

Στοιχεία Μηχανών

Ασκήσεις

Επιλογή Υλικών

Παναγιώτης Αλευράς
(palevras@tuc.gr)

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

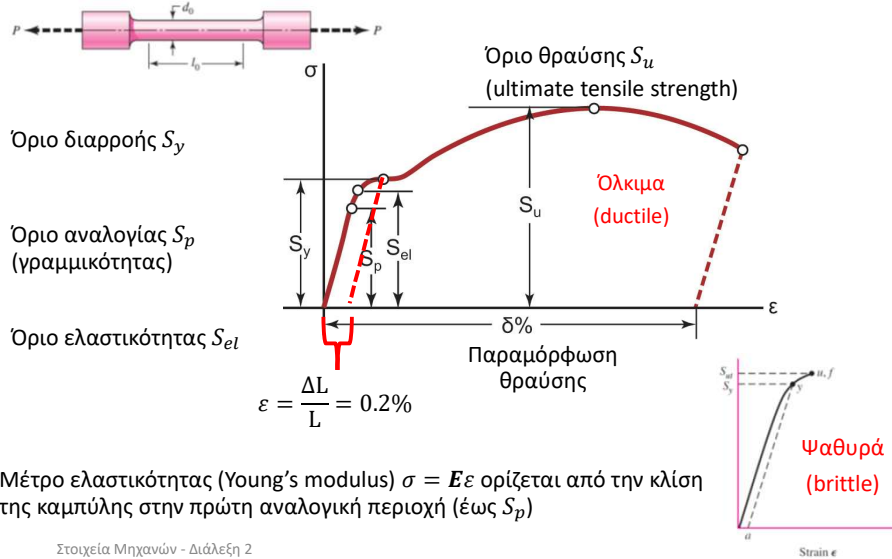
1

1



2

Πείραμα εφελκυσμού



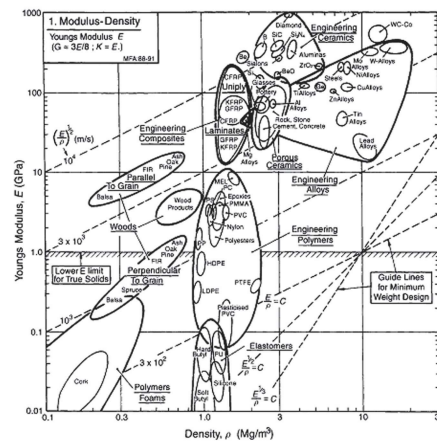
Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

3

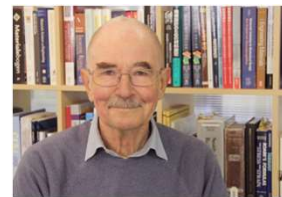
Πως επιλέγουμε υλικά?



• Διαγράμματα Ashby



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2



Είδος στοιχείου	Απαιτημένη συνθήκη	Περιορισμός	Συντελεστής συμπεριφοράς υλικού, M
Ράβδος	Ελάχιστο βάρος	Σοφιστεία Καθορισμένη	$\frac{E}{\rho}$
Δοκός	Ελάχιστο βάρος	Σοφιστεία Καθορισμένη	$\frac{E^{1/3}}{\rho}$
Δοκός	Ελάχιστο βάρος	Αντοχή καθορισμένη	$\frac{\sigma^{1/3}}{\rho}$
Δοκός	Ελάχιστο κόστος	Σοφιστεία Καθορισμένη	$\frac{E^{1/3}}{C_m \rho}$
Δοκός	Ελάχιστο κόστος	Αντοχή καθορισμένη	$\frac{\sigma^{1/3}}{C_m \rho}$
Ράβδος σε λυγισμό	Ελάχιστο κόστος	Κρίσιμη φέρουσα ικανότητα καθορισμένη	$\frac{E^{1/4}}{C_m \rho}$
Ελατήριο	Ελάχιστο βάρος	Σοφιστεία καθορισμένη	$\frac{\sigma^2}{E \rho}$
Θερμική μόνωση	Ελάχιστο κόστος	Ρυθμίστριας καθορισμένη	$\frac{1}{\lambda C_p \rho}$
Ηλεκτρομαγνήτης	Μέγιστο καύση	Αντοχή θερμικών επιπτώσεων καθορισμένη	$\frac{1}{\lambda C_p \rho}$

υλικός: ρ = πυκνότητα, E = μέτρο ελαστικότητας, σ_y = όριο ροής, C_m = κόστος / kg, λ = θερμική αγωγιμότητα, κ = τριεστιακή ελαστικότητα, C_p = ειδική θερμότητα

4

Ασκήσεις



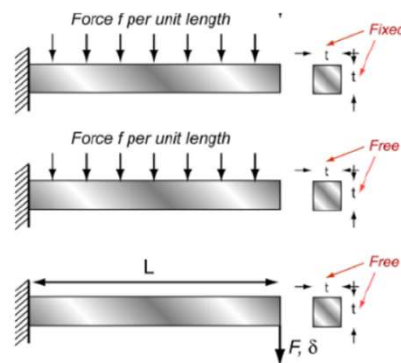
- Πως εξάγουμε τις μαθηματικές σχέσεις που μας καθοδηγούν στην επιλογή του υλικού
- Πως χρησιμοποιούμε τα διαγράμματα Ashby για την επιλογή υλικού

Άσκηση 1



Να εξάγεται τους Συντελεστές Συμπεριφοράς Υλικού (M) για τις παρακάτω περιπτώσεις

- Πρόβολος μήκους L και δεδομένης διατομής ($t \times t$).
ΣΤΟΧΟΣ: ελάχιστη παραμόρφωση ράβδου υπό την επίδραση του βάρους της
- Πρόβολος μήκους L και δεδομένης παραμόρφωσης
ΣΤΟΧΟΣ: ελάχιστο βάρος
- Πρόβολος μήκους L και δεδομένης παραμόρφωσης και αμελητέου βάρους
ΣΤΟΧΟΣ: ελάχιστο βάρος υπό την επίδραση δύναμης F .
- Χρησιμοποιείστε το κατάλληλο διάγραμμα Ashby για να επιλέξετε υλικά μεταξύ χάλυβα (steel), GFRP και τσιμέντου.

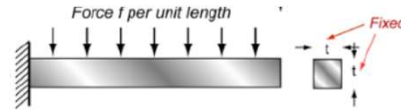


Άσκηση 1a



ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ: μήκος L , διατομή $t \times t$

ΣΤΟΧΟΣ: ελάχιστη παραμόρφωση ράβδου υπό την επίδραση του βάρους της



Βάρος ανά μονάδα μήκους: $f = \rho g t^2$ Παραμόρφωση: $\delta = \frac{1}{8} \frac{f L^4}{EI} = \frac{3}{2} \frac{f L^4}{E t^4}$

Με αντικατάσταση: $\delta = \frac{3 \rho g t^2 L^4}{2 E t^4}$

$$\delta = \frac{3 \rho g L^4}{2 E t^2}$$

$$\delta = \frac{3}{2} \frac{g L^4}{t^2} \left(\frac{\rho}{E} \right) \quad L, t \text{ δεδομένα από περιορισμούς}$$

Άρα η παραμόρφωση ελαχιστοποιείται για μέγιστο:

$$M = \left(\frac{E}{\rho} \right)$$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

7

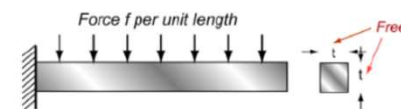
7

Άσκηση 1b



ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ: μήκος L , παραμόρφωση δ

ΣΤΟΧΟΣ: ελάχιστο βάρος



Μάζα ράβδου: $m = \rho L t^2$ ①

Παραμόρφωση: $\delta = \frac{1}{8} \frac{f L^4}{EI} = \frac{3}{2} \frac{f L^4}{E t^4}$ ②

Βάρος ανά μονάδα μήκους: $f = \rho g t^2$ ③

Με αντικατάσταση 2-3: $\delta = \frac{3 \rho g t^2 L^4}{2 E t^4} = \frac{3 \rho g L^4}{2 E t^2}$

$$t^2 = \frac{3 \rho g L^4}{2 E \delta} \quad ④$$

Με αντικατάσταση 1-4: $m = \frac{3}{2} \frac{g L^5}{\delta} \left(\frac{\rho^2}{E} \right) \quad L, \delta \text{ δεδομένα από περιορισμούς}$

Άρα το βάρος ελαχιστοποιείται για μέγιστο:

$$M = \left(\frac{E}{\rho^2} \right)$$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

8

8

Άσκηση 1c



ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ: μήκος L , παραμόρφωση δ ,
αβαρής ράβδος, δύναμη F

ΣΤΟΧΟΣ: ελάχιστο βάρος

$$\text{Μάζα ράβδου: } m = \rho L t^2 \quad (1)$$



$$\text{Παραμόρφωση: } \delta = 4 \frac{FL^3}{Et^4} \quad (2)$$

$$\text{Από 2: } t^4 = 4 \frac{FL^3}{E\delta} \rightarrow t^2 = 2 \sqrt{\frac{FL^3}{E\delta}} \quad (3)$$

$$\text{Με αντικατάσταση 1-3: } m = 2\rho L \sqrt{\frac{FL^3}{E\delta}}$$

$$m = 2 \sqrt{\frac{FL^5}{\delta}} \left(\frac{\rho}{E^{1/2}} \right) \quad L, F, \delta \text{ δεδομένα από περιορισμούς}$$

Άρα το βάρος ελαχιστοποιείται για μέγιστο:

$$M = \left(\frac{E^{1/2}}{\rho} \right)$$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

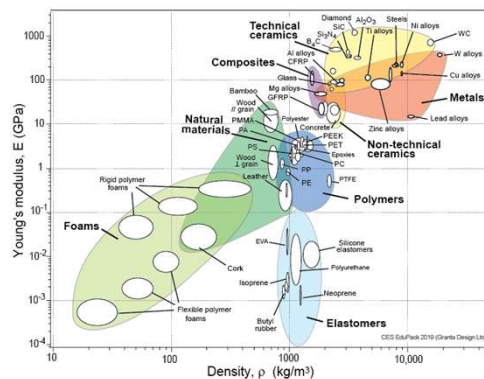
9

9

Άσκηση 1d



Χρησιμοποιούμε διάγραμμα Ελαστικότητας (E) – Πυκνότητας (ρ)



Πως χρησιμοποιούμε τις μαθηματικές σχέσεις από τα 1a – 1c?

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

10

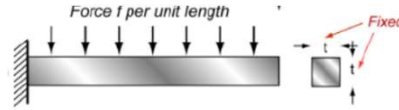
10

Άσκηση 1d



Συνάρτηση της 1a:

$$M = \left(\frac{E}{\rho} \right)$$



$$\log M = \log \frac{E}{\rho}$$

$$\log M = \log E - \log \rho$$

$$\log E = \log \rho + \log M$$

$$y = 1 * x + b$$

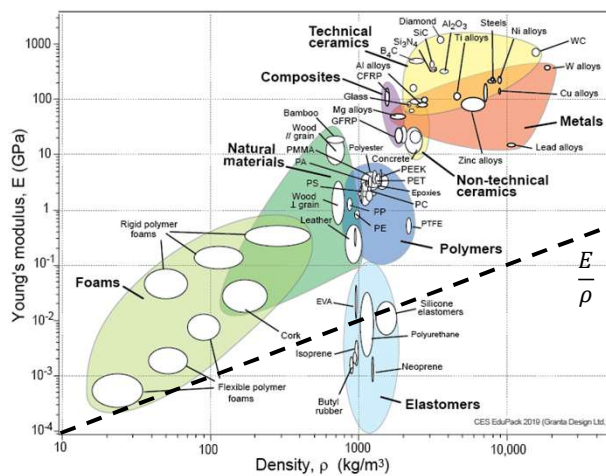
- Άρα όλα τα υλικά με ισάξια ικανοποίηση του στόχου (ίδιο M) ανήκουν σε μία γραμμή με κλίση ίση με 1
- Υλικά που αντιστοιχούν σε γραμμή με μεγαλύτερο $\log M$ (τομή με άξονα y) είναι καλύτερα από τα υπόλοιπα.

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

11

11

Άσκηση 1d



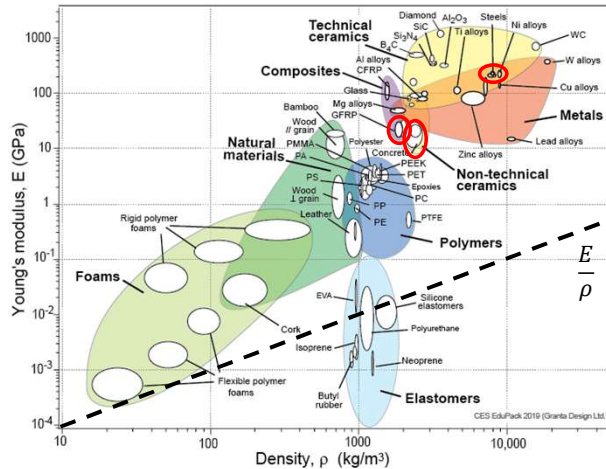
1. Σχεδιάζουμε την γραμμή συμπεριφοράς

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

12

12

Άσκηση 1d



1. Σχεδιάζουμε την γραμμή συμπεριφοράς

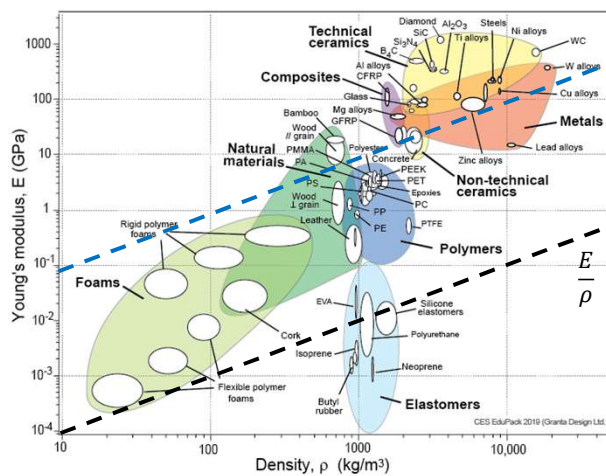
2. Εντοπίζουμε τα υλικά που θέλουμε να συγκρίνουμε

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

13

13

Άσκηση 1d



1. Σχεδιάζουμε την γραμμή συμπεριφοράς

2. Εντοπίζουμε τα υλικά που θέλουμε να συγκρίνουμε

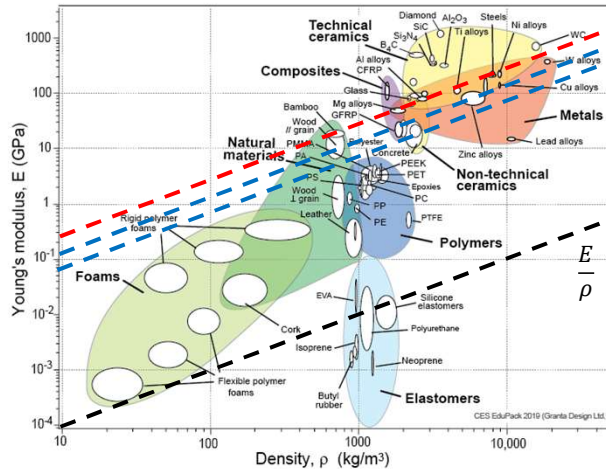
3. Μετακινούμε την γραμμή παράλληλα προς τα πάνω

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

14

14

Άσκηση 1d



1. Σχεδιάζουμε την γραμμή συμπεριφοράς
2. Εντοπίζουμε τα υλικά που θέλουμε να συγκρίνουμε
3. Μετακινούμε την γραμμή παράλληλα προς τα πάνω
4. Το υλικό που αντιστοιχεί στην πιο πάνω γραμμή είναι το καλύτερο για το πρόβλημα

Ο **Χάλυβας** επιλέγεται γιατί αντιστοιχεί σε γραμμή πιο πάνω από τα GFRP και το Τσιμέντο

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

15

15

Άσκηση 1d



Συνάρτηση της 1b:

$$M = \left(\frac{E}{\rho^2} \right)$$

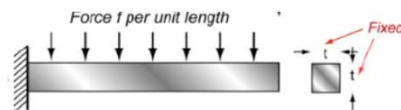
$$\log M = \log \frac{E}{\rho^2}$$

$$\log M = \log E - \log \rho^2$$

$$\log M = \log E - 2 \log \rho$$

$$\log E = 2 \log \rho + \log M$$

$$y = 2 * x + b$$



- Άρα όλα τα υλικά με ισάξια ικανοποίηση του στόχου (ίδιο M) ανήκουν σε μία γραμμή με κλίση ίση με 2
- Υλικά που αντιστοιχούν σε γραμμή με μεγαλύτερο $\log M$ (τομή με άξονα y) είναι καλύτερα από τα υπόλοιπα.

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

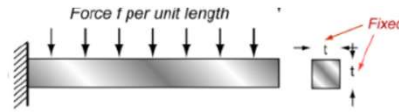
16

16

Άσκηση 1d



Συνάρτηση της 1c: $M = \left(\frac{E^{1/2}}{\rho} \right)$



$$\log M = \log \frac{E^{1/2}}{\rho}$$

$$\log M = \log E^{1/2} - \log \rho$$

$$\log M = \frac{1}{2} \log E - \log \rho$$

$$\log E = 2 \log \rho + 2 \log M$$

$$y = 2 * x + b$$

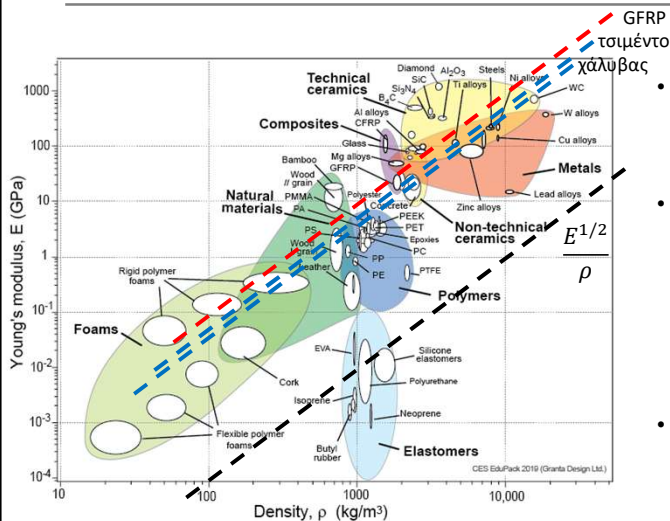
- Άρα όλα τα υλικά με ισάξια ικανοποίηση του στόχου (ίδιο M) ανήκουν σε μία γραμμή με κλίση ίση με 2
- Υλικά που αντιστοιχούν σε γραμμή με μεγαλύτερο $\log M$ (τομή με άξονα y) είναι καλύτερα από τα υπόλοιπα.

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

17

17

Άσκηση 1d



- Η επιλογή είναι ίδια για τα 1b και 1c επειδή η κλίση της γραμμής τους είναι ίδια (ίση με 2)
- Το M δεν έχει την ίδια τιμή και στα δύο προβλήματα αφού η τομή με τον άξονα y είναι

$$1b: b = \log M$$

$$1c: b = 2 \log M$$

- Όμως το ίδιο υλικό είναι το καλύτερο και στις δύο εφαρμογές.

Το GFRP επιλέγεται γιατί αντιστοιχεί σε γραμμή πιο πάνω από το Χάλυβα και το Τσιμέντο

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

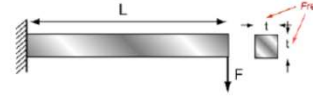
18

18

Άσκηση 2



(α) Να επιλέξετε μεταξύ αλουμινίου και χάλυβα για την δοκό μήκους L υπό φορτίο F και δεδομένης ελάχιστης αντοχής ώστε να ελαχιστοποιηθεί το βάρος της. Δίνεται το φορτίο αστοχίας, όπου γ_m είναι ο ουδέτερος άξονας της δοκού



$$F_f = \frac{t^4 \sigma_f}{12 \gamma_m L} \rightarrow F_f = \frac{t^4 \sigma_f}{12 (t/2) L} \rightarrow F_f = \frac{t^3 \sigma_f}{6 L} \quad (1)$$

$$\text{Μάζα ράβδου: } m = \rho L t^2 \quad (2)$$

$$\text{Από 1: } t^3 = \frac{6 L F_f}{\sigma_f} \rightarrow t^2 = \left(\frac{6 L F_f}{\sigma_f} \right)^{2/3} \quad (3)$$

$$\text{Από 2-3: } m = \rho L \left(\frac{6 L F_f}{\sigma_f} \right)^{2/3} \rightarrow m = L^{5/3} (6 F_f)^{2/3} \left(\frac{\rho}{\sigma_f^{2/3}} \right)$$

Άρα το βάρος ελαχιστοποιείται για μέγιστο:

$$M = \left(\frac{\sigma_f^{2/3}}{\rho} \right)$$

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

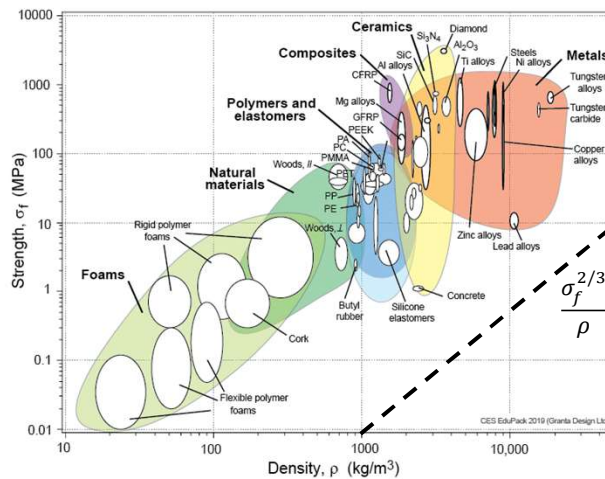
19

19

Άσκηση 2



Χάλυβας ή Αλουμίνιο?



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

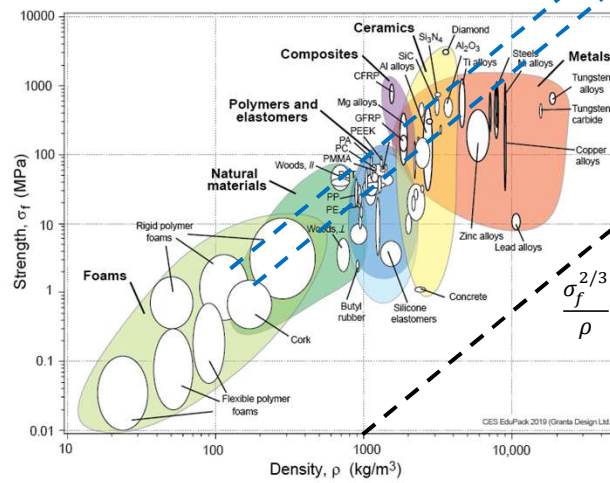
20

20

Άσκηση 2



Χάλυβας ή Αλουμίνιο?



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

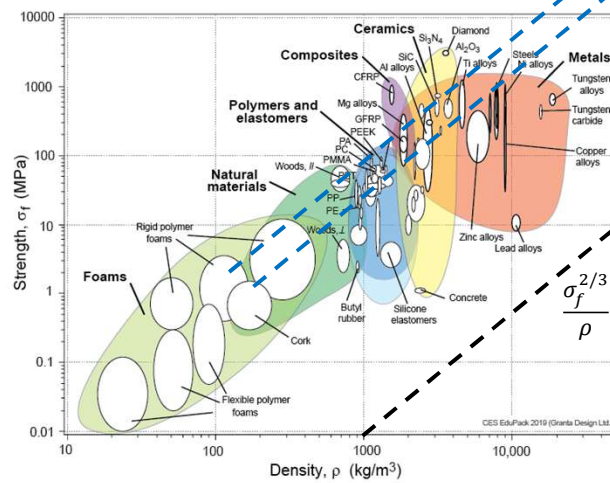
21

21

Άσκηση 2



~~Χάλυβας~~ ή Αλουμίνιο!



Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

22

22

Άσκηση 2



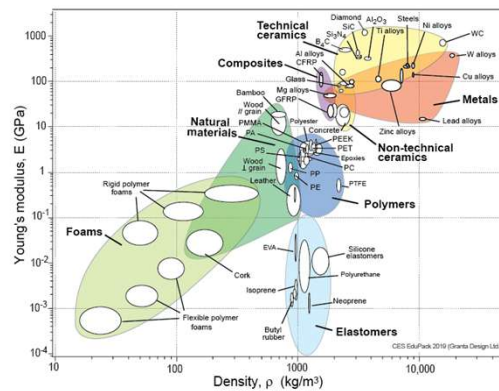
(β) Ποιο υλικό θα επιλέγατε μεταξύ αλουμινίου και χάλυβα στην ίδια εφαρμογή εάν, επιπλέον, το ελάχιστο μέτρο ελαστικότητας που χρειάζεται είναι 100 GPa?

Εξετάζουμε το μέτρο ελαστικότητας των δύο υλικών, είτε από κάποιο πίνακα, είτε από διάγραμμα Ashby που περιλαμβάνει το E.

Άσκηση 2



(β) Ποιο υλικό θα επιλέγατε μεταξύ αλουμινίου και χάλυβα στην ίδια εφαρμογή εάν, επιπλέον, το ελάχιστο μέτρο ελαστικότητας που χρειάζεται είναι 100 GPa?

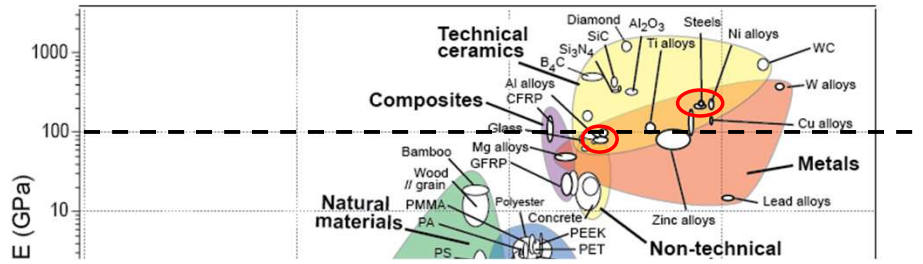


Άσκηση 2



(β) Ποιο υλικό θα επιλέγατε μεταξύ αλουμινίου και χάλυβα στην ίδια εφαρμογή εάν, επιπλέον, το ελάχιστο μέτρο ελαστικότητας που χρειάζεται είναι 100 GPa?

Παίρνουμε οριζόντια γραμμή από τα 100 GPa. Υλικά ΠΑΝΩ από την γραμμή είναι αποδεκτά.



Επιλέγουμε τον χάλυβα διότι το αλουμίνιο δεν ικανοποιεί τον περιορισμό $E > 100 \text{ GPa}$, παρότι θα οδηγούσε σε ελαφρότερη κατασκευή όπως είδαμε στο ερώτημα 2α....

Στοιχεία Μηχανών - Διάλεξη 2

25