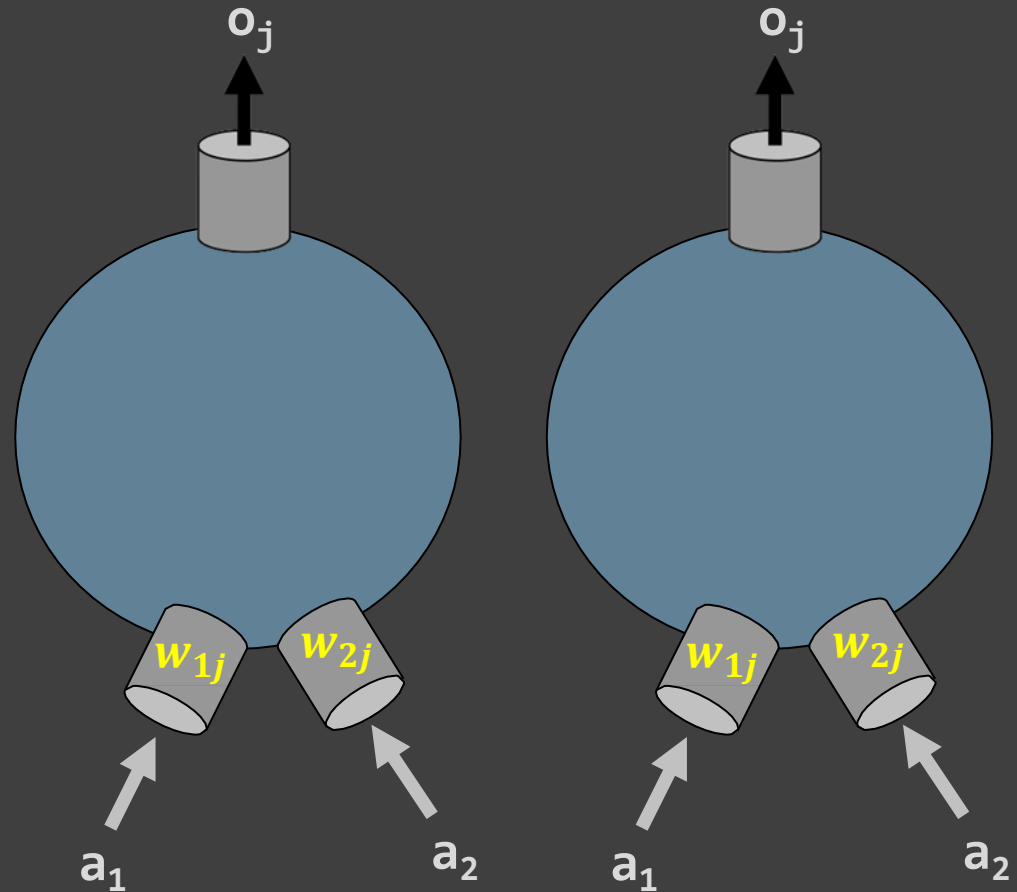
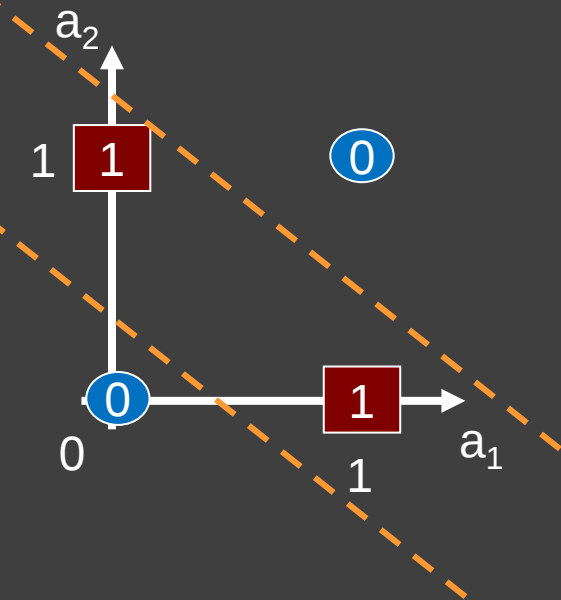
| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΔΙΑΧΩΡΙΣΗΜΑ

# Υλοποίηση λογικής πύλης XOR

| $a_1$ | $a_2$ | $o_j$ |
|-------|-------|-------|
| 0     | 0     | 0     |
| 0     | 1     | 1     |
| 1     | 0     | 1     |
| 1     | 1     | 0     |



ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΔΙΑΧΩΡΙΣΗΜΑ  
χρειαζόμαστε 2 ευθείες

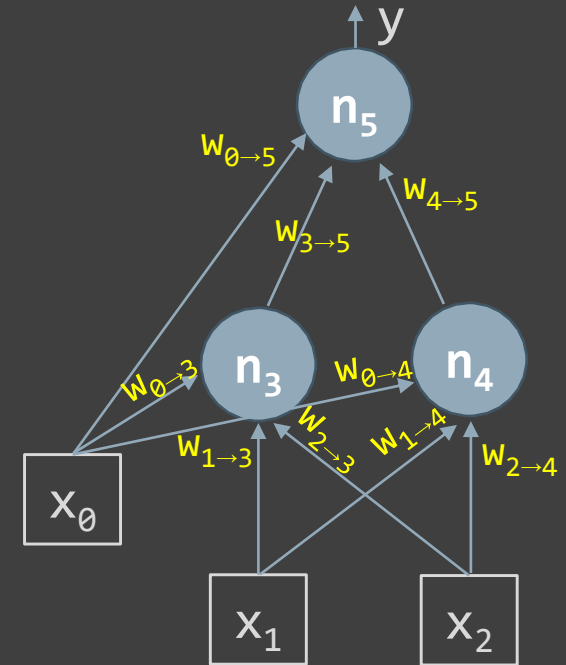
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

---

Αύξηση περιπλοκότητας προβλήματος →  
ανάγκη για πιο περίπλοκα νευρωνικά δίκτυα

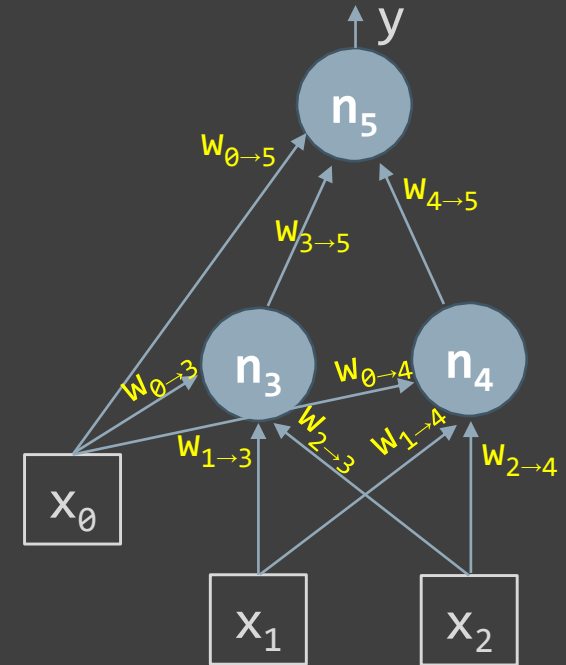
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

Αύξηση περιπλοκότητας προβλήματος →  
ανάγκη για πιο περίπλοκα νευρωνικά δίκτυα



# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

Αύξηση περιπλοκότητας προβλήματος →  
ανάγκη για πιο περίπλοκα νευρωνικά δίκτυα



ΕΠΙΠΕΔΟ 1: 3 είσοδοι  
(επίπεδο ΕΙΣΟΔΟΥ)

# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

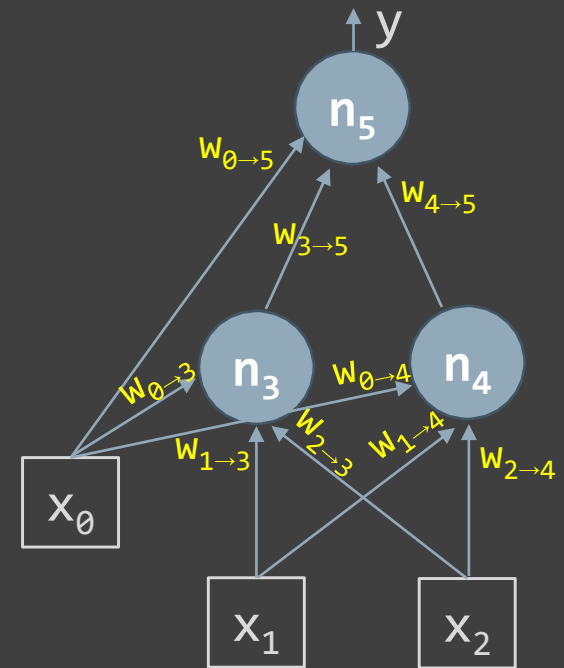
Αύξηση περιπλοκότητας προβλήματος →  
ανάγκη για πιο περίπλοκα νευρωνικά δίκτυα

ΕΠΙΠΕΔΟ 2:  
(ΚΡΥΦΟ επίπεδο)

2 νευρώνες

ΕΠΙΠΕΔΟ 1:  
(επίπεδο ΕΙΣΟΔΟΥ)

3 είσοδοι



# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

Αύξηση περιπλοκότητας προβλήματος →  
ανάγκη για πιο περίπλοκα νευρωνικά δίκτυα

ΕΠΙΠΕΔΟ 3:  
(επίπεδο ΕΞΟΔΟΥ)

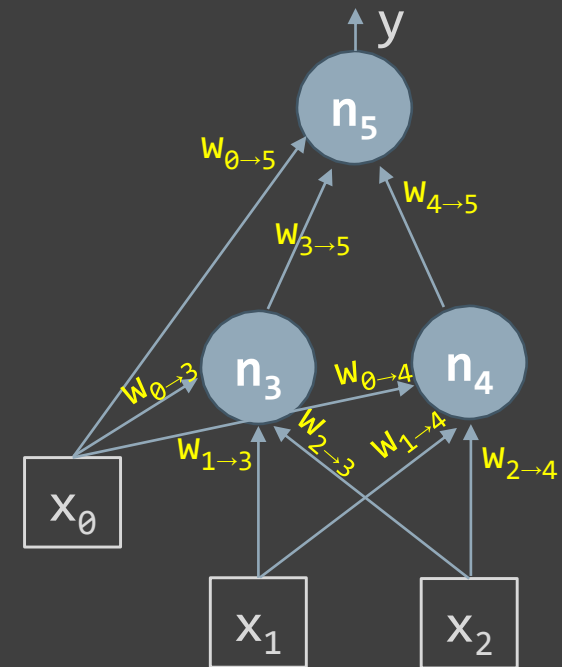
1 νευρώνας

ΕΠΙΠΕΔΟ 2:  
(ΚΡΥΦΟ επίπεδο)

2 νευρώνες

ΕΠΙΠΕΔΟ 1:  
(επίπεδο ΕΙΣΟΔΟΥ)

3 είσοδοι



# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

Αύξηση περιπλοκότητας προβλήματος →  
ανάγκη για πιο περίπλοκα νευρωνικά δίκτυα

**ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΔΙΚΤΥΟΥ = ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΩΝ ΒΑΡΩΝ**

ΕΠΙΠΕΔΟ 3:  
(επίπεδο ΕΞΟΔΟΥ)

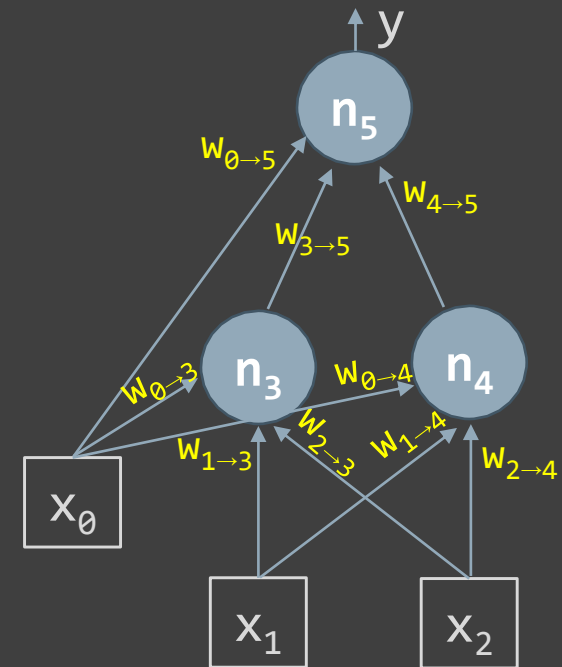
1 νευρώνας

ΕΠΙΠΕΔΟ 2:  
(ΚΡΥΦΟ επίπεδο)

2 νευρώνες

ΕΠΙΠΕΔΟ 1:  
(επίπεδο ΕΙΣΟΔΟΥ)

3 είσοδοι



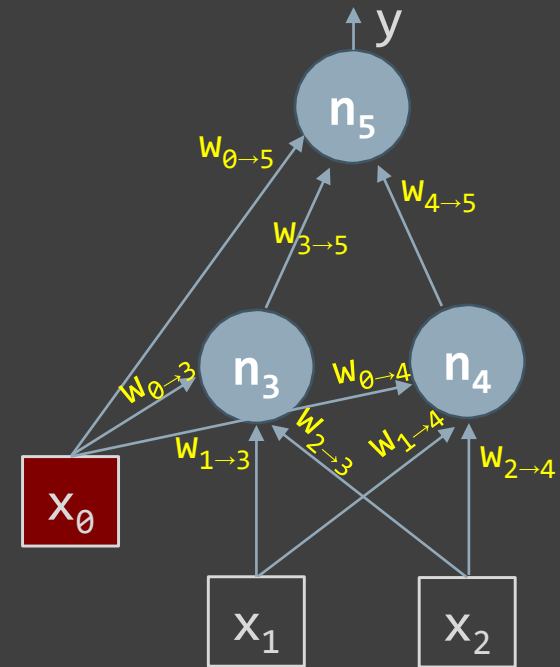
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

Αύξηση περιπλοκότητας προβλήματος →  
ανάγκη για πιο περίπλοκα νευρωνικά δίκτυα

## ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΔΙΚΤΥΟΥ = ΕΥΡΕΣΗ ΚΑΤΑΛΛΗΛΩΝ ΒΑΡΩΝ

BIAS (κατώφλι)

- συνήθως  $x_0=1$
- προσαρμογή των βαρών  $w_{\theta \rightarrow j}$
- τα  $w_{i \rightarrow j}$  προσαρμόζουν την κλίση της ευθείας, τα  $w_{\theta \rightarrow j}$  “μετακινούν” την ευθεία
- είσοδος προς τους νευρώνες
- δεν επηρεάζεται από την έξοδο των άλλων νευρώνων



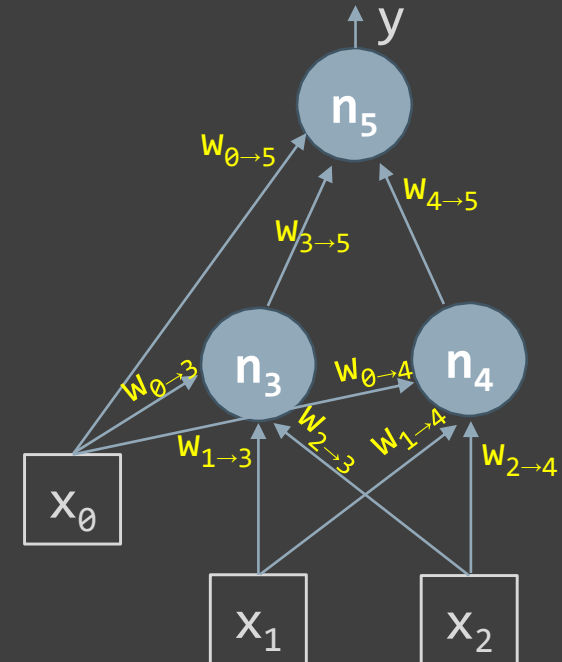
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=1$   
 $w_{14}=2, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



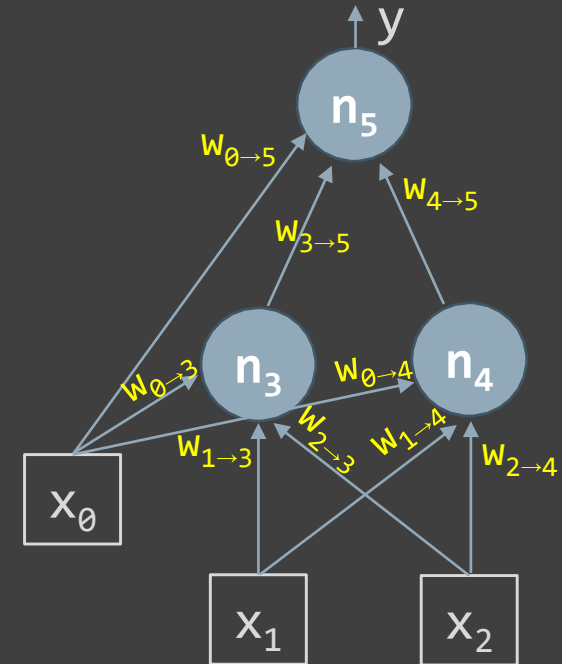
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=1$   
 $w_{14}=2, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 4$   
 $O_3 = f(4) = 0.982$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



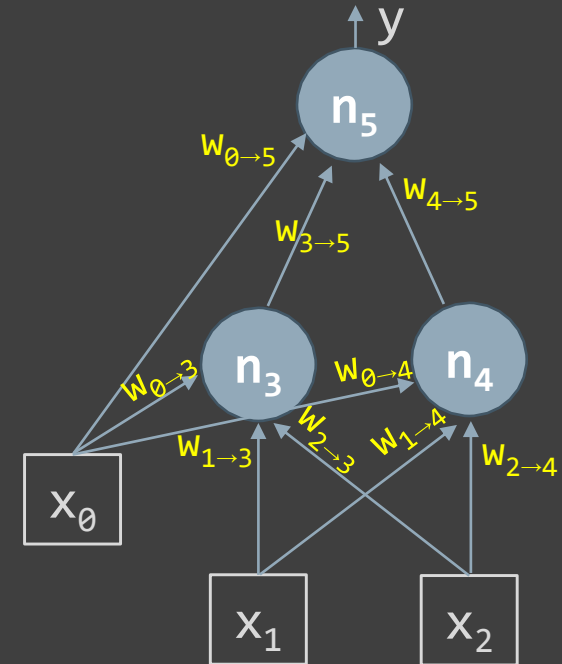
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=1$   
 $w_{14}=2, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 4$   
 $O_3 = f(4) = 0.982$
- $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 6 \cdot 1 = -4$   
 $O_4 = f(-4) = 0.018$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



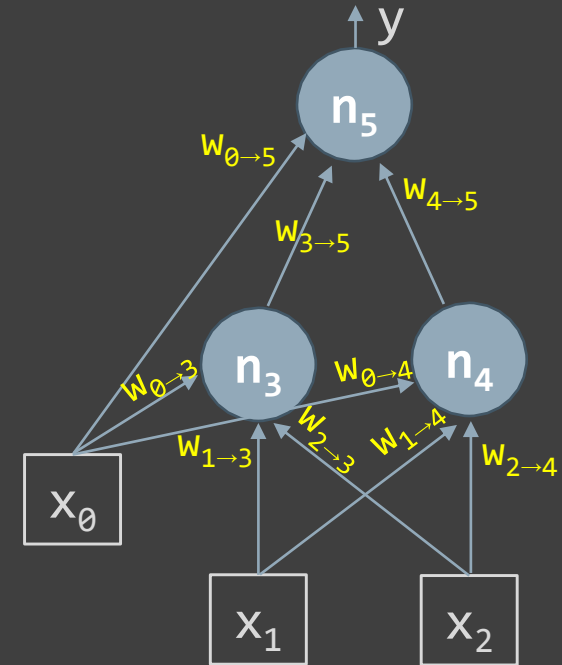
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=1$   
 $w_{14}=2, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 4$   
 $O_3 = f(4) = 0.982$
- $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 6 \cdot 1 = -4$   
 $O_4 = f(-4) = 0.018$
- $C_5 = \sum_i w_{i5}o_i = 2 \cdot 0.982 + 4 \cdot 0.018 - 3.93 \cdot 1 = -1.894$   
 $y = O_5 = f(-1.894) = 0.1308$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

■ είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$

■ τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=1$   
 $w_{14}=2, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$

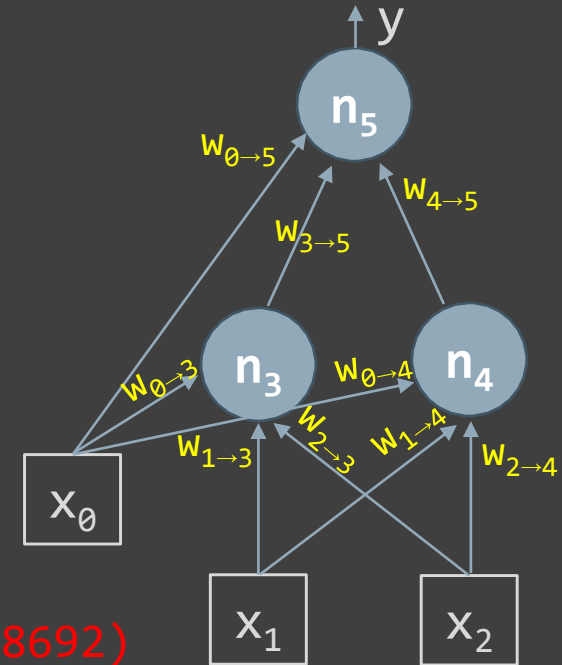
■  $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 1 \cdot 1 = 4$   
 $O_3 = f(4) = 0.982$

■  $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 2 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 6 \cdot 1 = -4$   
 $O_4 = f(-4) = 0.018$

■  $C_5 = \sum_i w_{i5}o_i = 2 \cdot 0.982 + 4 \cdot 0.018 - 3.93 \cdot 1 = -1.894$

$y = O_5 = f(-1.894) = 0.1308 \sim 0$  (σφάλμα: 0.8692)

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



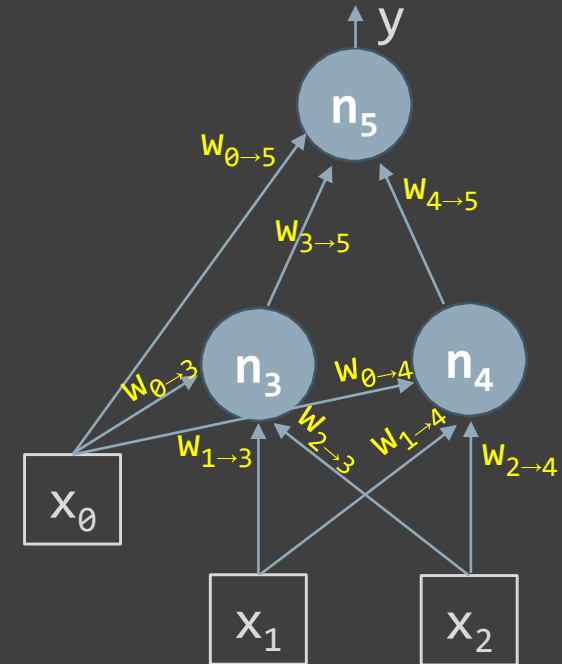
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



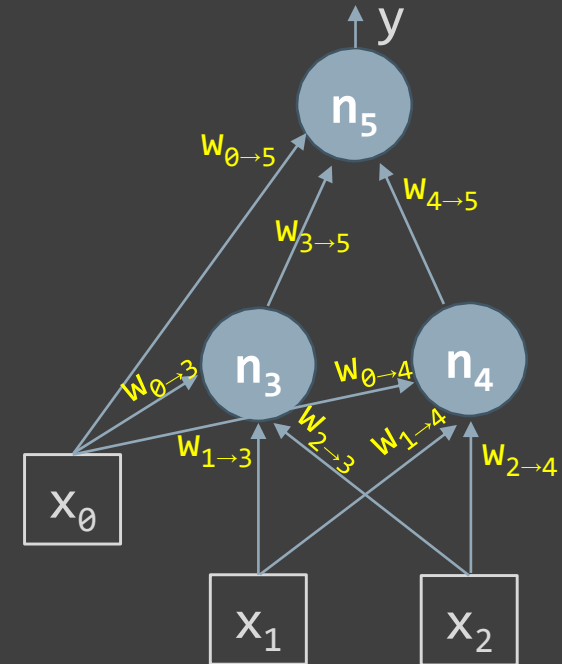
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$   
 $O_3 = f(5) = 0.9933$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



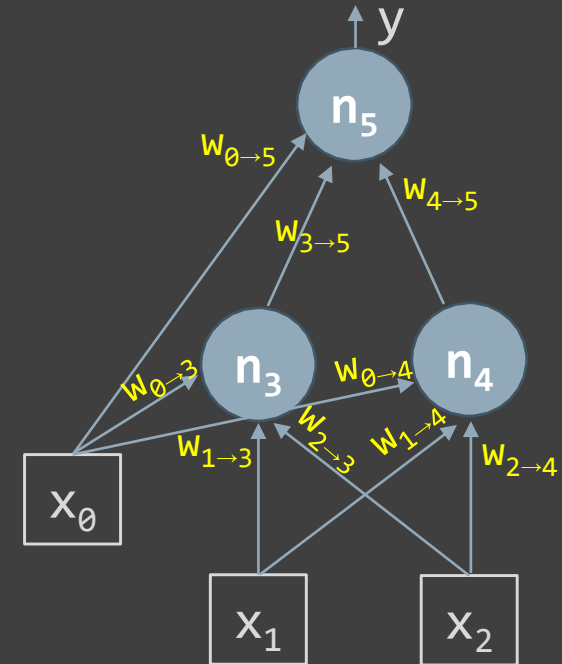
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$   
 $O_3 = f(5) = 0.9933$
- $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 6 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 6 \cdot 1 = 0$   
 $O_4 = f(0) = 0.5$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



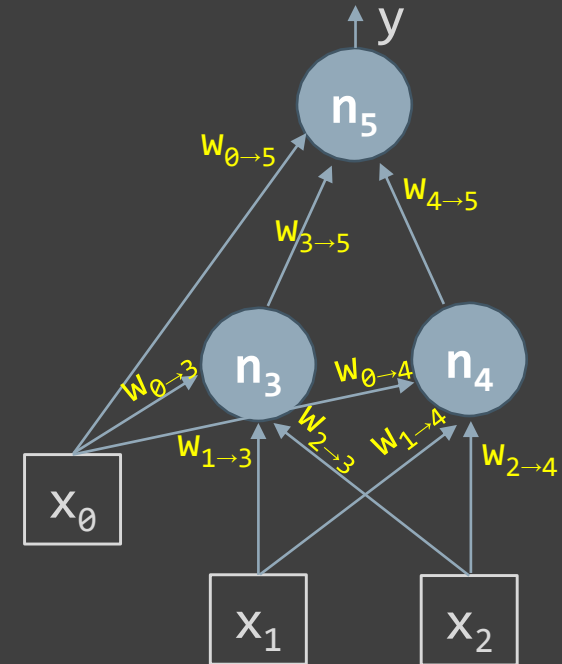
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$   
 $O_3 = f(5) = 0.9933$
- $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 6 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 6 \cdot 1 = 0$   
 $O_4 = f(0) = 0.5$
- $C_5 = \sum_i w_{i5}o_i = 2 \cdot 0.9933 + 4 \cdot 0.5 - 3.93 \cdot 1 = 0.0566$   
 $y = O_5 = f(0.0566) = 0.5141$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

■ είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$

■ τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-6$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-3.93$

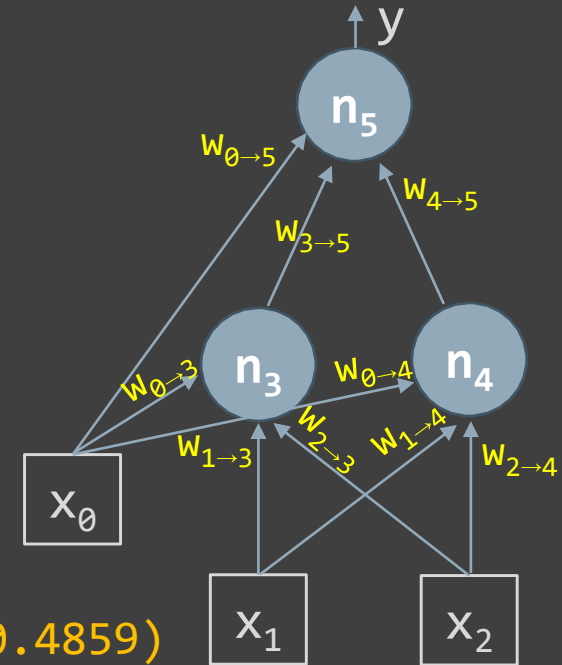
■  $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$   
 $O_3 = f(5) = 0.9933$

■  $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 6 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 6 \cdot 1 = 0$   
 $O_4 = f(0) = 0.5$

■  $C_5 = \sum_i w_{i5}o_i = 2 \cdot 0.9933 + 4 \cdot 0.5 - 3.93 \cdot 1 = 0.0566$

$y = O_5 = f(0.0566) = 0.5141 \sim 0.5$  (σφάλμα: 0.4859)

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



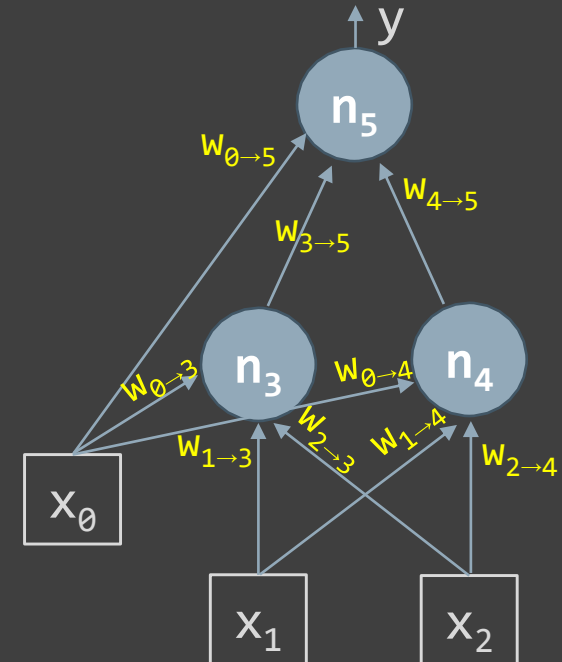
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-1$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-2.5$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



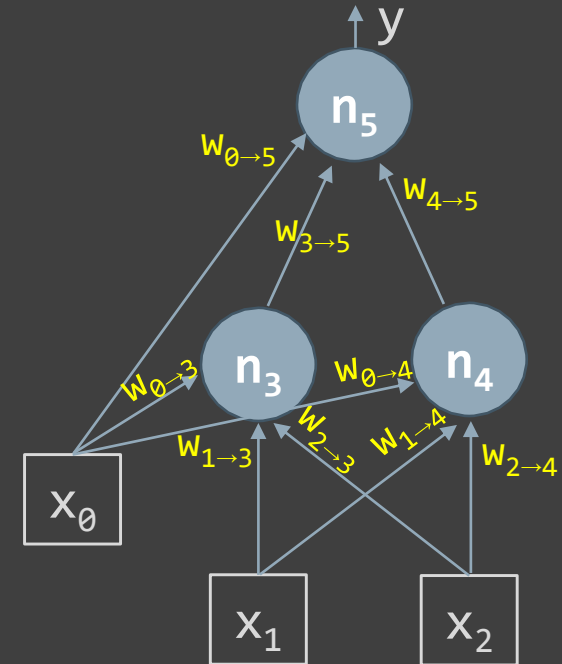
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-1$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-2.5$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$   
 $O_3 = f(5) = 0.9933$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



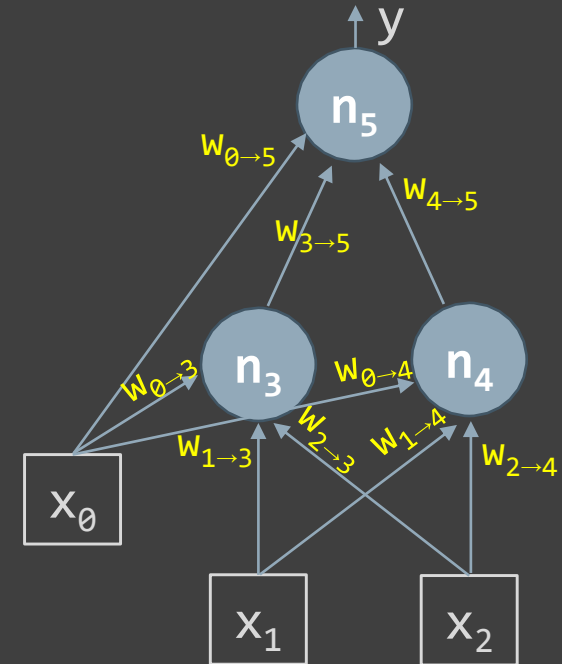
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-1$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-2.5$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$   
 $O_3 = f(5) = 0.9933$
- $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 6 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 1 \cdot 1 = 5$   
 $O_4 = f(5) = 0.9933$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



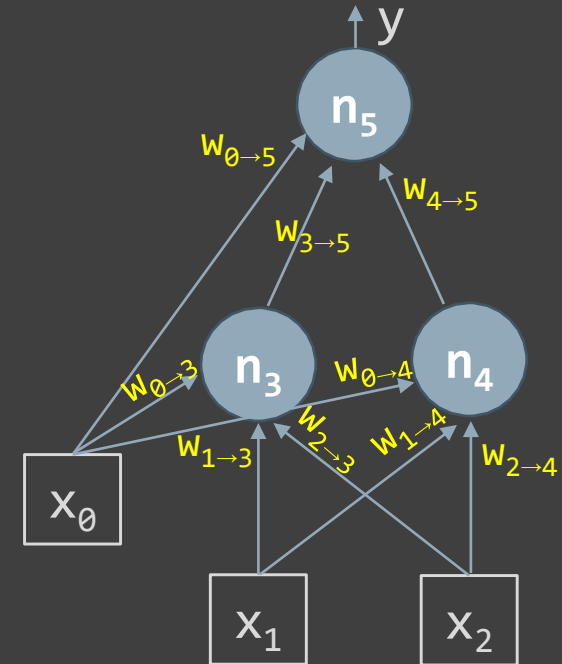
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-1$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-2.5$
- $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$   
 $O_3 = f(5) = 0.9933$
- $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 6 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 1 \cdot 1 = 5$   
 $O_4 = f(5) = 0.9933$
- $C_5 = \sum_i w_{i5}o_i = 2 \cdot 0.9933 + 4 \cdot 0.9933 - 2.5 \cdot 1 = 3.4598$   
 $y = O_5 = f(3.4598) = 0.9695$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

■ είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$

■ τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-1$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-2.5$

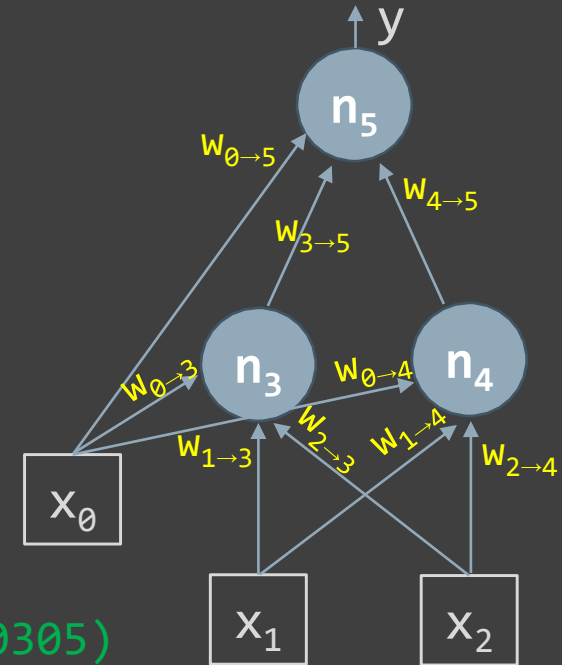
■  $C_3 = \sum_i w_{i3}x_i = 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 5$   
 $O_3 = f(5) = 0.9933$

■  $C_4 = \sum_i w_{i4}x_i = 6 \cdot 1 + 5 \cdot 0 - 1 \cdot 1 = 5$   
 $O_4 = f(5) = 0.9933$

■  $C_5 = \sum_i w_{i5}o_i = 2 \cdot 0.9933 + 4 \cdot 0.9933 - 2.5 \cdot 1 = 3.4598$

$y = O_5 = f(3.4598) = 0.9695 \sim 1$  (σφάλμα: 0.0305)

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



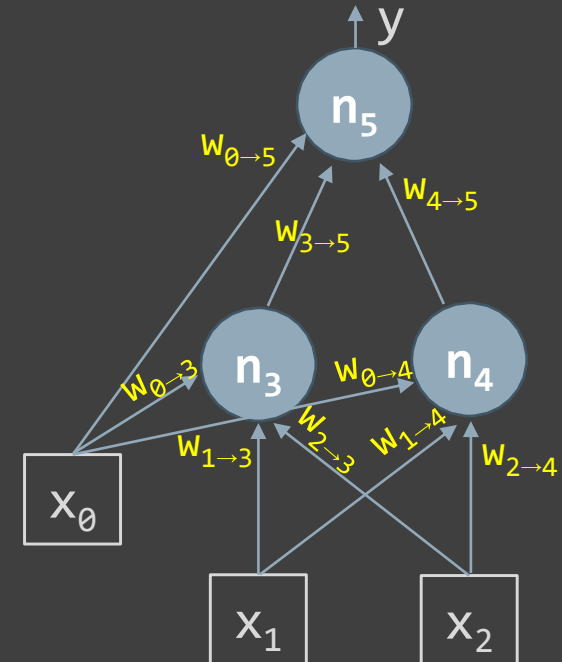
# Δίκτυα από τεχνητούς νευρώνες

## ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ ΠΥΛΗΣ XOR

Συνάρτηση ενεργοποίησης:  $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$

- είσοδοι:  $x_1=1, x_2=0$   
bias:  $x_0=1$
- τυχαία βάρη:  $w_{13}=3, w_{23}=4, w_{03}=2$   
 $w_{14}=6, w_{24}=5, w_{04}=-1$   
 $w_{35}=2, w_{45}=4, w_{05}=-2.5$

| $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $y$ |
|-------|-------|-------|-----|
| 1     | 0     | 0     | 0   |
| 1     | 0     | 1     | 1   |
| 1     | 1     | 0     | 1   |
| 1     | 1     | 1     | 0   |



ΑΝΑΝΕΩΣΗ ΒΑΡΩΝ: όχι τυχαία, μεθοδικά

# Διαδικασία Μάθησης στα ΤΝΔ

---

Μεταξύ των πολλών ιδιοτήτων των νευρωνικών δικτύων είναι και η ικανότητά τους να μαθαίνουν και να βελτιώνουν την απόδοσή τους μέσω της διαδικασία της μάθησης.

Η διαδικασία αυτή της μάθησης είναι επαναληπτική και περιλαμβάνει αναπροσαρμογή των βαρών σε κάθε επανάληψη, μέχρι να ικανοποιηθεί ένα κριτήριο τερματισμού (συνήθως: ελαχιστοποίηση σφάλματος τιμής εξόδου). Ιδανικά, μετά από κάθε επανάληψη, το δίκτυο έχει πλησιάσει λίγο παραπάνω τα ιδανικά βάρη.

Είδη μάθησης:

- **Μάθηση με επίβλεψη** (είσοδοι & έξοδοι γνωστές)
- Μάθηση χωρίς επίβλεψη (αυτό-οργάνωση δικτύου)
- Μάθηση με ενίσχυση (βαθμολόγηση – αναπροσαρμογή βαρών)

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

---

Προσαρμογή των βαρών με σκοπό την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της πραγματικής τιμής της εξόδου του νευρωνικού δικτύου και της επιθυμητής

Πώς;

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

Προσαρμογή των βαρών με σκοπό την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της πραγματικής τιμής της εξόδου του νευρωνικού δικτύου και της επιθυμητής

Ορίζουμε μια ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ:

για ΤΝΔ χωρίς κρυφά επίπεδα, στους νευρώνες εξόδου ορίζουμε

$$E_p(w) = \frac{1}{2} \sum_j (y_{j,p} - o_{j,p})^2$$

$y_{j,p}$ : έξοδος-στόχος του νευρώνα  $j$   
 $o_{j,p}$ : πραγματική έξοδος του νευρώνα  $j$   
 $p$  : αριθμός παραδείγματος

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

Προσαρμογή των βαρών με σκοπό την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της πραγματικής τιμής της εξόδου του νευρωνικού δικτύου και της επιθυμητής

Ορίζουμε μια ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ:

για ΤΝΔ χωρίς κρυφά επίπεδα, στους νευρώνες εξόδου ορίζουμε

$$E_p(w) = \frac{1}{2} \sum_j (y_{j,p} - o_{j,p})^2$$

$y_{j,p}$ : έξοδος-στόχος του νευρώνα  $j$   
 $o_{j,p}$ : πραγματική έξοδος του νευρώνα  $j$   
 $p$  : αριθμός παραδείγματος

Γιατί αυτήν;

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

Προσαρμογή των βαρών με σκοπό την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της πραγματικής τιμής της εξόδου του νευρωνικού δικτύου και της επιθυμητής

Ορίζουμε μια ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ:

για ΤΝΔ χωρίς κρυφά επίπεδα, στους νευρώνες εξόδου ορίζουμε

$$E_p(w) = \frac{1}{2} \sum_j (y_{j,p} - o_{j,p})^2$$

$y_{j,p}$ : έξοδος-στόχος του νευρώνα  $j$   
 $o_{j,p}$ : πραγματική έξοδος του νευρώνα  $j$   
 $p$  : αριθμός παραδείγματος

- ✓ Η ύψωση στο τετράγωνο κάνει θετικά όλα τα σφάλματα και ενισχύει το σφάλμα των μεγάλων αποκλίσεων ακόμα περισσότερο
- ✓ Το  $1/2$  διευκολύνει τις πράξεις

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

Προσαρμογή των βαρών με σκοπό την ελαχιστοποίηση της διαφοράς μεταξύ της πραγματικής τιμής της εξόδου του νευρωνικού δικτύου και της επιθυμητής

Ορίζουμε μια ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΟΣΤΟΥΣ:

για ΤΝΔ χωρίς κρυφά επίπεδα, στους νευρώνες εξόδου ορίζουμε

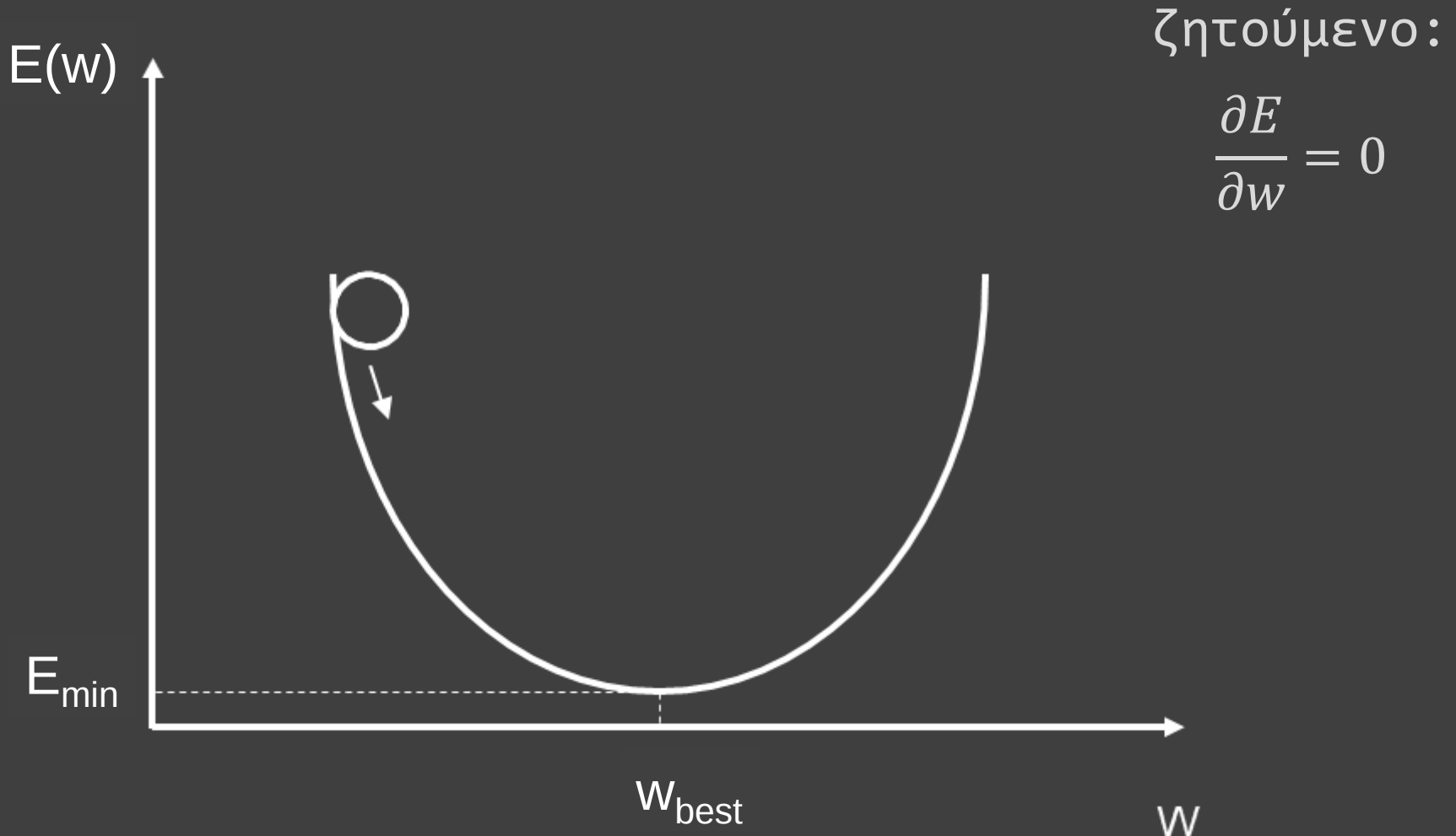
$$E_p(w) = \frac{1}{2} \sum_j (y_{j,p} - o_{j,p})^2$$

$y_{j,p}$ : έξοδος-στόχος του νευρώνα  $j$   
 $o_{j,p}$ : πραγματική έξοδος του νευρώνα  $j$   
 $p$ : αριθμός παραδείγματος

Το συνολικό σφάλμα θα είναι:

$$E(w) = \sum_p E_p(w)$$

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος



# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

μετά από πράξεις...

ΜΕΤΑΒΟΛΗ στην τιμή κάθε βάρους:

$$\Delta w_i = w_i^{(new)} - w_i^{(old)} = d \cdot (y - o) \cdot x_i$$

όπου

$x_i$ : η εκάστοτε σύνδεση  $i$  της οποίας  
το βάρος αναπροσαρμόζεται

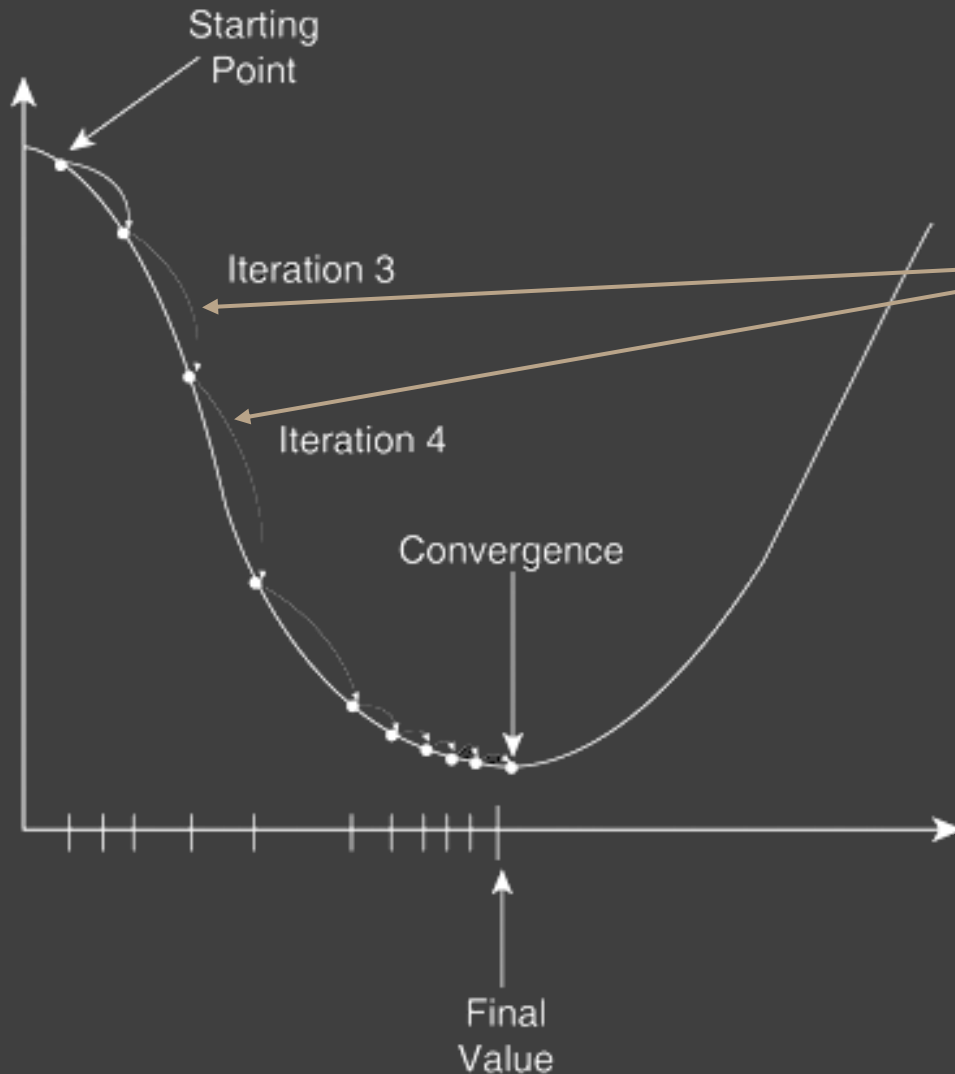
$w_i$ : το βάρος που αντιστοιχεί στη σύνδεση  $x_i$

$y$ : έξοδος-στόχος του νευρώνα

$o$ : πραγματική έξοδος του νευρώνα  $o = f\left(\sum_i w_i x_i\right)$

$d$ : ρυθμός μάθησης

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος



ρυθμός μάθησης  $d$   
(learning rate):

μέγεθος βήματος

$\uparrow d$ :

- μεγαλύτερη ταχύτητα
- αυξημένη πιθανότητα να προσπεραστεί το ολικό ελάχιστο
- παλινδρόμηση

$\downarrow d$ :

- μικρότερη ταχύτητα
- αποφυγή παλινδρόμησης

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

---

υπολογισμός κάθε νέου βάρους:

$$w_i^{(new)} = w_i^{(old)} + \Delta w_i = w_i^{(old)} + d \cdot (y - o) \cdot x_i$$

όπου

$x_i$ : η επιμέρους είσοδος  $i$  της οποίας  
το βάρος αναπροσαρμόζεται

$w_i$ : το βάρος που αντιστοιχεί στην είσοδο  $x_i$

$y$ : έξοδος-στόχος του νευρώνα

$o$ : πραγματική έξοδος του νευρώνα

$d$ : ρυθμός μάθησης

$$o = f\left(\sum_i w_i x_i\right)$$

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

---

## ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΕ ΔΙΚΤΥΟ

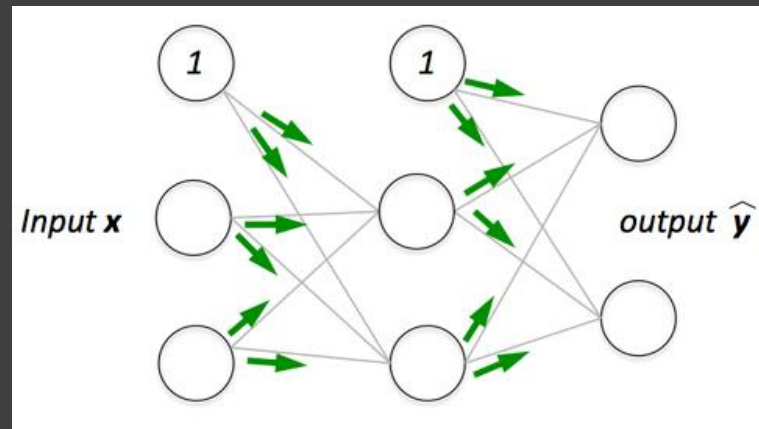
Όταν υπάρχουν κρυφά επίπεδα, δεν γίνεται εφαρμογή της προηγούμενης μεθόδου

Μέθοδος που ακολουθούμε υπό προϋποθέσεις:  
Back-Propagation of the Error

# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

## ΓΕΝΙΚΑ για feedforward ΤΝΔ

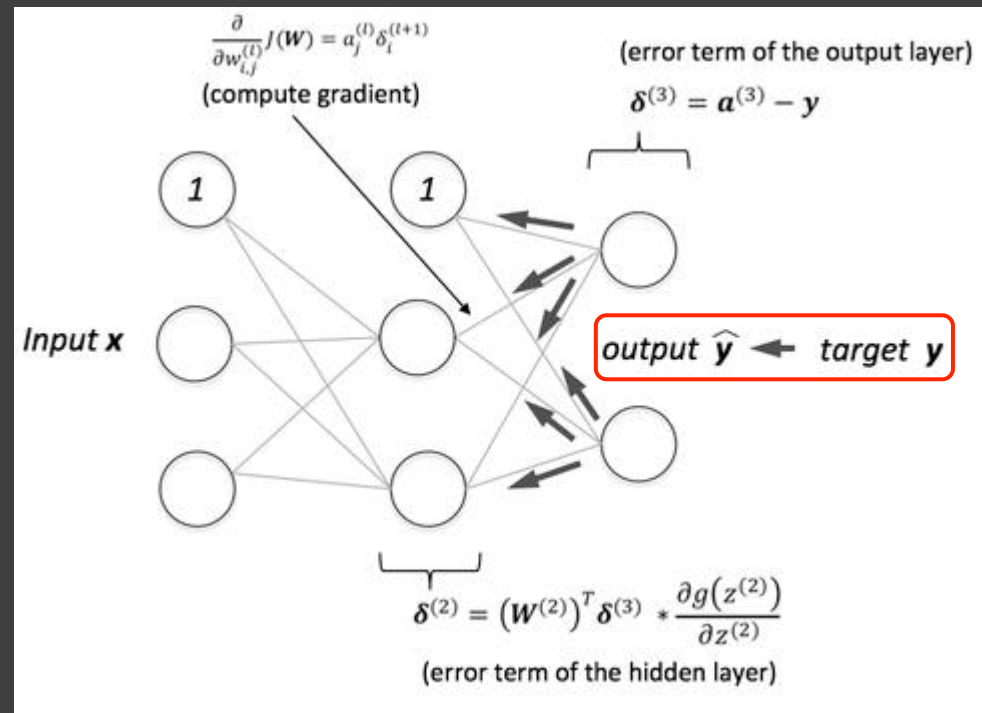
- Υπολογισμός εξόδων όλων των νευρώνων με δεδομένα βάρη, ξεκινώντας από επίπεδο εισόδου και προχωρώντας προς το επίπεδο εξόδου



# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

## ΓΕΝΙΚΑ για feedforward ΤΝΔ

- Υπολογισμός εξόδων όλων των νευρώνων με δεδομένα βάρη, ξεκινώντας από επίπεδο εισόδου και προχωρώντας προς το επίπεδο εξόδου
- Υπολογισμός απόκλισης τιμής εξόδου του δικτύου από **επιθυμητή** τιμή



# Μάθηση με ελαχιστοποίηση σφάλματος

## ΓΕΝΙΚΑ για feedforward ΤΝΔ

- Υπολογισμός εξόδων όλων των νευρώνων με δεδομένα βάρη, ξεκινώντας από επίπεδο εισόδου και προχωρώντας προς το επίπεδο εξόδου
- Υπολογισμός απόκλισης τιμής εξόδου του δικτύου από **επιθυμητή** τιμή
- Αναπροσαρμογή των βαρών ξεκινώντας από επίπεδο εξόδου και προχωρώντας προς επίπεδο εισόδου (back-propagation of the error)

