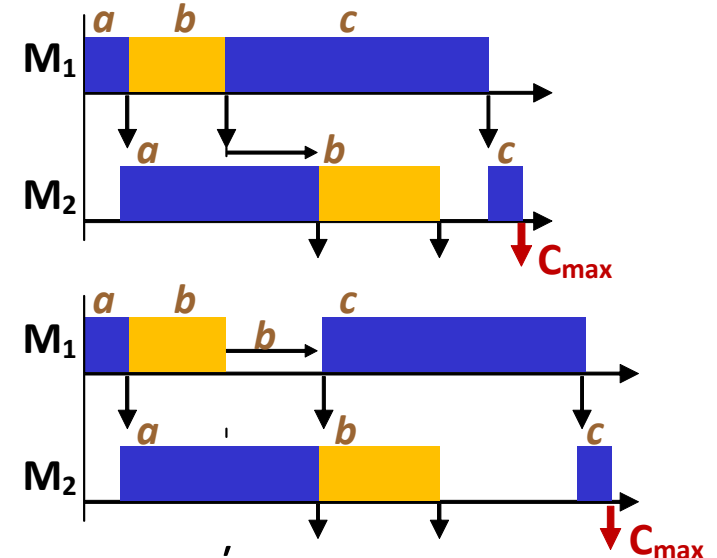


Καταστήματα Ροής (Γραμμές Παραγωγής)

Σε ένα κατάστημα ροής, οι εργασίες (πρώτες ύλες) εισέρχονται με τη σειρά στην πρώτη μηχανή M_1 για την πρώτη κατεργασία, ακολούθως μεταφέρονται στη δεύτερη M_2 όπου περιμένουν τη σειρά για τη δεύτερη κατεργασία κ.ο.κ. και τέλος αναχωρούν από την τελευταία μηχανή.

Το διάγραμμα Gantt δείχνει μία γραμμή με μηχανές M_1 , M_2 . Όταν η εργασία b τελειώσει από την M_1 , η M_2 δουλεύει ακόμη με την a . Όμως η b αποθηκεύεται και η M_1 ξεκινά την c .



Αν δεν υπάρχει δυνατότητα αποθήκευσης, η b μένει στη M_1 και τη μπλοκάρει. Έτσι η έναρξη της c καθυστερεί, μέχρις ότου η M_2 τελειώσει την a και δεχθεί την b . Αυτό τελικά έχει **επίπτωση στον C_{max}** .

Εξετάζουμε προβλήματα ελαχιστοποίησης του C_{max} με απεριόριστους χώρους αποθήκευσης και $r_i=0$. Προφανώς $F_{max}=C_{max}$. Ζητείται η σειρά εκτέλεσης που ελαχιστοποιεί τον C_{max} , που γράφεται και F_{max} αφού $r_i=0$.

Η βέλτιστη σειρά εκτέλεσης εργασιών δεν είναι πάντα ίδια για όλες τις μηχανές. Στα προβλήματα που θα εξετάσουμε, το κόστος είναι αύξουσα συνάρτηση των χρόνων παραγωγής και έχει την ακόλουθη συνέπεια:

Στο βέλτιστο πρόγραμμα, οι εργασίες εκτελούνται με την **ίδια σειρά στις δύο πρώτες μηχανές** και με την **ίδια σειρά στις δύο τελευταίες**.

F2 || F_{max}: Έστω p_{ij} η διάρκεια της εργασίας i στη M_j . Το πρόγραμμα που ελαχιστοποιεί το $F_{\max}$ είναι ίδιο για τις 2 μηχανές. Εφαρμόζεται ο

Αλγόριθμος Johnson:

1. Δημιουργούμε ένα πρόγραμμα παραγωγής **S** που στην αρχή είναι κενό.
2. Ευρίσκουμε την εργασία i με το μικρότερο χρόνο p_{ij} από όλες τις εργασίες. Αν υπάρχουν περισσότερες της μίας εργασίες επιλέγουμε μία κατά βούληση (όλες οι επιλογές είναι βέλτιστες).
3. Αν $j=1$, τότε η εργασία i τοποθετείται στην αριστερότερη κενή θέση του **S**, αλλιώς στη δεξιότερη κενή θέση. Αν $p_{i1}=p_{i2}$ επιλέγουμε είτε τη μία θέση είτε την άλλη κατά βούληση (και οι δύο επιλογές είναι βέλτιστες).
4. **Αφαιρούμε την i από το κατάλογο και επαναλαμβάνουμε το βήμα 2.**

Παράδειγμα (λίγο διαφορετικό από των σημειώσεων)

Επανάληψες αλγορίθμου με τα δεδομένα του πίνακα.

Επανάληψη 1: $\min=p_{21}=0 \Rightarrow \underline{2} _ _ _ _ _$

Επανάληψη 2: $\min=p_{52}=1 \Rightarrow \underline{2} _ _ _ \underline{5}$

Επανάληψη 3: $\min=p_{11}=p_{12}=p_{41}=3$, επιλογή $p_{12} \Rightarrow \underline{2} _ _ \underline{1} \underline{5}$

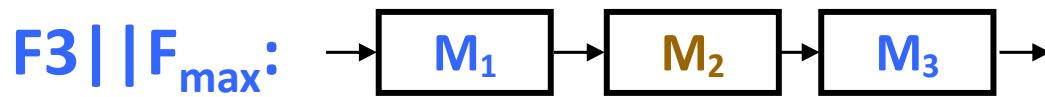
Επανάληψη 4: $\min=p_{41}=3 \Rightarrow \underline{2} \underline{4} _ \underline{1} \underline{5}$

Επανάληψη 5: έχει μείνει μόνο η 3 $\Rightarrow \underline{2} \underline{4} \underline{3} \underline{1} \underline{5}$ (Άλλες λύσεις: 21435, 24135)

i	p_{i1}	p_{i2}
1	3	3
2	0	2
3	5	4
4	3	6
5	2	1

Δ. Gantt: Τα 012...συμβολίζουν διαστήματα: 0 είναι για το $[0,1)$ και t για το $[t,t+1)$.

Διαστήματα 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 ...
 Μηχανή M_1 $\searrow$ 4 4 4 3 3 3 3 3 1 1 1 5 5
 Μηχανή M_2 2 2 4 4 4 4 4 4 3 3 3 3 1 1 1 5 | $F_{\max}=17$



Εδώ μπορεί να εφαρμοσθεί ο αλγόριθμος Johnson αν η M_1 ή η M_3 επικρατεί της M_2 : $\min_i p_{i1} \geq \max_k p_{k2}$ ή $\min_i p_{i3} \geq \max_k p_{k2}$

Τότε προχωρούμε με δύο ψευδομηχανές M_1', M_2' τέτοιες ώστε

$$p_{i1}' = p_{i1} + p_{i2}$$

$$p_{i2}' = p_{i2} + p_{i3}$$

Εφαρμόζοντας τον αλγόριθμο Johnson στις ψευδομηχανές προκύπτει το πρόγραμμα που ελαχιστοποιεί το $F_{\max}$ **αλλά όχι** το ίδιο το $F_{\max}$.

Για να εύρουμε **τους χρόνους περάτωσης** και το $F_{\max}$, αναπτύσσουμε το πρόγραμμα παραγωγής που βρήκαμε στο **διάγραμμα Gantt με τις τρεις αρχικές μηχανές και τους αρχικούς χρόνους**.

Παράδειγμα: Σύμφωνα με τον πίνακα, η M_1 επικρατεί της M_2 . Προχωρούμε με τις ψευδομηχανές και τον αλγόριθμο Johnson.

Επανάληψη 1: $\min = p_{32}' = 4 \Rightarrow \underline{\quad\quad\quad} \underline{3}$

Επανάληψη 2: $\min = p_{42}' = 5 \Rightarrow \underline{\quad\quad} \underline{4} \underline{3}$

Επανάληψη 3: $\min = p_{12}' = 6 \Rightarrow \underline{\quad} \underline{1} \underline{4} \underline{3}$

Επανάληψη 4: έχει μείνει μόνο η 2 $\Rightarrow \underline{2} \underline{1} \underline{4} \underline{3}$

i	p_{i1}	p_{i2}	p_{i3}	p_{i1}'	p_{i2}'
1	8	2	4	10	6
2	5	4	5	9	9
3	6	1	3	7	4
4	7	3	2	10	5

Δ. Gantt: Τα 012...συμβολίζουν διαστήματα: 0 είναι για το $[0,1)$ και t για το $[t,t+1)$.

Διαστήματα 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1...

Μηχανή M_1 **2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 4 4 4 4 4 4 3 3 3 3 3**

Μηχανή M_2 **2 2 2 2 1 1 4 4 4 4 4 3**

Μηχανή M_3 **2 2 2 2 1 1 1 1 4 4 3 3 3 | $F_{\max}=30$** 4