

Στοιχεία Μηχανών

Διάλεξη 8

Μετωπικοί Οδοντωτοί Τροχοί - Δυναμεις

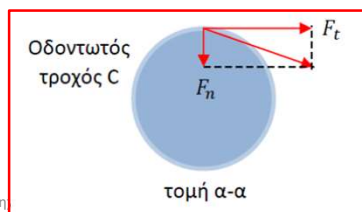
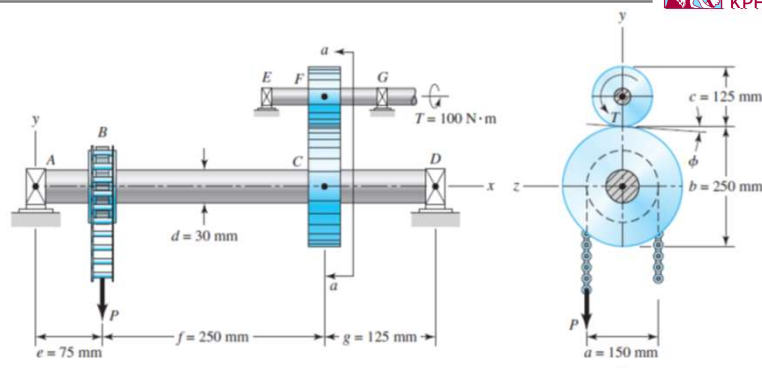
Παναγιώτης Αλευράς
(palevras@tuc.gr)

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

1

1

Δυνάμεις Μετωπικών



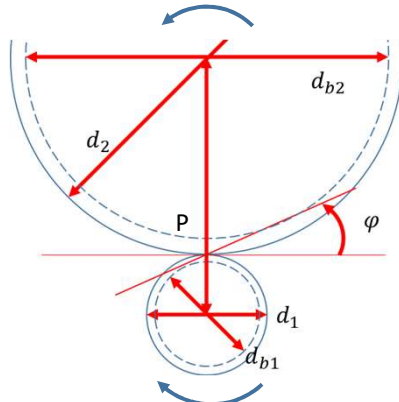
Σε μία άσκηση Στατικής Αντοχής
είχε δοθεί η παραδίπλα βοήθεια

Στοιχεία Μη

2

2

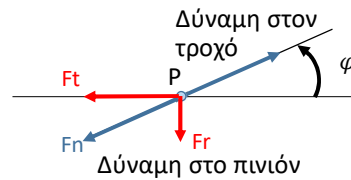
Δυνάμεις Μετωπικών



Ισχύς N παραμένει σταθερή

$$N = M_{t1} \omega_1 = M_{t2} \omega_2 \quad M_{t1} i \omega_2 = M_{t2} \omega_2$$

$$i = M_{t2}/M_{t1}$$



$$F_t = \frac{2M_{t1}}{d_1} = \frac{2M_{t2}}{d_2}$$

Περιφερειακή δύναμη που μεταφέρει ροπή

$$F_r = F_n \sin \phi$$

Ακτινική δύναμη (συνήθως πολύ μικρότερη)

$$F_n = F_t / \cos \phi$$

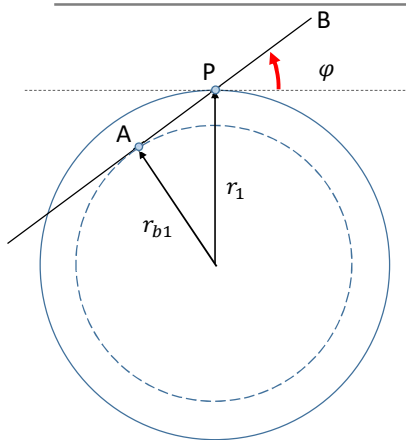
Δύναμη κάθετη στο σημείο επαφής

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

3

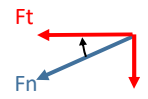
3

Δυνάμεις Μετωπικών



Επαφή (χωρίς υποκοπές) ορίζεται μεταξύ A και P και μεταξύ P και B

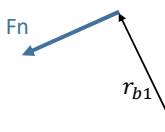
Στο P:



$$M_{t1} = F_{t1} r_1$$

$$M_{t1} = F_{n1} \cos \phi r_1$$

Στο A:



$$M_{t1} = F_{n1} r_{b1}$$

$$M_{t1} = F_{n1} r_1 \cos \phi$$

Μεταξύ A και P:

$$M_{t1} = F_{t1} r_{\theta 1}$$

$$M_{t1} = F_{n1} \cos(\phi - \theta) \frac{r_{b1}}{\cos(\phi - \theta)}$$

$$M_{t1} = F_{n1} r_{b1} = F_{n1} r_1 \cos \phi$$

ΣΤΑΘΕΡΗ ΡΟΠΗ

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

4

4

Δυνάμεις Μετωπικών



Άρα εργαζόμαστε με την F_n στο σημείο P

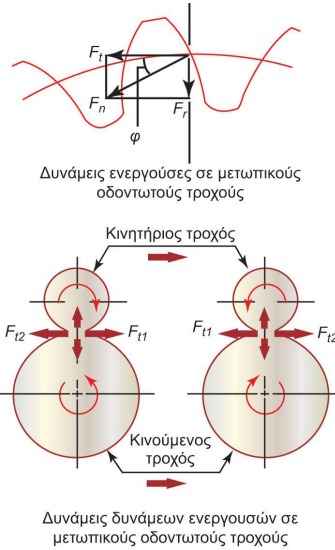
$$F_n = F_t / \cos \varphi$$

Που αντιστοιχεί σε περιφερειακή δύναμη:

$$F_t = \frac{2M_{t1}}{d_1} = \frac{2M_{t2}}{d_2}$$

Μεταφέροντας στρεπτική ροπή

$$M_t (\text{krpm}) = 71620 \frac{N(\text{HP})}{n(\text{rpm})}$$



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

5

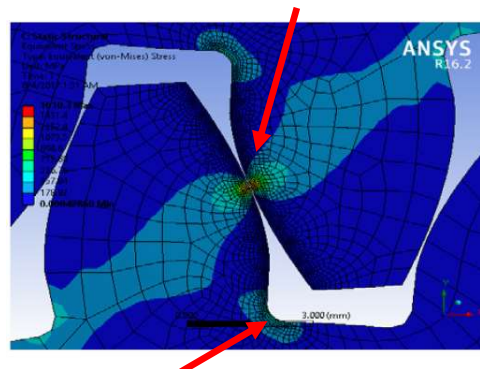
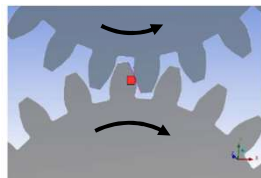
5

Αντοχή δοντιού



Διακρίνουμε δύο τύπους σημαντικής φόρτισης

Τάσεις στην περιοχή επαφής (Επιφανειακή αντοχή)



Τάσεις λόγω κάμψης (Αντοχή σε κάμψη)

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

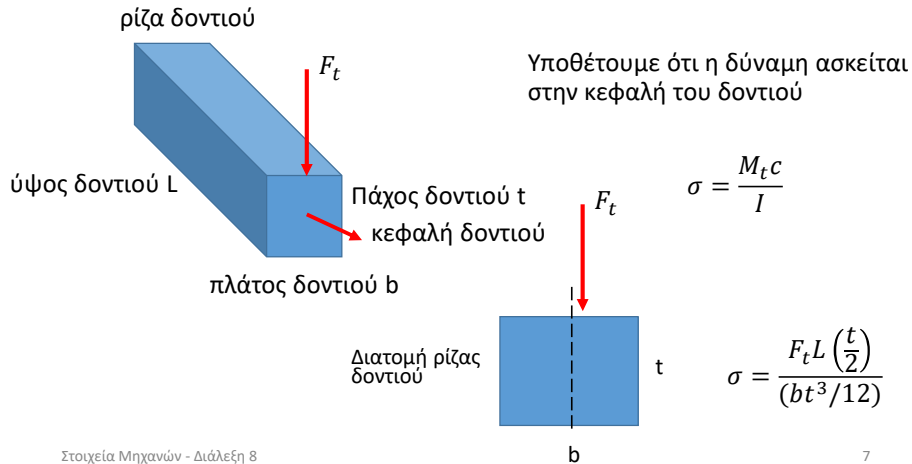
6

6

Κάμψη Lewis



Θεωρούμε το δόντι ως δοκό τετραγωνικής διατομής μεταβλητού πάχους σε κάμψη υπό την περιφερειακή δύναμη F_t .



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

7

7

Κάμψη Lewis



$$\sigma = \frac{F_t L \left(\frac{t}{2}\right)}{(bt^3/12)} = \frac{6F_t L}{bt^2}$$

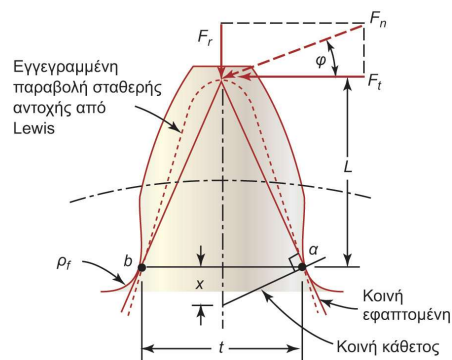
Όμοια τρίγωνα

$$\frac{x}{t/2} = \frac{t/2}{L} \Rightarrow L = \frac{t^2}{4x}$$

$$F_t = \frac{\sigma b t^2}{6L} \Rightarrow F_t = \sigma b \left(\frac{2x}{3p}\right) p$$

$$\text{Συντελεστής Lewis } y = \frac{2x}{3p}$$

$$Y = yp/m$$



$$F_t = \sigma b y p \Rightarrow F_t = \sigma b Y m$$

Άρα, έχω την δύναμη για ένα $\sigma_{\varepsilon\pi}$

8

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

8

Συντελεστής Lewis



$$F_t = \sigma b Y m / k_f$$

Επιλογή από Πιν. 18.10 σελ.787

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

9

9

Κάμψη Lewis



$$F_t = \sigma b Y m / k_f$$

Εισάγουμε τον συντελεστή συγκέντρωσης τάσης στη ρίζα του δοντιού, k_f

$$k_f = H + \left(\frac{t}{r}\right)^P \left(\frac{t}{L}\right)^M$$

$$H = 0.340 - 0.458366 \varphi(\text{rad})$$

$$P = 0.316 - 0.458366 \varphi(\text{rad})$$

$$M = 0.290 - 0.458366 \varphi(\text{rad})$$

$$F_d = K_u F_t$$

ΔΥΝΑΜΗ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΥ

$$F_d = \frac{3 + u_p}{3} F_t$$

$$u_p = \frac{d \pi n}{60} \quad \text{Περιφερειακή ταχύτητα}$$

$$r = \frac{(h_\pi - \rho_f)^2}{\frac{d}{2} + h_\pi - \rho_f}$$

$h_\pi = 1.25m$ το ύψος ποδός

$d = mN$ η αρχική διάμετρος

ρ_f ακτίνα καμπυλότητας στην ρίζα

$L = 2.25m$ το ύψος του δοντιού

$t = \pi n / 2$ το πάχος του δοντιού

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

10

10

Παράδειγμα k_f



Υπολογισμός συντελεστή συγκέντρωσης τάσεων στη ρίζα του δοντιού	
Αριθμός δοντιών, $N =$	40
module, $m =$	4
Γωνία εξεilogμένης σε deg, $\phi =$	20
Γωνία εξεilogμένης σε rad, $\phi_{rad} =$	0,3491
Ακτίνα καμπυλότητας στη ρίζα ρ_f , mm	1,0000
$H = 0.34 - 0.458366 \phi =$	0,1800
$P = 0.316 - 0.458366 \phi =$	0,1560
$M = 0.29 + 0.458366 \phi =$	0,4500
$h_x = 1.25 m =$	5,00
$t = \pi/2 =$	6,28
$L = h_x + h_x = (1+1.25)m = 2.25m =$	9,00
$d = mN =$	160,00
$r = \frac{(h_x - \rho_f)^2}{d / 2 + h_x - \rho_f} =$	0,19
$k_f = H + \left(\frac{t}{r}\right)^P \cdot \left(\frac{t}{L}\right)^M =$	1,65

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

11

11

Αντοχή Υλικών



Πίνακας 18.11: Αντοχές υλικών για χρήση με μέθοδο Lewis

Υλικό	Τύπος	$S_{ασπ} \cdot$ kp/cm ²	$S_{ασπ} \cdot$ Μpa	Σκληρότητα Brinell
Χυτοσίδηρος	ASTM 25	560	56	174
	ASTM 35	900	90	212
	ASTM 50	1000	100	223
Χυτοχάλυβας	0.20% C χωρίς θερμική επεξεργασία	1400	140	180
	0.20% C με θερμική επεξεργασία	1750	175	250
Σφυρήλατος ανθρακοχάλυβας	SAE 1020	1250	125	156
	SAE 1030	1400	140	180
	SAE 1035	1600	160	190
	SAE 1040	1750	175	202
	SAE 1045	2100	210	215
	SAE 1045 (σκληρ)	2250	225	205
	SAE 1050 (σκληρ)	2450	245	223
	SAE 2320	3500	350	225
Χαλύβδινα κράματα	SAE 2345	3500	350	475
	SAE 3115	2600	260	212
	SAE 3145	3700	370	475
	SAE 3245	4600	460	475
	SAE 3430	4600	460	475
	SAE 4640	3800	380	475
	SAE 6145	4750	475	475
Μαγγανιοχάλυβας μπρούντζος	SAE 43 (ASTM B-147-52, 8A)	1400	140	100
Φασφοροχάλυβας ορείχαλκος	SAE 65 (ASTM B-144-52, 3C)	850	85	100
Αλουμινοχάλυβας μπρούντζος	SAE 68 (ASTM B-148-52, 98)	1550	155	180
Μη μέταλλα, βακελίτες, μήκα, κλπ.		560	56	---

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

12

12

Επιφανειακή Αντοχή



- Τάσεις στην επαφή βάσει επαφής Hertz

$$\sigma = \sqrt{\frac{F \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}{\pi L \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right]}}$$

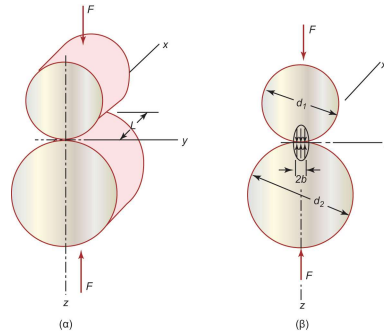
$$R_1 = r_1 \sin \varphi, R_2 = r_2 \sin \varphi$$

$\sigma = S_e$ λαμβάνω το όριο διαρκούς αντοχής

$F = F_n$ ίση με τη δύναμη επαφής

ν, E λόγος Poisson και μέτρο ελαστικότητας

$L = b$ ίσο με το πλάτος δοντιού



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

13

13

Επιφανειακή Αντοχή



$$F_n = \frac{S_e^2 b \sin \varphi \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)}{0.7 \left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2} \right)} \quad \text{Υποθέτοντας } \nu = 0.3$$

$$F_n = d_1 b Q K$$

κατά Buckingham

$$Q = \frac{2N_2}{N_1 + N_2}$$

Εξαρτάται μόνο από τον αριθμό των δοντιών

$$K = \frac{S_e^2 \sin \varphi}{1.4} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$$

Λαμβάνεται από Πιν. 18.12 σελ. 791 αν δεν υπάρχουν άλλα δεδομένα

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

14

14

Επιφανειακή Αντοχή Buckingham



$$F_n = d_1 b Q K$$

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \varphi}$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις

$$F_t = \frac{2M_{t1}}{d_1} = 2 * 71620 \frac{N_{HP}}{n_1 d_1}$$

$$Q = \frac{2N_2}{N_1 + N_2} = \frac{2i}{i + 1}$$

$$\frac{71620 N_{HP} (i + 1)}{i n_1 K} = \left(\frac{b}{d_1} \right) N_1^3 m$$

Το πλάτος b λαμβάνεται $9m < b < 13m$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

15

15

Αντοχή



$$\frac{71620 N_{HP} (i + 1)}{i n_1 K} = \left(\frac{b}{d_1} \right) N_1^3 m$$

κατά Buckingham

$$F_t = \sigma b Y m / k_f$$

$$\frac{2M_{t1}}{d_1} = \sigma b Y m / k_f$$

$$\frac{2 * 71620 N_{HP}}{n_1 d_1} = \frac{\sigma_{\varepsilon\pi} b Y m}{k_f}$$

κατά Lewis

Συσχετίζουν τα χαρακτηριστικά της βαθμίδας d_1, m, N_1, b με την επιδιωκόμενη μεταφορά ισχύος N_{HP}, n_1, i και το υλικό $\sigma_{\varepsilon\pi}, K$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

16

16

Άσκηση



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

17

17

Ερωτήσεις?



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 8

18

18