

Στοιχεία Μηχανών - Σχεδιασμός Μειωτήρα

Ιωάννης-Νικόλαος Παυλής

Σε αυτή την εργασία σχεδιάζεται και αναλύεται μειωτήρας με ισχύ εισόδου 20HP στις 1750rpm, με ταχύτητα εξόδου 82-88rpm.

June 30, 2024

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή - Βασικά Χαρακτηριστικά	3
1.1. Εισαγωγή	3
1.2. Δόντια	3
1.2.1. Περιορισμοί	3
1.2.2. Επιλογή σχέσης	4
1.3. Μέγεθος	4
2. Ανάλυση Τάσεων AGMA	5
2.1. Συντελεστές	5
2.1.1. F_t	5
2.1.2. m	5
2.1.3. b	5
2.1.4. J	5
2.1.5. K_o	5
2.1.6. K_v	6
2.1.7. K_s	6
2.1.8. K_m	6
2.1.9. K_B	6
2.1.10. σ_t	7
2.1.11. K_L	7
2.1.12. S_F	8
2.1.13. K_T	8
2.1.14. K_R	8
2.1.15. Επιλογή Υλικού	8
3. Άξονας	9
3.1. Δυνάμεις Τροχών σε άξονα	9
3.2. Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος	9
3.3. Επιλογή Υλικού Άξονα & Υπολογισμός Διαμέτρου	14
3.3.1. Υλικό	14
3.3.1.1. C_F	14
3.3.1.2. C_R	14
3.3.1.3. C_S	14
3.3.1.4. C_W	14
3.3.1.5. k_f	14
3.3.2. Μέγιστη Τάση & Ελάχιστη Διάμετρος	15
4. Ρουλεμάν & Σφήνες	16
4.1. Ρουλεμάν	16
4.2. Σφήνες	16
Βιβλιογραφία	17
Index of Figures	18
Index of Tables	18

1. Εισαγωγή - Βασικά Χαρακτηριστικά

1.1. Εισαγωγή

Σε αυτή την εργασία σχεδιάζεται μειωτήρας που συνδέει κινητήρα εσωτερικής καύσης με ηλεκτρογεννήτρια. Η ισχύς του κινητήρα είναι 20HP στις 1750 στροφές το λεπτό, και σκοπός του μειωτήρα είναι να κατεβάσει τις στροφές σε εύρος από 82-88 στροφές το λεπτό. Σημαντικοί περιορισμοί του σχεδιασμού ήταν:

- το έργο το οποίο έχει χαμηλές κρούσεις, με περιορισμένο αριθμό μέτρων κρούσεων.
- οι άξονες εισόδου και εξόδου πρέπει να είναι συγγραμμοί, ενώ όλοι οι άξονες (δηλαδή και ο ενδιάμεσος), εξέχουν 100 mm εκτός του μειωτήρα σε κάθε κατεύθυνση.
- Οι εξωτερικές διαστάσεις του μειωτήρα είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις $350 \times 350 \times 550$ mm. Επίσης μια από τις 2 τετράγωνες πλευρές πρέπει να είναι η βάση.
- Οι οδοντωτοί τροχοί και τα ρουλεμάν πρέπει να έχουν διάρκεια ζωής πάνω από 12,000 ώρες, ενώ ο άξονας άπειρη. Η αξιοπιστία πρέπει να είναι 99%.
- Ο συντελεστής ασφάλειας πρέπει να είναι 1.5

Για να σχεδιαστεί ο μειωτήρας ικανοποιώντας όλους τους απαραίτητους περιορισμούς έγινε ανάλυση των δοντιών κατά AGMA. Κατά την ανάλυση έγιναν ορισμένες επιπλέον επιλογές με σκοπό την μείωση του κόστους που επιρρέασαν τον μελλοντικό σχεδιασμό, όπως η επιλογή module 4 αντί για 4.5 και η επιλογή μεγαλύτερων ανοχών όπου επιτρεπτό.

Ο άξονας σχεδιάστηκε με την αρχή μέγιστης διατμητικής τάσης και η κατασκευή του έγινε από χάλυβα Χρωμίου-Μολυβδενίου AISI 4140. Επιλέχθηκαν κατάλληλα ρουλεμάν από τον κατάλογο της SKF και η εφαρμογή των τροχών έγινε μέσω τετράγωνων σφηνών. Τέλος, με βάση όλους τους περιορισμούς σε διαμέτρους, ράδια και μήκη που σχηματίστηκαν κατά την επιλογή υλικών και την ανάλυση των φορτίων σχεδιάστηκε ο ενδιάμεσος άξονας σε CAD. Το σχέδιο σε μορφή PDF βρίσκεται συνημμένο μαζί με αυτό το έγγραφο.

1.2. Δόντια

1.2.1. Περιορισμοί

Προϋπόθεση του σχεδιασμού του μειωτήρα είναι να επιλεγθούν δύο σχέσεις, οι οποίες θα καταλήγουν σε άξονα εξόδου στο ίδιο ύψος με τον άξονα εισόδου. Συνεπώς, εάν η πρώτη σχέση αποτελείται δύο τροχούς με z_1, z_2 δόντια και η δεύτερη από z_3, z_4 αντίστοιχα, προκύπτει ο περιορισμός:

$$z_1 + z_2 = z_3 + z_4 \quad (1)$$

Στη συνέχεια, η ταχύτητα εξόδου θα πρέπει να είναι από 82 έως 88 στροφές το λεπτό. Δεδομένη την ταχύτητα εισόδου 1750 στροφών το λεπτό, ο δεύτερος περιορισμός σχηματίζεται:

$$\begin{aligned} 82 &\leq 1750 \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} \leq 88 \\ \Rightarrow \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3} &\in [19.89, 21.34] \end{aligned} \quad (2)$$

Τέλος, λόγω της φύσης των οδοντωτών τροχών, προκύπτουν μηχανικοί περιορισμοί:

$$z_i \in \mathbb{N}, z_i \geq 12 \quad (3)$$

1.2.2. Επιλογή σχέσης

Παρατηρείται πως η σχέση 1:20 είναι εντός το εύρος των επιτρεπτών τιμών, και μπορεί αρκετά εύκολα να χωριστεί σε 1:4 και 1:5. Αξιοσημείωτο είναι πως η σχέση 1:20 είναι πολύ συχνή σε μειωτήρες της αγοράς με ατέρμονα κοχλία, αν και δεν πληρούν τις προϋποθέσεις όσον αφορά το ύψος του άξονα εξόδου.

Με βάση τους παραπάνω περιορισμούς αναζητούμε δύο ζεύγη ακέραιων με κοινό άθροισμα με το ένα ζεύγος να έχει αναλογία 1:4 και το άλλο 1:5. Μία εύκολη λύση είναι $\frac{20}{100}$ και $\frac{24}{96}$ με κοινό άθροισμα 120. Παρατηρείται όμως πως τα κλάσματα αυτά μπορούν να απλοποιηθούν σε $\frac{15}{75}$ και $\frac{18}{72}$. Περεταίρω απλοποίηση καταλήγει σε τροχούς με κάτω από 12 δόντια. Γνωρίζοντας πλέον σχέσεις και ταχύτητα εισόδου μπορούν να υπολογιστούν ταχύτητες και αντίστοιχα οι ροπές σε όλους τους τροχούς:

$$M_t = 71620 \cdot \frac{HP}{rpm} \quad (4)$$

Τροχός	Δόντια	<i>rpm</i>	Ροπή (kr × cm)	Άξονας
z_1	15	1750	818.51	1
z_2	75	350	4092.5	2
z_3	18	350	4092.5	2
z_4	72	87.5	16370.2	3

Πίνακας 1: Πίνακας Ροπών

1.3. Μέγεθος

Ο διαθέσιμος χώρος του μειωτήρα είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο διαστάσεων $350 \times 350 \times 550$ mm. Η διάμετρος ενός τροχού είναι ίση με $d = z \times \text{module}$. Άρα η διάμετρος του μεγαλύτερου τροχού ($z = 75$) δεν θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από 350 mm. Δηλαδή:

$$d < 350 \Rightarrow z \times \text{module} < 350 \Rightarrow \text{module} < \frac{350}{75} \Rightarrow \text{module} \leq 4.5 \quad (5)$$

Η μεγαλύτερη τιμή module εντός των περιορισμών μας που υπάρχει στην αγορά είναι 4.5, αν και θα ήταν προτιμότερο εάν άντεχαν τροχοί module 4 λόγω κόστους. Οι τροχοί με $z=12,18,75$ πιθανόν μπορούν να βρεθούν ετοιμοπαράδοτοι, καθώς είναι συνήθεις τιμές. Έτσι είναι εφικτό να πρέπει να κατασκευασθεί μόνο ο τροχός με $z=72$ ειδικά για αυτόν τον μειωτήρα, μειώνοντας το συνολικό κόστος.

2. Ανάλυση Τάσεων AGMA

Για την επιλογή των σωστών υλικών θα πρέπει να υπολογιστεί η καμπτική τάση κατά AGMA:

$$\sigma_t = \frac{F_t}{m \cdot b \cdot J} \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot K_m \cdot K_B \quad (6)$$

2.1. Συντελεστές

2.1.1. F_t

F_t η δύναμη στο δόντι σε N . Η δύναμη υπολογίζεται από την σχέση $F_t = \frac{2M_t}{d_i}$. Για τον υπολογισμό της διαμέτρου θα έχουμε $d_i = z \times \text{module}$, με module 4. Άρα:

Τροχός	Δόντια	Ροπή (kp × cm)	d_i	F_t (kp × 10)	F_t (N)
z_1	15	818.51	60	6.8209	668.91
z_2	75	4092.5	300	6.8209	668.91
z_3	18	4092.5	72	28.421	2781.1
z_4	72	16370.2	288	28.421	2787.1

Πίνακας 2: Πίνακας Δυνάμεων Δοντιών

Οι δυνάμεις σε τροχούς που είναι σε επαφή είναι ίδιες το το οποίο επιβεβαιώνει την εγκυρότητα του Πίνακα 1.

2.1.2. m

Το m είναι το module σε mm άρα $m = 4$.

2.1.3. b

b είναι το πλάτος των γραναζιών. Εφόσον συνιστάται πλάτος μεταξύ 9-13m επιλέγεται 12m καθώς περισσεύει χώρος στα 350 mm διαθέσιμα. Άρα $b = 48$ mm

2.1.4. J

J είναι ο γεωμετρικός συντελεστής ο οποίος με βάση το σχήμα 18.22β [1] ισούται με:

Τροχός	Δόντια Τροχού	Δόντια Συνεργαζόμενου Τροχού	J
z_1	15	75	0.26
z_2	55	15	0.41
z_3	18	72	0.34
z_4	72	18	0.41

Πίνακας 3: Πίνακας Γεωμετρικού συντελεστή

2.1.5. K_o

K_o είναι ο συντελεστής υπερφόρτισης. Εφόσον η κινητήρια μηχανή είναι κινητήρας εσωτερικής καύσης και η κινούμενη μηχανή ηλεκτρογεννήτρια, σύμφωνα με τον Πίνακα 18.13 [1] $K_o = 1.2$

2.1.6. K_v

K_v είναι ο δυναμικός συντελεστής που εξαρτάται από την γραμμική ταχύτητα του τροχού και το Q_v , δηλαδή την κατηγορία ποιότητας από 3 έως 15, που υπολογίζεται από το σχήμα 18.21 [1]. Η ποιότητα κατασκευής καθορίζει και την μέγιστη γραμμική ταχύτητα:

$$u_{\max} = (A + (Q_v - 3))^2$$

όπου $A = 50 + 56 \cdot (1 - B)$

$$\kappa\alpha\iota \ B = \frac{(12 - Q_v)^{\frac{2}{3}}}{4}$$
(7)

Με μέγιστη γραμμική ταχύτητα 5.49 m/s στους τροχούς z_1, z_2 δεν φέρει περιορισμούς ταχύτητας το Q_v καθώς ακόμα και για $Q_v = 3$ η μέγιστη ταχύτητα είναι αρκετές τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από 5.5 m/s. Το K_v υπολογίζεται από την σχέση:

$$K_v = \left(A + \frac{\sqrt{200 \cdot u_t}}{A} \right)^B$$
(8)

και η γραμμική ταχύτητα από την σχέση:

$$u_t = \frac{\pi \cdot d_i \cdot \text{rpm}}{60}$$
(9)

Επιλέγοντας μία μέση τιμή $Q_v = 7$ έχουμε $B = 0.7310$, $A = 65.06$. Συνεπώς:

Τροχός	u_t (m/s)	K_v
z_1	5.50	1.351
z_2	5.50	1.351
z_3	1.31	1.176
z_4	1.31	1.176

Πίνακας 4: Πίνακας Δυναμικών Συντελεστών

2.1.7. K_s

K_s είναι ο συντελεστής μεγέθους. Με βάση τον πίνακα 18.4 [1] για module = 4 ο συντελεστής ισούται με $K_s = 1$

2.1.8. K_m

K_m είναι ο συντελεστής διανομής φορτίου ο οποίος δίνεται στον Πίνακα [1]. Με πάχος δοντιών 48mm η τιμή του K_m καθορίζεται από την επιλογή της ακρίβειας. Με σκοπό την ευκολότερη κατεργασία, και συνεπώς μείωση του κόστους, επιλέγονται μεγαλύτερες ανοχές και έτσι $K_m = 1.6$

2.1.9. K_B

K_B είναι ο συντελεστής πάχους στεφάνης, και ισούται με 1 εφόσον το πάχος της στεφάνης είναι τουλάχιστον 1.2 φορές μεγαλύτερο από το ύψος του δοντιού. Το πάχος του δοντιού ισούται με $h_t = 2.25 \times \text{module}$ και το πάχος της στεφάνης με $t_R = (d_i - h_d - d_h)/2$, με

d_i την αρχική διάμετρο, d_h την τρύπα του άξονα και $h_d = 1.25 \times \text{module}$ το dedendum του δοντιού. Άρα για να έχουμε $K_B = 1$ πρέπει $\frac{t_R}{h_t} \geq 1.2$. Άρα η μέγιστη διάμετρος της τρύπας για κάθε τροχό θα είναι:

$$\begin{aligned}
 \frac{t_R}{h_t} &\geq 1.2 \\
 \Rightarrow \frac{d_i - h_d - d_h}{9} &\geq 1.2 \\
 \Rightarrow d_i - d_h - 5 &\geq 10.8 \\
 \Rightarrow d_i - d_h &\geq 15.8 \\
 \Rightarrow d_h - d_i &\leq -15.8 \\
 \Rightarrow d_h &\leq d_i - 15.8
 \end{aligned} \tag{10}$$

Τροχός	d_i	$\max d_h$
z_1	60	44.2
z_2	300	284.2
z_3	72	56.2
z_4	288	272.2

Πίνακας 5: Πίνακας Μέγιστων Διαμέτρων Τρύπας Άξονα

2.1.10. σ_t

Με όλους τους συντελεστές της Εξίσωση 6 είναι εφικτός ο υπολογισμός της τάσης σε κάθε τροχό:

Τροχός	σ_t (MPa)
z_1	34.757
z_2	22.041
z_3	96.401
z_4	79.942

Πίνακας 6: Πίνακας Καμπτικών Τάσεων

Η επιλογή του υλικού θα γίνει με βάση την εξίσωση

$$\begin{aligned}
 \sigma_t &\leq \frac{S_{at} \cdot K_L}{S_F \cdot K_T \cdot K_R} \\
 \Rightarrow \frac{(\sigma_t \cdot S_F \cdot K_T \cdot K_R)}{K_L} &\leq S_{at}
 \end{aligned} \tag{11}$$

όπου το S_{at} εξαρτάται από το υλικό που θα επιλεγθεί.

2.1.11. K_L

K_L είναι ο συντελεστής διάρκειας ζωής και εξαρτάται κυρίως από τους κύκλους φόρτισης. Εφόσον έχουμε έναν κύκλο φόρτισης ανά περιστροφή, οι κύκλοι ισούνται με: $N = \text{rpm} \times \text{hours} \times 60$. Οι ώρες λειτουργίας είναι 12,000 όπως αναφέρθηκε στην εισαγωγή. Για κύκλους

άνω των 10^6 , το οποίο ισχύει για όλους τους τροχούς, ο συντελεστής διάρκειας ζωής ισούται με: (ανάλογα με την σκληρότητα Brinel)

$$K_L = Y_N = \begin{cases} 1.6831 \cdot N^{-0.0323}, & H_B = 160 \\ 1.3558 \cdot N^{-0.0178}, & H_B = 400 \end{cases} \quad (12)$$

Τροχός	Κύκλοι	K_L	
		$H_B = 160$	$H_B = 400$
z_1	$1.26 \cdot 10^9$	0.7941	0.8962
z_2	$2.52 \cdot 10^8$	0.9010	0.9608
z_3	$2.52 \cdot 10^8$	0.9010	0.9608
z_4	$6.3 \cdot 10^7$	0.9423	0.9848

Πίνακας 7: Συντελεστές Διάρκειας Ζωής

2.1.12. S_F

S_F είναι ο συντελεστής ασφάλειας, ορισμένος από την εισαγωγή ως 1.5.

2.1.13. K_T

K_T είναι ο συντελεστής θερμοκρασίας. Εφόσον η θερμοκρασία είναι κάτω των 120°C $K_T = 1$.

2.1.14. K_R

K_R είναι ο συντελεστής αστοχίας. Από την εισαγωγή η αξιοπιστία μας είναι 99%, δηλαδή μία στις 100. Άρα βάσει του πίνακα 18.16 [1] $K_R = 1$

2.1.15. Επιλογή Υλικού

Χρησιμοποιώντας την Εξίσωση 11 και τους παραπάνω Συντελεστές υπολογίζεται το $S_{\varepsilon\pi}$ για κάθε τροχό:

Τροχός	S_{at}	
	$H_B = 160$	$H_B = 400$
z_1	65.654	58.174
z_2	36.694	34.411
z_2	160.49	150.50
z_2	127.25	121.76

Πίνακας 8: Επιτρεπτές Τάσεις

Συγκρίνοντας τις παραπάνω τιμές με τις επιτρεπόμενες καμπτικές τάσεις στα διαθέσιμα υλικά [1] αποφασίζεται ως κατάλληλο υλικό χάλυβας με σκλήρυνση σε βάθος στα 160 Brinell, Ποιότητας 1. Με βάση το σχήμα 18.30 [1] η επιτρεπτή του τάση θα είναι:

$$S_{at} = 0.544 \cdot H_B + 90.14 = 177.18 \quad (13)$$

3. Άξονας

Για τον καθορισμό των απαραίτητων διαμέτρων κατά μήκος του άξονα θα πρέπει να δημιουργηθεί το Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος (ΔΕΣ) ώστε να καθοριστούν οι δυνάμεις και οι ροπές στον άξονα από τα ρουλεμάν και τους τροχούς. Με το ΔΕΣ συμπληρωμένο, μπορεί να σχηματιστεί διάγραμμα διατημητικών τάσεων. Μέσω των τάσεων αυτών θα καθοριστούν οι ελάχιστοι διάμετροι.

3.1. Δυνάμεις Τροχών σε άξονα

Στο προηγούμενο κεφάλαιο υπολογίσαμε τις F_t του κάθε δοντιού, η οποία είναι η κάθετη συνιστώσα που παράγει ροπή και συνεπώς μεταφέρει την ισχύ. Η άλλη συνιστώσα, F_r , ασκείται ως ακτινικό φορτίο στον άξονα και ισούται με $F_r = F_t \tan \varphi$ όπου φ η γωνία εξελιγμένης [1]. Μας αφορούν οι δυνάμεις στον ενδιάμεσο άξονα, άρα ενδιαφερόμαστε μονάχα για τους τροχούς z_2, z_3 . Άρα:

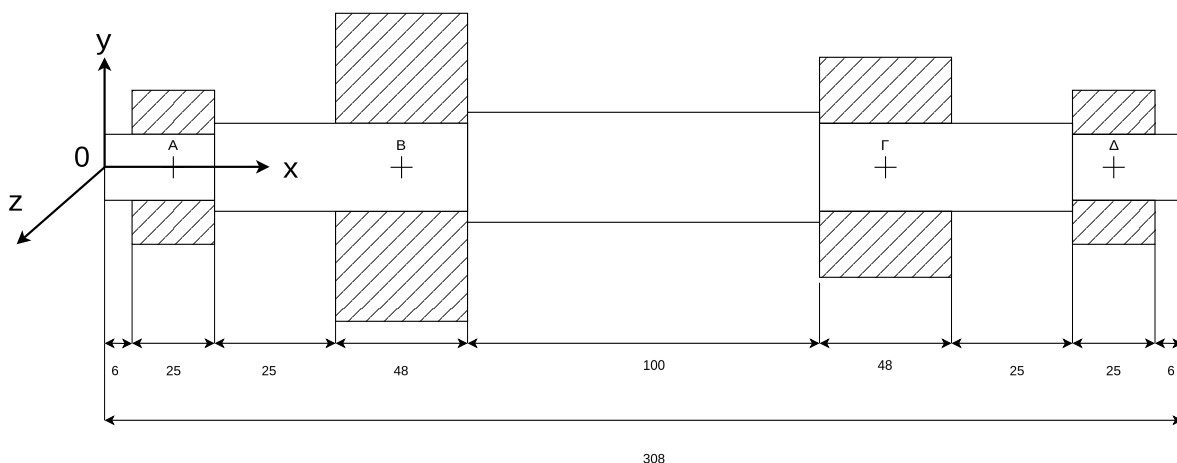
Τροχός	F_t	F_r
z_2	668.91	243.46
z_3	2787.1	1014.4

Πίνακας 9: Πίνακας Ακτινικών & Αξονικών Δυνάμεων

Οι δυνάμεις αυτές περνούν στον ενδιάμεσο άξονα μέσω της σφήνας και τα ρουλεμάν τους ασκούν αντιδράσεις.

3.2. Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος

Για την δημιουργία του ΔΕΣ θα πρέπει να γίνει μία αρχική εκτίμηση των αποστάσεων μεταξύ ρουλεμάν και τροχών κατά μήκος του άξονα. Μπορούμε να βάλουμε αρκετό περιθώριο (100 mm) για να χωρέσουν τα ρουλεμάν τω πάνω αξόνων. Εάν θεωρήσουμε μεγάλο πάχος για τα ρουλεμάν (25 mm) και βάλουμε αρκετό κενό χώρο στις άκρες του άξονα (6 mm) και ανάμεσα σε ρουλεμάν και τροχούς (25 mm) θα διευκολυνθεί η εγκατάσταση και η συντήρηση του κιβωτίου. Με βάση αυτές τις αρχικές προβλέψεις ο άξονας θα έχει συνολικό μήκος 308 mm, κάτω από το μέγιστο των 350 mm. Συνεπώς ένα αρχικό σκαρίφημα μπορεί να σχεδιαστεί, όπως το Σχήμα 1



Σχήμα 1: Σκαρίφημα Εκτίμησης Διαστάσεων Άξονα. Δεν είναι σε κλίμακα.

Με τις αρχικές διαστάσεις καθορισμένες ορίζεται σύστημα αξόνων xyz με 0 την αρχή του άξονα, τον άξονα x παράλληλο σε αυτόν, τον άξονα y θετικό προς τους άλλους 2 άξονες και τον z κάθετο στους x, y με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού. Τα σημαντικά σημεία για τον σχηματισμό του ΔΕΣ είναι:

- Α: κέντρο ρουλεμάν r_1 ($x = 18.5$)
- Β: κέντρο τροχού z_2 ($x = 80$)
- Γ: κέντρο τροχού z_3 ($x = 228$)
- Δ: κέντρο ρουλεμάν r_2 ($x = 289.5$)

Πλέον έχουμε τα απαραίτητα δεδομένα για να σχηματιστεί το ΔΕΣ και να υπολογιστούν οι αντιδράσεις των ρουλεμάν. Με βάση το σύστημα αξόνων που ορίστηκε παραπάνω, όλες οι ακτινικές δυνάμεις (F_r^2, F_r^3) έχουν αρνητικές τιμές. Δεδομένου του ότι ο άξονας περιστρέφεται θετικά ως προς τον x , η F_t^2 είναι θετική ως προς τον z ενώ η F_t^3 αρνητική.



Σχήμα 2: Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος ενδιάμεσου άξονα στο επίπεδο xz

Χρησιμοποιώντας τον Δεύτερο Νόμο του Νεύτωνα [2], εφόσον ο άξονας έχει σταθερή περιστροφική ταχύτητα (ακίνητος σε y και z , σταθερά rpm στον x) και είναι ακίνητος στους γραμμικούς άξονες προκύπτει:

- Το άθροισμα των ροπών είναι μηδενικό ως προς κάθε σημείο αναφοράς
- Το άθροισμα των δυνάμεων είναι μηδενικό σε κάθε άξονα

Άρα στο επίπεδο xz ισχύει:

$$\begin{aligned} \sum T_y^A &= \cancel{R_z^A \cdot 0} - F_t^2 \cdot (x_B - x_A) + F_t^3 \cdot (x_G - x_A) - R_z^\Delta \cdot (x_\Delta - x_A) = 0 \\ &\Rightarrow R_z^\Delta \cdot 271 = F_t^3 \cdot 209.5 + F_t^2 \cdot 61.5 \\ &\Rightarrow R_z^\Delta = \frac{542759.485}{271} = 2002.80N \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sum T_y^\Delta &= R_z^A \cdot (x_\Delta - x_A) + F_t^2 \cdot (x_\Delta - x_A) - F_t^3 \cdot (x_\Delta - x_A) + \cancel{R_z^\Delta \cdot 0} = 0 \\ &\Rightarrow R_z^A \cdot 271 = F_t^3 \cdot 61.5 - F_t^2 \cdot 209.5 \\ &\Rightarrow R_z^A = \frac{31270.01}{271} = 115.39N \end{aligned} \quad (15)$$

Οι παραπάνω υπολογισμοί μπορούν να επιβεβαιωθούν από την εξίσωση:

$$\begin{aligned} \sum F_z &= 0 \\ R_z^A + R_z^\Delta &= F_t^3 - F_t^2 = 2118.19 \end{aligned} \quad (16)$$



Σχήμα 3: Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος ενδιάμεσου άξονα στο επίπεδο xy

Με τον ίδιο τρόπο υπολογίζονται και οι δυνάμεις στο επίπεδο xy :

$$\begin{aligned}
 \sum T_z^A &= \cancel{R_y^A \cdot 0} - F_r^2 \cdot (x_B - x_A) - F_r^3 \cdot (x_\Gamma - x_A) + R_y^\Delta \cdot (x_\Delta - x_A) = 0 \\
 &\Rightarrow R_y^\Delta \cdot 271 = F_r^2 \cdot 61.5 + F_r^3 \cdot 209.5 \\
 &\Rightarrow R_y^\Delta = \frac{227489.59}{271} = 839.44N
 \end{aligned} \tag{17}$$

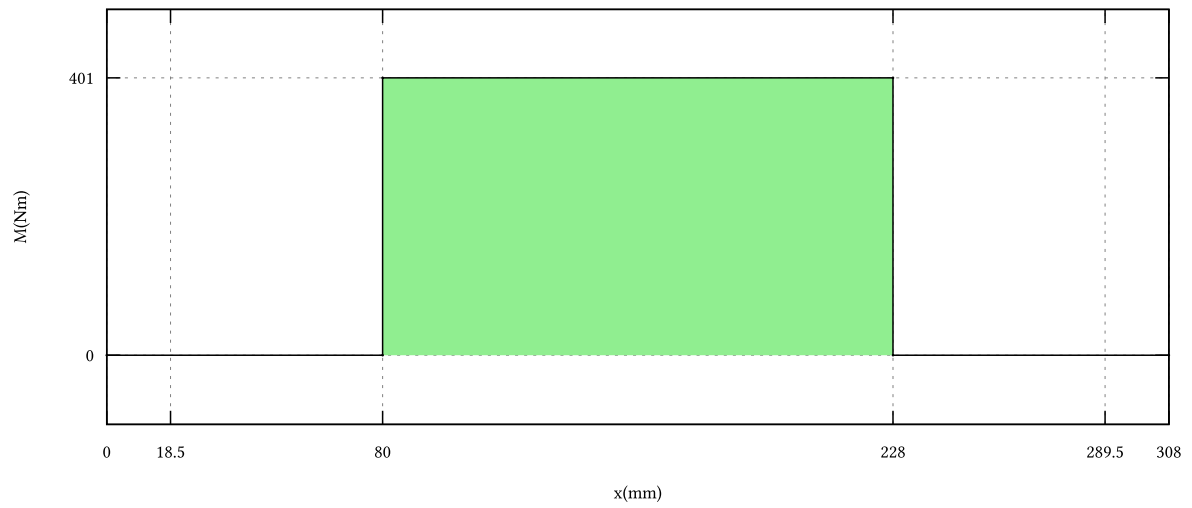
$$\begin{aligned}
 \sum T_z^\Delta &= -R_y^A \cdot (x_\Delta - x_A) + F_r^2 \cdot (x_\Delta - x_B) + F_r^3 \cdot (x_\Delta - x_\Gamma) + \cancel{R_y^\Delta \cdot 0} = 0 \\
 &\Rightarrow R_y^\Delta \cdot 271 = F_r^2 \cdot 61.5 + F_r^3 \cdot 209.5 \\
 &\Rightarrow R_y^\Delta = \frac{113390.47}{271} = 418.42N
 \end{aligned} \tag{18}$$

Για την επιβεβαίωση των πράξεων:

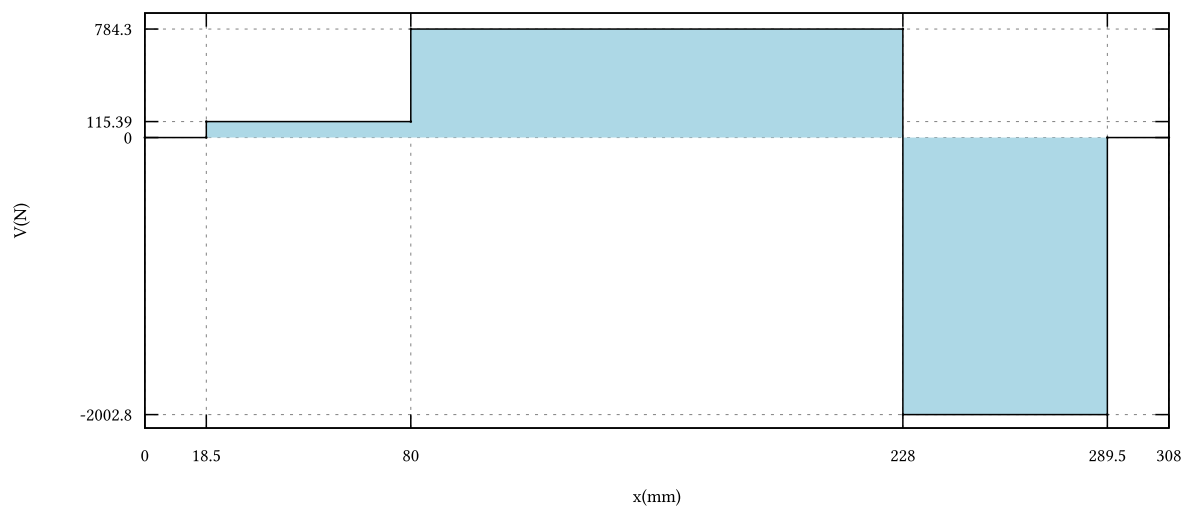
$$\begin{aligned}
 \sum F_y &= 0 \\
 R_y^A + R_y^\Delta &= F_r^2 + F_r^3 = 1257.86N
 \end{aligned} \tag{19}$$

Με τις δυνάμεις των ΔΕΣ γνωστές, δημιουργούνται τα διαγράμματα καμπτικών δυνάμεων για τα επίπεδα xy , xz . Ολοκληρώνοντας τα διαγράμματα καμπτικών δυνάμεων ως προς x υπολογίζονται και τα αντίστοιχα διαγράμματα καμπτικών ροπών. Έστερα τα δύο διαγράμματα ροπών μπορούν να ενωθούν σε ένα διάγραμμα ολικών ροπών υπολογίζοντας την ευκλείδια απόσταση των συνιστώσων στους άξονες y , z για κάθε x .

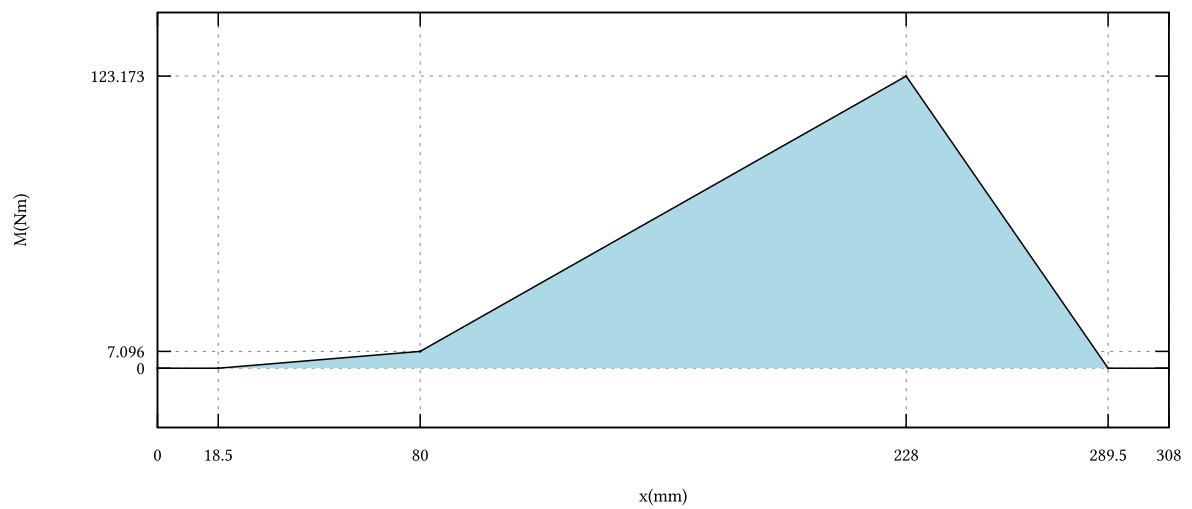
$$M_{o\lambda} = \sqrt{(M_y)^2 + (M_z)^2} \tag{20}$$



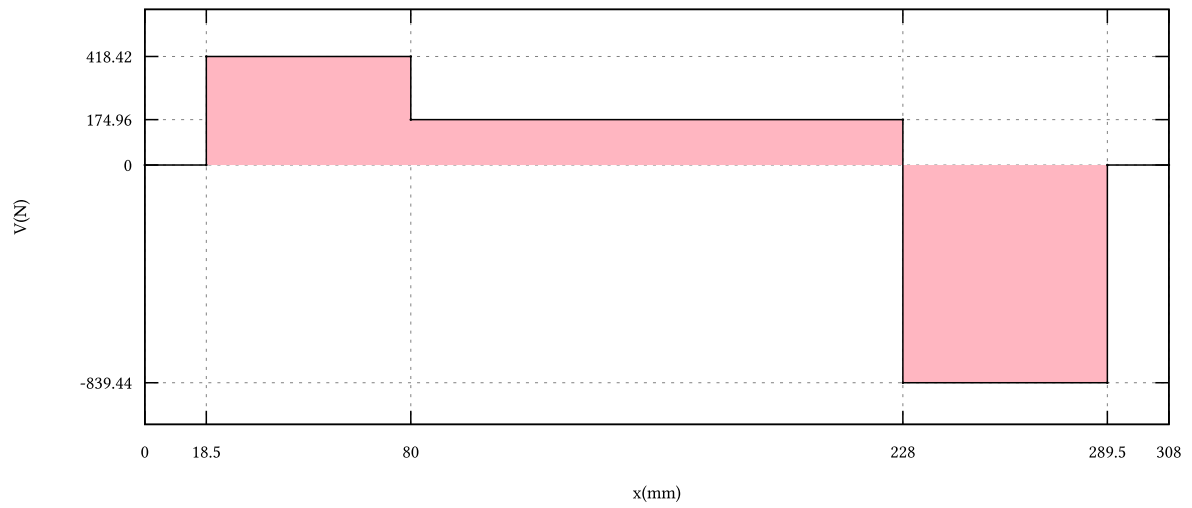
Σχήμα 4: Στρεπτικές Ροές



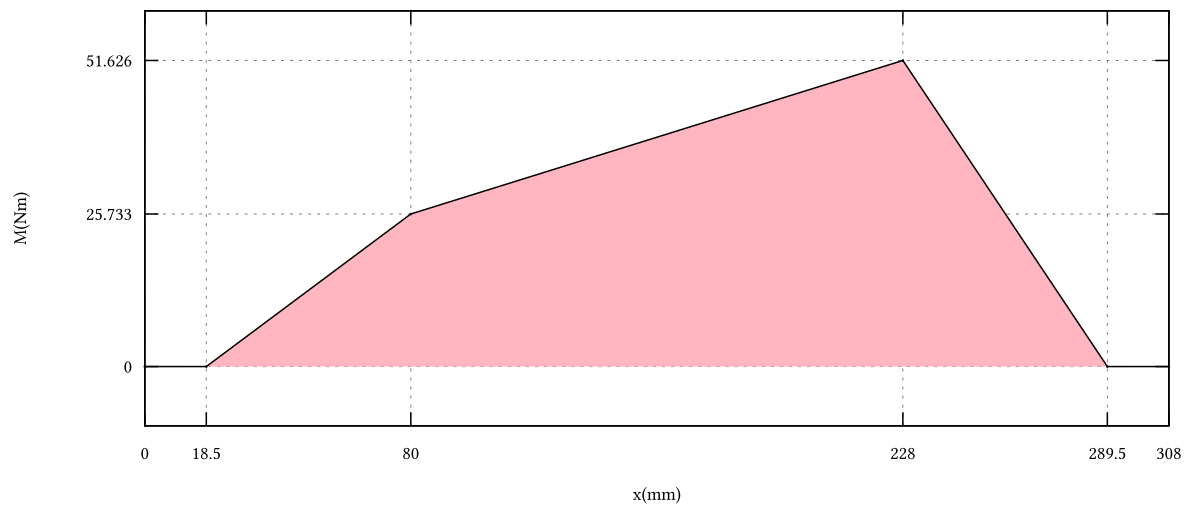
Σχήμα 5: Καμπτικές Δυνάμεις στο Επίπεδο xz



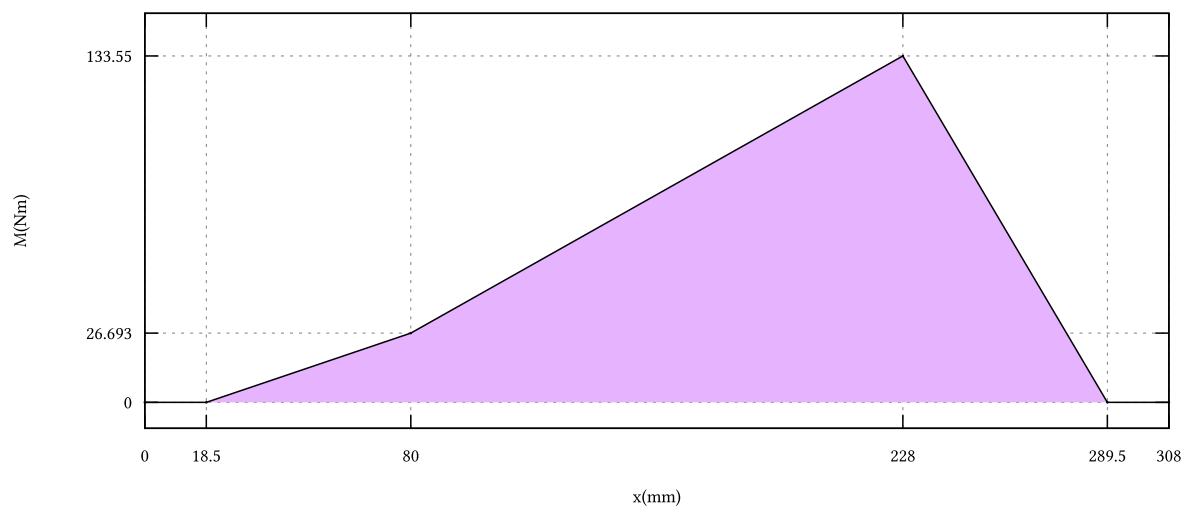
Σχήμα 6: Καμπτικές Ροές στο Επίπεδο xz



Σχήμα 7: Καμπτικές Δυνάμεις στο Επίπεδο xy



Σχήμα 8: Καμπτικές Ροπές στο Επίπεδο xy



Σχήμα 9: Μέτρο Συνολικών Καμπτικών Ροπών

3.3. Επιλογή Υλικού Άξονα & Υπολογισμός Διαμέτρου

3.3.1. Υλικό

Για την επιλογή του υλικού του άξονα χρησιμοποιούνται συχνά χάλυβες χρωμίου-μολυβδενίου (AISI 40XX) στην βιομηχανία. Επιλέγεται αυθαίρετα AISI 4140 καθώς χρησιμοποιείται στην κατασκευή καννών ραβδωτών όπλων [3]. Με όριο Διαρροής $S_y = 634$ MPa και όριο θράυσης $S_u = 718$. Ως ανθρακοχάλυβας η δυναμική του αντοχή με βάση τον πίνακα 5-1 [1] θα είναι:

$$S'_n = 0.315 \cdot S_u = 0.315 \cdot 634 \text{ MPa} = 199.71 \text{ MPa} \quad (21)$$

και το τροποποιημένο όριο αντοχής θα είναι:

$$S_e = \frac{C_F \cdot C_R \cdot C_S \cdot C_W}{k_f} \cdot S'_n \quad (22)$$

Οι συντελεστές C_F, C_R, C_S, C_W, k_f εξηγούνται παρακάτω.

3.3.1.1. C_F

Ο συντελεστής επιφανειακής κατεργασίας εκπροσωπεί το γεγονός πως οι αστοχίες ξεκινούν από ρωγμές και επιφανειακές ατέλειες. Συνεπώς ανάλογα με την σκληρότητα και την επιφάνεια του άξονα, επιρρεάζεται και η διάρκεια ζωής του. Αυτή η σχέση αποτυπώνεται στο σχήμα 5-3 [1] όπου με την σκληρότητα του χάλυβα 4140 (230 HB) και μηχανουργική κατεργασία ως επιφάνεια $C_F = 0.75$.

3.3.1.2. C_R

Ο συντελεστής αξιοπιστίας σχετίζεται με τον στατιστικό χαρακτήρα της αντοχής και σύμφωνα με τον πίνακα 5-2 [1] εξαρτάται από την αστοχία (0.99 στην δική μας περίπτωση). Άρα $C_R = 0.814$.

3.3.1.3. C_S

Ο συντελεστής διόρθωσης μεγέθους υπάρχει για να εκπροσωπώσει την μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης ατελειών σε άξονες μεγαλύτερους σε διάμετρο από τα πρότυπα δοκίμια. Εφόσον δεν γνωρίζεται η διάμετρος επιλέγεται ένα μεγάλο ποσό (50 mm) και ο αντίστοιχος $C_S = 0.675$.

3.3.1.4. C_W

Ο συντελεστής συγκολλήσεων $C_W = 1$ εφόσον δεν υπάρχουν συγκολλήσεις στον άξονα.

3.3.1.5. k_f

Ο συντελεστής συγκέντρωσης τάσεων προσαρμόζει το όριο αντοχής ώστε να συμπεριλαμβάνονται ενισχυτές τάσης (σφηνάυλακες, εγκοπές, οπές ρωγμές). Συγκεκριμένα:

$$k_f = 1 + q \cdot (k_t - 1) \quad (23)$$

όπου ο συντελεστής ευαισθησίας σε εγκοπές $q = 0.8$ σύμφωνα με ακτίνα εγκοπής 4 mm (Σχήμα 5-5 [1]), και ο συντελεστής ορθών τάσεων $k_t = 1.3$ για λόγο διαμέτρων $\frac{D}{d} = 1.2$ και λόγο ραδίου-διαμέτρου $\frac{r}{d} = 0.1$ (Σχήμα 5-7β [1]). Άρα $k_f = 1.3$

$$S_e = \frac{C_F \cdot C_R \cdot C_S \cdot C_W}{k_f} \cdot S'_n = \frac{1.3 \cdot 0.814 \cdot 0.675 \cdot 1}{1.24} \cdot 199.71 \text{ MPa} =$$

$$S_e = 115.040 \text{ MPa}$$
(24)

3.3.2. Μέγιστη Τάση & Ελάχιστη Διάμετρος

Οι τάσεις στους άξονες τείνουν να συγκεντρώνονται στους 'ώμους' όπου αλλάζει η διάμετρος. Άρα αρκεί να υπολογιστεί η ελάχιστη διάμετρος στην αλλαγή διαμέτρου με την μέγιστη τάση. Στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι ο ώμος όπου στηρίζεται ο τροχός z_3 ($x = 204 \text{ mm}$), καθώς είναι κοντά στο μέγιστο της εξίσωσης ολικής καμπτικής ροπής ($M_{o\lambda} = 114.622 \text{ Nm}$) και δέχεται επιπλέον και στρεπτική ροπή $M_x = 401 \text{ Nm}$. Συνεπώς σύμφωνα με το κριτήριο Soderberg η ελάχιστη επιτρεπτή διάμετρος θα είναι:

$$d^3 \geq \frac{32 \cdot N}{\pi \cdot S_y} \cdot \sqrt{\left(M_{o\lambda} \cdot \frac{S_y}{S_e}\right)^2 + (M_x)^2}$$

$$\Rightarrow d^3 \geq \frac{32 \cdot 1.5}{\pi \cdot 634} \cdot \sqrt{\left(114622 \cdot \frac{634}{115.04}\right)^2 + 47400^2}$$
(25)

$$\Rightarrow d \geq \sqrt[3]{15223.36}$$

$$\Rightarrow d \geq 24.78 \Rightarrow d \geq 25 \text{ mm}$$

4. Ρουλεμάν & Σφήνες

4.1. Ρουλεμάν

Η επιλογή ρουλεμάν γίνεται με βάση τον χρόνο ζωής, τα ακτινικά και τα αξονικά φορτία. Καθώς δεν χρησιμοποιούμε ελικοειδείς τροχούς δεν ασκούνται αξονικά φορτία και το ισιδύναμο ακτινικό φορτίο $P = F_r = \sqrt{(R_y^\Delta)^2 + (R_z^\Delta)^2} = 887.96N$. Με το εκτιμωμένο δυναμικό φορτίο C από τους πίνακες κατασκευαστών μπορεί να υπολογιστεί η ζωή του ρουλεμάν από την σχέση:

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^p \text{ εκατομμύρια κύκλοι} \quad (26)$$

όπου $p = 3$ για έσφαιρα και $p = \frac{10}{3}$ για κυλινδρικά. Από τον κατάλογο της SKF [4] ένα σφαιρικό ρουλεμάν 16005 ($d = 25\text{mm}$, $D = 47\text{mm}$, $B = 8\text{mm}$, $C = 8060\text{ N}$) είναι συμβατό με τις διαστάσεις που υπολογίστηκαν προηγουμένως και η ζωή του είναι

$$L = \left(\frac{8060}{887.96} \right)^3 \simeq 7.47 \cdot 10^8 > 2.52 \cdot 10^8 \quad (27)$$

Το ίδιο ρουλεμάν μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην άλλη άκρη του άξονα καθώς δέχεται μικρότερες δυνάμεις και επίσης δεν του ασκούνται αξονικά φορτία.

4.2. Σφήνες

Για την επιλογή κατάλληλων τετράγωνων σφηνών θα χρησιμοποιηθεί ο πίνακας 13-6 [1] όπου για $d_2 = d_3 = 25\text{mm} \Rightarrow W = 8\text{mm}$, $H = 7\text{mm}$, $T_1 = 4\text{mm}$, $T_2 = 3.3\text{mm}$. Εάν χρησιμοποιηθεί φθηνός χάλυβας AISI 1020 με $S_y = 465\text{ MPa}$ [1], μπορεί να υπολογιστεί το απαραίτητο μήκος με βάση την επιτρεπτή ροπή ()

$$\begin{aligned} M_t &= \frac{D \cdot W \cdot L}{2} \cdot \frac{S_y}{N} \\ 401 &= 0.025 \cdot 0.008 \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(\frac{465 \cdot 10^6}{1.5} \right) \\ 401 &= 10^{-4} \cdot L \cdot 310 \cdot 10^6 \\ \frac{401}{310} \cdot 10^{-2} &= L \\ L &= 1.29 \cdot 10^{-2} \text{m} \simeq 13\text{mm} \end{aligned} \quad (28)$$

Βιβλιογραφία

- [1] X. Παπαδόπουλος, *Στοιχεία Μηχανών*. 2017.
- [2] I. Newton, *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*.
- [3] D. Findlay, *The Thompson M1A1 Submachine Gun*. 2013.
- [4] “SKF Product Selection.” [Online]. Available at: <https://productselect.skf.com/#/type-arrangement/single-bearing>^o

Index of Figures

Σχήμα 1: Σκαρίφημα Εκτίμησης Διαστάσεων Άξονα. Δεν είναι σε κλίμακα.	9
Σχήμα 2: Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος ενδιάμεσου άξονα στο επίπεδο xz	10
Σχήμα 3: Διάγραμμα Ελευθέρου Σώματος ενδιάμεσου άξονα στο επίπεδο xy	11
Σχήμα 4: Στρεπτικές Ροπές	12
Σχήμα 5: Καμπτικές Δυνάμεις στο Επίπεδο xz	12
Σχήμα 6: Καμπτικές Ροπές στο Επίπεδο xz	12
Σχήμα 7: Καμπτικές Δυνάμεις στο Επίπεδο xy	13
Σχήμα 8: Καμπτικές Ροπές στο Επίπεδο xy	13
Σχήμα 9: Μέτρο Συνολικών Καμπτικών Ροπών	13

Index of Tables

Πίνακας 1: Πίνακας Ροπών	4
Πίνακας 2: Πίνακας Δυνάμεων Δοντιών	5
Πίνακας 3: Πίνακας Γεωμετρικού συντελεστή	5
Πίνακας 4: Πίνακας Δυναμικών Συντελεστών	6
Πίνακας 5: Πίνακας Μέγιστων Διαμέτρων Τρύπας Άξονα	7
Πίνακας 6: Πίνακας Καμπτικών Τάσεων	7
Πίνακας 7: Συντελεστές Διάρκειας Ζωής	8
Πίνακας 8: Επιτρεπτές Τάσεις	8
Πίνακας 9: Πίνακας Ακτινικών & Αξονικών Δυνάμεων	9