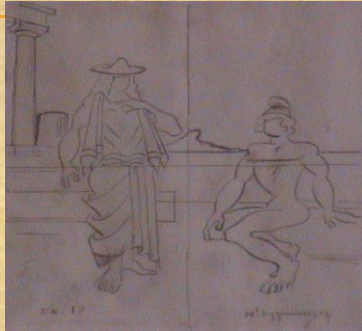




ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ



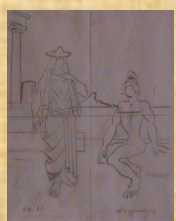
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

Διαλέξεις Μαθημάτων

Κεφάλαιο 4ο

Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Νικόλαος Ματσατσίνης
Καθηγητής



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

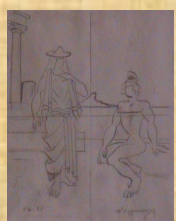
ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- Ιστορική Εξέλιξη
- Βασικές Έννοιες
- Δομές Προτιμήσεων
- Μεθοδολογία Μοντελοποίησης
- Θεωρητικά Ρεύματα
- Πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός
- Θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας
- Η θεωρία των σχέσεων υπεροχής
- Μέθοδοι ανάλυσης παλινδρόμησης
- Μέθοδος του Ολικού Κριτηρίου
- Μέθοδος του σταθμισμένου μέσου
- Λεξικογραφική Μέθοδος
- Η Μέθοδος των Ικανοποιητικών Στόχων

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων



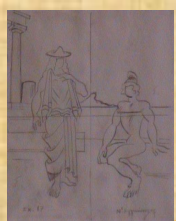


ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Γιατί ‘ Πολυκριτήρια’;

- ✖ Πολυδιάστατα πραγματικά προβλήματα
- ✖ Προβλήματα με χαμηλό βαθμό δόμησης
- ✖ Πολλαπλοί και αντικρουόμενοι στόχοι
- ✖ Πολλαπλά και αντικρουόμενα κριτήρια αξιολόγησης εναλλακτικών επιλογών (ενέργειες, δράσεις, ...)
- ✖ Αδυναμία των υπάρχοντων μοντέλων να τα αντιμετωπίσουν

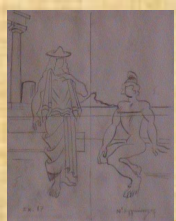


ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Ιστορική Εξέλιξη

- ✖ Οι βασικές έννοιες της πολυκριτήριας ανάλυσης ήταν ήδη γνωστές από το 18ο αιώνα (Bernoulli and Cramer)
- ✖ Η θεωρητική αντιμετώπιση και η αξιωματική θεμελίωσή της έγινε από τους Von Neumann and Morgenstern (1944) και Savage (1954)
- ✖ Ο Maurice Allais (1952; 1979) ανέπτυξε τη δική του θεωρία η οποία ονομάστηκε Multiattribute Utility Theory (M.A.U.T.)
- ✖ Με αφετηρία το πρώτο συνέδριο με αντικείμενο την Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων (Multiple Criteria Decision Making), που πραγματοποιήθηκε το 1972 στο Πανεπιστήμιο της Νότιας Καρολίνας, αναπτύχθηκε με γρήγορους ρυθμούς αυτός ο νέος κλάδος της επιχειρησιακής έρευνας (Cohrane and Zeleny, 1973; Fishburn, 1970a; b; Keeney and Raifa, 1976; Evans and Steuer, 1973; Zeleny, 1974; 1982; Roy, 1968; Jacquet-Lagrèze and Siskos, 1982).



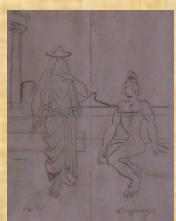
Ιστορική Εξέλιξη

- ✖ Στις δεκαετίες του '60 και '70 οι Keeney και Raiffa, αλλά και άλλοι επιστήμονες συνέλαβαν την ιδέα ότι οι άνθρωποι εκφράζουν τους εαυτούς τους μέσω συστημάτων αξιών δηλαδή η πραγματική αξία από κάποιο πράγμα δεν εξαρτάται ακριβώς από αριθμούς, αλλά περισσότερο από το τι σημαίνει η αυτό για κάποιον. Την αξία αυτή την ονόμασαν **Υποκειμενικό Ισοδύναμο Χρησιμότητας** (Subjective Equivalent Utility - S.E.U.)
- ✖ Το 1965 ο Lofty Zadeh παρουσίασε στον κόσμο την θεωρία της ασαφούς λογικής (fuzzy logic) και έτσι δημιουργήθηκε η ασαφής διαδικασία λήψης απόφασης. Στην πραγματικότητα η θεωρία της ασαφούς λογικής προήλθε από τη 'Theory of Vagueness' η οποία παρουσιάστηκε από το Bertrand Russell στις αρχές του αιώνα (Russel, 1923).

Ιστορική Εξέλιξη

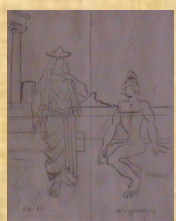
Οι διαφορετικές προσεγγίσεις της διαδικασίας απόφασης δημιούργησαν δύο σχολές, την αμερικάνικη και την ευρωπαϊκή:

- ✖ Η πολυκριτήρια λήψη αποφάσεων (MultiCriteria Decision Making – MCDM), δέχεται την ύπαρξη ενός συστήματος αξιών που αντιπροσωπεύει τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων σε ένα σύνολο εναλλακτικών ενεργειών και έχει σαν κύριους εκφραστές τους Fishburn (1970a; b), Keeney and Raifa (1976), Saaty (1990), Keeney (1992), French (1993) και von Winterfeldt and Edwards (1993). Το σύστημα αξιών αφορά την διαμόρφωση μιας συνάρτησης χρησιμότητας και των σχετικών βαρών των προτεραιοτήτων. Σύμφωνα με αυτή οι προτιμήσεις του αποφασίζοντα σε ένα σύνολο εναλλακτικών ενεργειών λαμβάνονται υπόψη στη διαμόρφωση ενός συστήματος αξιών, το οποίο ικανοποιεί ένα σύνολο συνθηκών, μέσα από το οποίο ο αποφασίζων θα οδηγηθεί στην επιλογή της σωστότερης λύσης.



Οι βασικοί στόχοι της πολυκριτήριας λήψης αποφάσεων είναι:

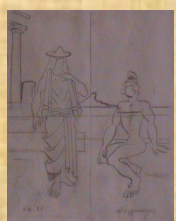
- + Να καθορισθούν οι συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε να υφίσταται το σύστημα αξιών.
- + Να υποστηρίξει τον αποφασίζοντα ώστε να ανακαλύπτει μέσα από μια διαδικασία ένα σύστημα αξιών και να παίρνει τη σωστή απόφαση.



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

- ✘ Η πολυκριτήρια υποβοήθηση της λήψης αποφάσεων (MultiCriteria Decision Aid – MCDA), έχει σαν κύριους εκφραστές τους Roy (1976; 1985; 1990), Bouyssou (1984), Jacquet-Lagrèze and Siskos (1982), Vincke (1992). Σύμφωνα με τον Roy (1990):
 - + Στη διαδικασία λήψης μιας απόφασης εμπλέκονται κατά κανόνα περισσότεροι του ενός αποφασίζοντα με διαφορετικές απόψεις και πιστεύω.
 - + Στην περίπτωση που έχουμε έναν μόνο αποφασίζοντα, οι προτιμήσεις του έχουν κατά κανόνα ένα μεγάλο βαθμό ασάφειας με ασυνέπειες και συγκρούσεις.
 - + Οι εναλλακτικές επιλογές, τα κριτήρια, η αξιολόγηση των εναλλακτικών επιλογών αλλά και οι προτιμήσεις των αποφασιζόντων καθορίζονται με αυθαίρετες ως επί το πλείστον διαδικασίες.



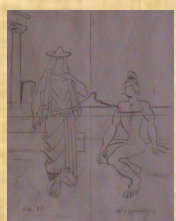
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

- + Δεν είναι εύκολο να ειπωθεί ότι μια απόφαση που λαμβάνεται με την εφαρμογή ενός μαθηματικού μοντέλου, είναι καλή ενώ μια άλλη είναι κακή κυρίως διότι δεν είναι δυνατή η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων της εφαρμογής όλων των εναλλακτικών επιλογών, επειδή:
 - ✗ Η επιλογή και υλοποίηση μιας απόφασης αποκλείει αυτόματα την επιλογή και υλοποίηση των υπολοίπων.
 - ✗ Οι συνέπειες από την υλοποίηση μιας απόφασης γίνονται γνωστές κατά κανόνα μετά από μεγάλο χρονικό διάστημα.
 - ✗ Κατά το χρονικό διάστημα υλοποίησης μιας απόφασης μεταβάλλονται οι συνθήκες που ίσχυαν τη χρονική στιγμή που ελήφθη η απόφαση.

Ρόλος Πολυκριτήριας Ανάλυσης

- ✗ Ο ρόλος της πολυκριτήριας ανάλυσης υποστήριξης της λήψης αποφάσεων δεν είναι να υποδείξει αποφάσεις στον αποφασίζοντα καλύτερες από αυτές που αντιλαμβάνεται, αλλά να τον οδηγήσει στην επιλογή της μέσα από την σταδιακή κατανόηση και βελτίωση των ικανοτήτων και γνώσεών του.



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Βασικές Έννοιες

Βασικές Έννοιες

Εναλλακτικές Επιλογές

- ✖ Πεπερασμένο σύνολο αντικειμένων, υποψηφίων, ενεργειών και γενικά επιλογών οι οποίες συμβολίζονται: $A = \{a_i, i = 1, 2, \dots, n\}$

Χαρακτηριστικά Προβλήματος

- ✖ Χαρακτηριστικά ενός προβλήματος καλούνται οι ιδιότητες που περιγράφουν τις εναλλακτικές ενέργειες, οι οποίες καθορίζονται αντικειμενικά ή υποκειμενικά, τα οποία είναι ανεξάρτητα από τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα και είναι ποσοτικά ή ποιοτικά μεγέθη.

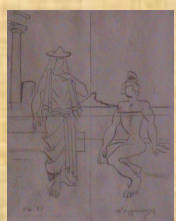
Βασικές Έννοιες

Κριτήρια

- ✗ Ορίζουμε σαν κριτήριο μια πραγματική συνάρτηση g , ορισμένη σε ένα σύνολο A των εναλλακτικών ενεργειών και με πεδίο τιμών ένα απόλυτα διατεταγμένο σύνολο, και που εκφράζει τις προτιμήσεις του αποφασίζοντα.
- ✗ $g: A \rightarrow R$ για την οποία ισχύει: $\text{An } g(a) > g(b) \Rightarrow \text{η επιλογή } a \text{ είναι καλύτερη της } b.$

Κυριαρχία

- ✗ Δεδομένου ενός συνόλου κριτηρίων $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$, μια εναλλακτική ενέργεια-επιλογή a **κυριαρχεί (dominate)** μιας εναλλακτικής b εάν:
$$g_i(a) \geq g_i(b) \quad \forall \quad i \text{ τουλάχιστον μια ανισότητα θα είναι αυστηρά.}$$



Είδη Κριτηρίων

- ✖ Ποσοτικά ή μετρικά κριτήρια (quantitative or measurable criteria)
 - + Πραγματικά κριτήρια (*true criteria*)
 - + Κριτήρια διαστημάτων (*interval criteria*)
 - + Ψευδο-κριτήρια (*pseudo- criteria*)
 - + Ημικριτήρια (*quasi criteria*)
 - + Προκριτήρια (*precriteria*)
- ✖ Κριτήρια ποιοτικά ή διάταξης (ordinal criteria)
- ✖ Κριτήρια πιθανοτικά ή στοχαστικά (stochastic criteria)
- ✖ Κριτήρια ασαφή (fuzzy criteria)

Είδη Κριτηρίων

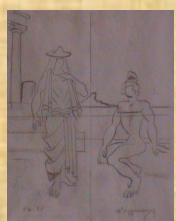
Ποσοτικά ή μετρικά κριτήρια (quantitative or measurable criteria)

Τα κριτήρια αυτά μας επιτρέπουν να συγκρίνουμε τα επιμέρους διαστήματα στο εσωτερικό των κλιμάκων. Διακρίνονται στις παρακάτω κατηγορίες (Vincke, 1992):

✖ Πραγματικά κριτήρια (*true criteria*)

Αποτελούν την απλούστερη μορφή κριτηρίων, τα οποία χρησιμοποιούνται σε αυτό που ονομάζεται 'παραδοσιακή' δομή προτιμήσεων και όπου δεν υπάρχουν κατώφλια. Οι διαφορές μεταξύ των τιμών των κριτηρίων χρησιμοποιείται για να καθορισθεί ποια επιλογή προτιμάται. Η προκύπτουσα προδιάταξη είναι γνωστή σαν πλήρης προδιάταξη. Κάθε προτίμηση ή δομή υπεροχής (outranking) μπορεί να χαρακτηριστεί από μια σχέση υπεροχής (outranking) S , η οποία ορίζει τις απαραίτητες συνθήκες έτσι ώστε μια εναλλακτική επιλογή a_i , να υπερέχει μιας άλλης a_j . Η επιλογή a υπερέχει της a_j ($a_i S a_j$) εάν ο αποφασίζων την προτιμά έναντι της a_j ($a_i P a_j$) ή είναι αδιάφορος μεταξύ των δύο ($a_i I a_j$). Η σχέση αυτή παριστάνεται με τη σχέση:

$$a_i S a_j \text{ iff } a_i P a_j \text{ or } a_i I a_j$$



Είδη Κριτηρίων

Ποσοτικά ή μετρικά κριτήρια (quantitative or measurable criteria)

Σε αυτή τη παραδοσιακή δομή, οι προτιμήσεις του αποφασίζοντα ικανοποιούν το ακόλουθο μοντέλο:

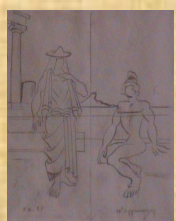
$$a_i P_g a_j \Leftrightarrow g(a_i) > g(a_j)$$

$$a_i I_g a_j \Leftrightarrow g(a_i) = g(a_j),$$

$$\forall a_i \text{ και } a_j \in A \text{ με } i \text{ και } j = 1, 2, \dots, n, \text{ αφού: } S = P \cup I, a S b \Leftrightarrow g(a_i) \geq g(a_j)$$

Η σχέση αδιαφορίας I είναι μεταβατική και ισχύει: $a I b$ και $b I a \Leftrightarrow c$.

Τα κριτήρια αυτά χρησιμοποιούνται στις ELECTRE I και II.



Είδη Κριτηρίων

Ποσοτικά ή μετρικά κριτήρια (quantitative or measurable criteria)

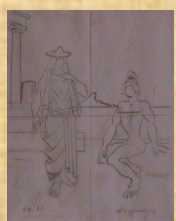
✖ *Κριτήρια διαστημάτων (interval criteria)*

Αυτά χρησιμοποιούνται στο ονομαζόμενο μοντέλο μεταβλητού κατωφλίου. Στην περίπτωση αυτή τα κατώφλια μπορεί να μεταβάλλονται στη κλίμακα των εκτιμήσεων των κριτηρίων.

$a_i P_g a_j \Leftrightarrow g(a_i) - g(a_j) > q_g(g(a_j)) \quad \forall a_i \text{ και } a_j \in A \text{ με } i \text{ και } j = 1, 2, \dots, n.$

$a_i I_g a_j \Leftrightarrow g(a_i) - g(a_j) \leq q_g(g(a_j)) \text{ και } g(a_j) \leq g(a_i) + q_g(g(a_i))$

Αυτές οι σχέσεις ορίζουν το Μοντέλο Μεταβλητού Κατωφλίου.



Είδη Κριτηρίων

Ποσοτικά ή μετρικά κριτήρια (quantitative or measurable criteria)

✖ *Ψευδο-κριτήρια (pseudo- criterion)*

Τα ψευδοκριτήρια περιέχουν την προσέγγιση των κατωφλίων δύο επιπέδων. Το προηγούμενο μοντέλο του μεταβλητού κατωφλίου, μπορεί να φαίνεται μη ρεαλιστικό επειδή αυτό ορίζει μια ακριβή άνω τιμή η οποία είναι μια περιοριστική προτίμηση και μια κάτω τιμή η οποία είναι αδιάφορη. Ανατρέχοντας σε πραγματικές καταστάσεις μπορούμε να πούμε ότι εκφράζει μια ενδιάμεση ζώνη στην οποία η πληροφόρηση του αποφασίζοντα είναι αντιφατική ή ασαφής.

Είδη Κριτηρίων

Ποσοτικά ή μετρικά κριτήρια (quantitative or measurable criteria)

✗ Ψευδο-κριτήρια (*pseudo-criterion*)

Κατά συνέπεια οδηγούμαστε σε ένα μοντέλο προτίμησης το οποίο ρητά περιλαμβάνει δύο διαφορετικά κατώφλια. Το πρώτο είναι ένα **κατώφλι αδιαφορίας** q (indifference threshold), κάτω από το οποίο ο αποφασίζων δείχνει καθαρή αδιαφορία και ένα δεύτερο **κατώφλι προτίμησης** p (preference threshold), πάνω από το οποίο ο αποφασίζων εκφράζει την σαφή του προτίμηση.

Ανάμεσα στα δύο κατώφλια υπάρχει μια περιοχή 'ασθενούς προτίμησης' για επιλογή της a πάνω στη b , η οποία δηλώνεται σαν $a_i Q_g a_j$, και εφαρμόζεται σαν δομές προτιμήσεων με κατώφλια αδιαφορίας και προτίμησης (σχήμα ...):

$$a_i P_g a_j \Leftrightarrow g(a_i) - g(a_j) > p_g(g(a_j))$$

$$a_i Q_g a_j \Leftrightarrow g(a_j) + p_g(g(a_j)) \geq g(a_i) > g(a_j) + q_g(g(a_j))$$

$$a_i I_g a_j \Leftrightarrow g(a_j) + q_g(g(a_j)) \geq g(a_i) \text{ και } g(a_i) + q_g(g(a_i)) \geq g(a_j)$$

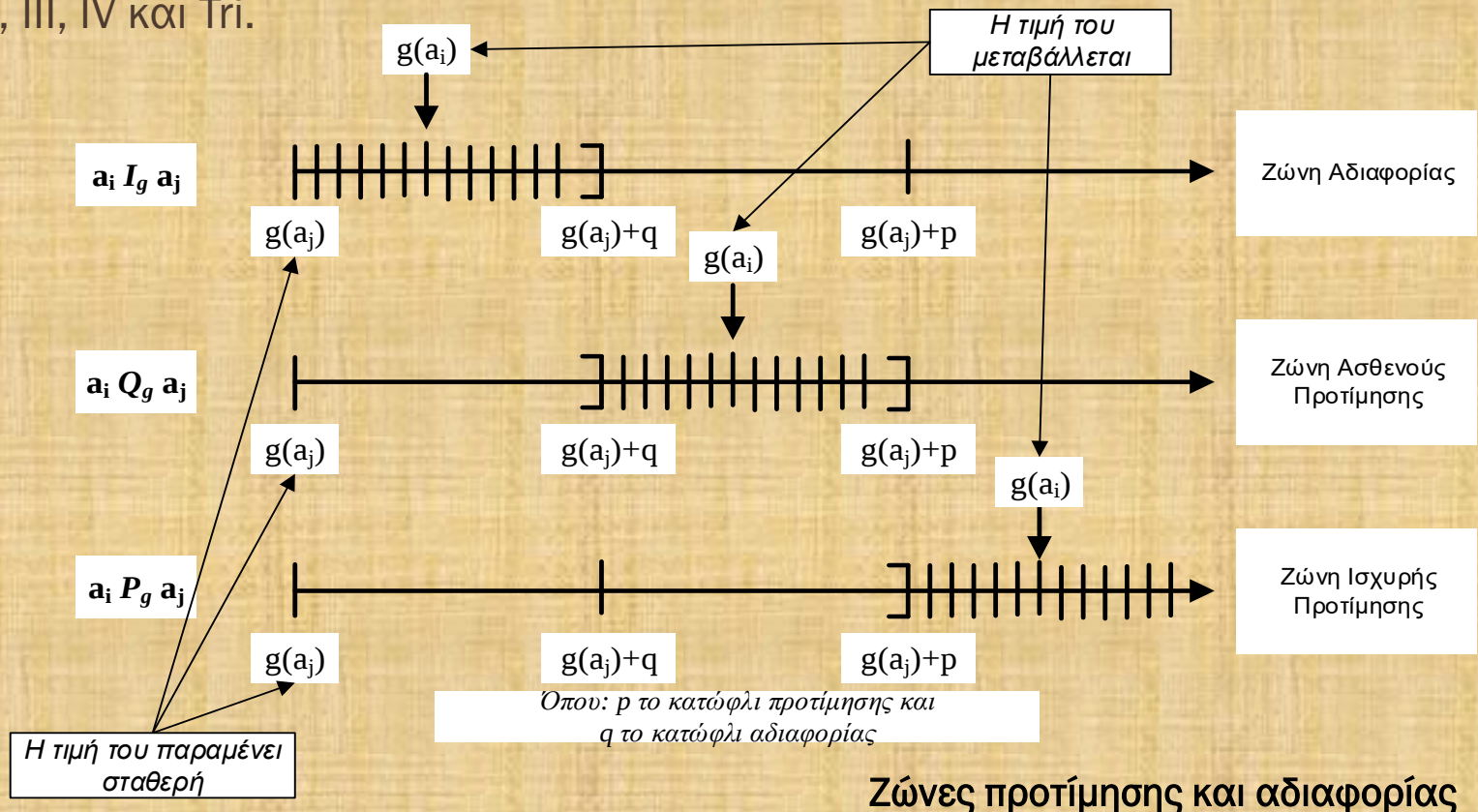
Τα $p_g()$ και $q_g()$ είναι αντίστοιχα τα κατώφλια προτίμησης και αδιαφορίας.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Είδη Κριτηρίων - Ποσοτικά ή μετρικά κριτήρια (quantitative or measurable criteria)

Τα κατώφλια αυτά εκφράζουν, για κάθε σημείο της κλίμακας κάθε κριτηρίου, τις σχέσεις αυστηρής προτίμησης, ασθενούς προτίμησης και αδιαφορίας προτίμησης. Η αδυναμία προτίμησης δείχνει την αναποφασιστικότητα του αποφασίζοντα μεταξύ αδιαφορίας (I) και αυστηρής προτίμησης (P). Ψευδοκριτήρια χρησιμοποιούνται για παράδειγμα στις μεθόδους ELECTRE IS, III, IV και Tri.



Είδη Κριτηρίων

Ποσοτικά ή μετρικά κριτήρια (quantitative or measurable criteria)

Το σύνολο των σχέσεων (I, P, Q) του ψευδοκριτηρίου ονομάστηκε ψευδοδιάταξη (pseudo-order). Σύμφωνα με του Roy και Vincke, οι οποίοι ανέλυσαν αυτή τη δομή προτιμήσεων μια περίπτωση της οποίας αποτελεί η ημιδιάταξη (semi-order) η οποία παρουσιάζεται στη συνέχεια μαζί και με κάποιες άλλες περιπτώσεις.

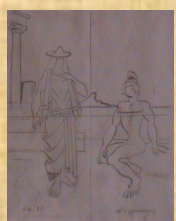
✖ Ημικριτήρια (*quasi criteria*)

Τα ημικριτήρια είναι ψευδοκριτήρια στα οποία τα κατώφλια προτίμησης και αδιαφορίας συμπίπτουν σε όλα τα σημεία της κλίμακας και η ψευδοδιάταξη καταλήγει σε ημιδιάταξη.

✖ Προκριτήριο (*pre-criteria*)

Είναι ένα ψευδοκριτήριο για το οποίο το κατώφλι αδιαφορίας είναι $q_g(g(a_j))=0$.

Εάν για ένα ψευδοκριτήριο ισχύει: $p_g(g(a_j)) = q_g(g(a_j)) = 0$, τότε η ψευδοδιάταξη εκφυλίζεται σε μια ολική προδιάταξη και οδηγούμαστε στην περίπτωση των πραγματικών κριτηρίων.



Είδη Κριτηρίων

- ✖ Κριτήρια ποιοτικά ή διάταξης (ordinal criteria)

Αφορά την περίπτωση κριτηρίων των οποίων η κλίμακα προτίμησης είναι μια κλίμακα διάταξης (ordinal) με την οποία ορίζει μια προδιάταξη (weak order) – διάταξη (order) των εναλλακτικών επιλογών.

- ✖ Πιθανοτικά-στοχαστικά κριτήρια (stochastic criteria)

Αφορά τα κριτήρια για τα οποία η εκτίμηση μιας δράσης με βάση τη κλίμακα μέτρησής του εκφράζεται με πιθανότητα.

- ✖ Ασαφή κριτήρια (fuzzy criteria)

Αφορά την περίπτωση που η εκτίμηση μιας εναλλακτικής επιλογής είναι ένα διάστημα της κλίμακας του συγκεκριμένου κριτηρίου στο οποίο έχει οριστεί μια συνάρτηση δυνατότητας της τιμής αυτής.

Δομές Προτιμήσεων – Διμερείς Σχέσεις Προτιμήσεων

Ισχυρή προτίμηση

Περίπτωση που ο αποφασίζων εκφράζει την **ισχυρή προτίμηση** του (strict preference): Η a_i είναι συνολικά ισχυρά προτιμότερη της a_j : $a_i P a_j$

Ασθενή προτίμηση

Περίπτωση που ο αποφασίζων εκφράζει την **ασθενή προτίμηση** του (weak preference): Η a_i είναι συνολικά ασθενώς προτιμότερη της a_j : $a_i Q a_j$

Αδιαφορία

Περίπτωση που ο αποφασίζων εκφράζει την **αδιαφορία** του (indifference): Η a_i είναι συνολικά αδιάφορη της a_j : $a_i I a_j$

Ασυγκρισιμότητα

Περίπτωση που ο αποφασίζων εκφράζει την αδυναμία του να **συγκρίνει** (incomparability): Η a_i είναι συνολικά μη συγκρίσιμη της a_j : $a_i R a_j$

Παραδοσιακή Δομή Προτιμήσεων

Η παραδοσιακή σχέση υπεροχής (outranking relation) συμβολίζεται με S και εκφράζει τη σχέση μεταξύ δύο εναλλακτικών επιλογών με βάση την οποία η aSb σημαίνει ότι η a είναι τουλάχιστον το ίδιο καλή με την b .

Στη δομή αυτή ορίζονται μόνο οι σχέσεις προτίμησης (P - Preference) και αδιαφορίας (I - Indifference). Στην προτίμηση S εμπεριέχονται οι έννοιες της ισχυρής και ασθενούς προτίμησης που θα εξετάσουμε αργότερα.

✗ $\forall a_i, a_j$:

$$a_i P a_j \Leftrightarrow g(a_i) > g(a_j)$$

$$a_i I a_j \Leftrightarrow g(a_i) = g(a_j)$$

Ισχύουν οι ιδιότητες:

- Πληρότητα: $a_i P a_j$ ή $a_i I a_j$
- Μεταβατική σχέση: $a_i P a_j$ και $a_j P a_l \Rightarrow a_i P a_l$
- Ασυμμετρία: $a_i P a_j \Rightarrow a_j !P a_i$
- Ανακλαστική: $a_i I a_i$
- Αντιμεταθετική: $a_i I a_j \Leftrightarrow a_j I a_i$
- Μεταβατική: $a_i I a_j$ και $a_j I a_l \Rightarrow a_i I a_l$

Παραδοσιακή Δομή Προτιμήσεων

Σύμφωνα με τον Roy, μπορούμε να διακρίνουμε στο εσωτερικό της κατάστασης προτίμησης δύο άλλες καταστάσεις: την ισχυρή προτίμηση και την ασθενή προτίμηση. Με βάση αυτά μπορούμε να ορίσουμε τις ακόλουθες καταστάσεις:

- ✗ **P**: ισχυρή προτίμηση (strict preference)
- ✗ **Q**: ασθενής προτίμηση (weak preference)
- ✗ **I**: αδιαφορία (indifference)
- ✗ **R**: ασυγκρισιμότητα (incomparability)

Προκειμένου να αντιμετωπισθούν διάφορες καταστάσεις μοντελοποίησης των προτιμήσεων του αποφασίζοντα οι οποίες δεν καλύπτονταν με τα μέχρι τώρα αναφερθέντα, ο Roy πρότεινε και τις παρακάτω καταστάσεις:

- ✗ **$a \sim b$** : Μη προτίμηση (aIb ή aRb χωρίς διάκριση)
- ✗ **$a > b$** : Προτίμης (aPb ή aQb χωρίς διάκριση)
- ✗ **$a J b$** : Προδιάθεση προτίμησης (aQb ή aIb χωρίς διάκριση)
- ✗ **$a K b$** : K προτίμηση (aPb ή aIb χωρίς διάκριση)
- ✗ **$a S b$** : Υπεροχή (aPb ή aQb ή aIb χωρίς διάκριση)

Δομές Προτιμήσεων με κατώφλι αδιαφορίας

Αφορούν την περίπτωση κατά την οποία ο αποφασίζων εκφράζει την αδυναμία του να επιλέξει μεταξύ δύο εναλλακτικών ενεργειών-επιλογών όταν η διαφορά μεταξύ των δύο συναρτήσεων g για τις δύο ενέργειες είναι μικρότερη μιας τιμής που ορίζεται από την τιμή του κατωφλίου.

Δομές προτιμήσεων με σταθερό κατώφλι αδιαφορίας

Περίπτωση όπου το κατώφλι είναι σταθερό για κάθε τιμή της g :

✗ $\forall a_i, a_j$:

$$a_i P a_j \Leftrightarrow g(a_i) > g(a_j) + q$$

$$a_i I a_j \Leftrightarrow \leq q, \text{ όπου: } q \text{ θετικό κατώφλι αδιαφορίας}$$

Δομές προτιμήσεων με μεταβλητό κατώφλι αδιαφορίας

Περίπτωση όπου το κατώφλι μεταβάλλεται ανάλογα με τις τιμές της g :

✗ $\forall a_i, a_j$:

$$a_i P a_j \Leftrightarrow g(a_i) > g(a_j) + q(g(a_j))$$

$$a_i I a_j \Leftrightarrow \begin{cases} g(a_i) \leq g(a_j) + q(g(a_j)) \\ g(a_j) \leq g(a_i) + q(g(a_i)) \end{cases}$$

Δομές προτιμήσεων με κατώφλια αδιαφορίας και προτιμήσεις

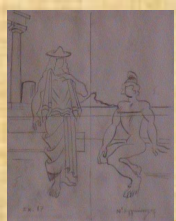
Επειδή πολλές φορές είναι δύσκολο για τον αποφασίζοντα να καθορίσει ένα κατώφλι προτίμησης ή αδιαφορίας μεταξύ των υπό εκτίμηση εναλλακτικών ενεργειών-επιλογών, για αυτό η εφαρμογή δύο κατωφλίων, ενός για την αδιαφορία και ενός για την προτίμηση, καθώς και η εισαγωγή της σχέσης ασθενούς προτίμησης καλύπτει αυτήν την αδυναμία.

$\forall a_i, a_j$:

$$a_i P a_j \Leftrightarrow g(a_i) > g(a_j) + p(g(a_j))$$

$$a_i Q a_j \Leftrightarrow g(a_j) + p(g(a_j)) > q(g(a_i)) > g(a_j) + q(g(a_j))$$

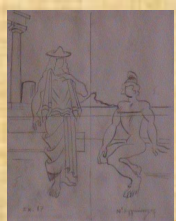
$$a_i I a_j \Leftrightarrow \begin{cases} g(a_j) + p(g(a_j)) \geq g(a_i) \\ g(a_i) + qg(a_i) \geq g(a_j) + qg(a_j) \end{cases}$$



Δομές προτιμήσεων που περιλαμβάνουν ασυγκρισιμότητα
Υπάρχει περίπτωση ο αποφασίζων, για κάποιο λόγο, να αρνηθεί τη σύγκριση δύο εναλλακτικών ενεργειών-επιλογών ή να μην του είναι δυνατή εκ των πραγμάτων η σύγκριση αυτή. Η περίπτωση της ασυγκρισιμότητας παρουσιάζεται συχνά στην λήψη ομαδικών αποφάσεων και διαπραγματεύσεων. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίστηκε από το Roy (1985) με την εισαγωγή ενός κατωφλίου ασυγκρισιμότητας.

Μοντελοποίηση προτιμήσεων μέσω συναρτήσεων

Οι προτιμήσεις μπορούν να μοντελοποιηθούν μέσω συναρτησιακών μοντέλων τα οποία ονομάζονται **συνάρτηση χρησιμότητας (utility function)**, **συνάρτηση αξίας (value function)**, **συνάρτηση κριτηρίου (criterion function)**.



Μεθοδολογία Μοντελοποίησης

Μεθοδολογία μοντελοποίησης



Βασικοί Στόχοι

- ✗ Ανάλυση της ανταγωνιστικής φύσης των κριτηρίων
- ✗ Μοντελοποίηση των προτιμήσεων του αποφασίζοντα
- ✗ Εντοπισμό ικανοποιητικών λύσεων

Αντικείμενο της απόφασης

Κάθε απόφαση αναλύεται σε ένα διακριτό (πεπερασμένο) ή συνεχές σύνολο εναλλακτικών επιλογών (ενεργειών, πράξεων, τρόπων δράσεις, ...): $A = \{a_i, i = 1, 2, \dots, n\}$.

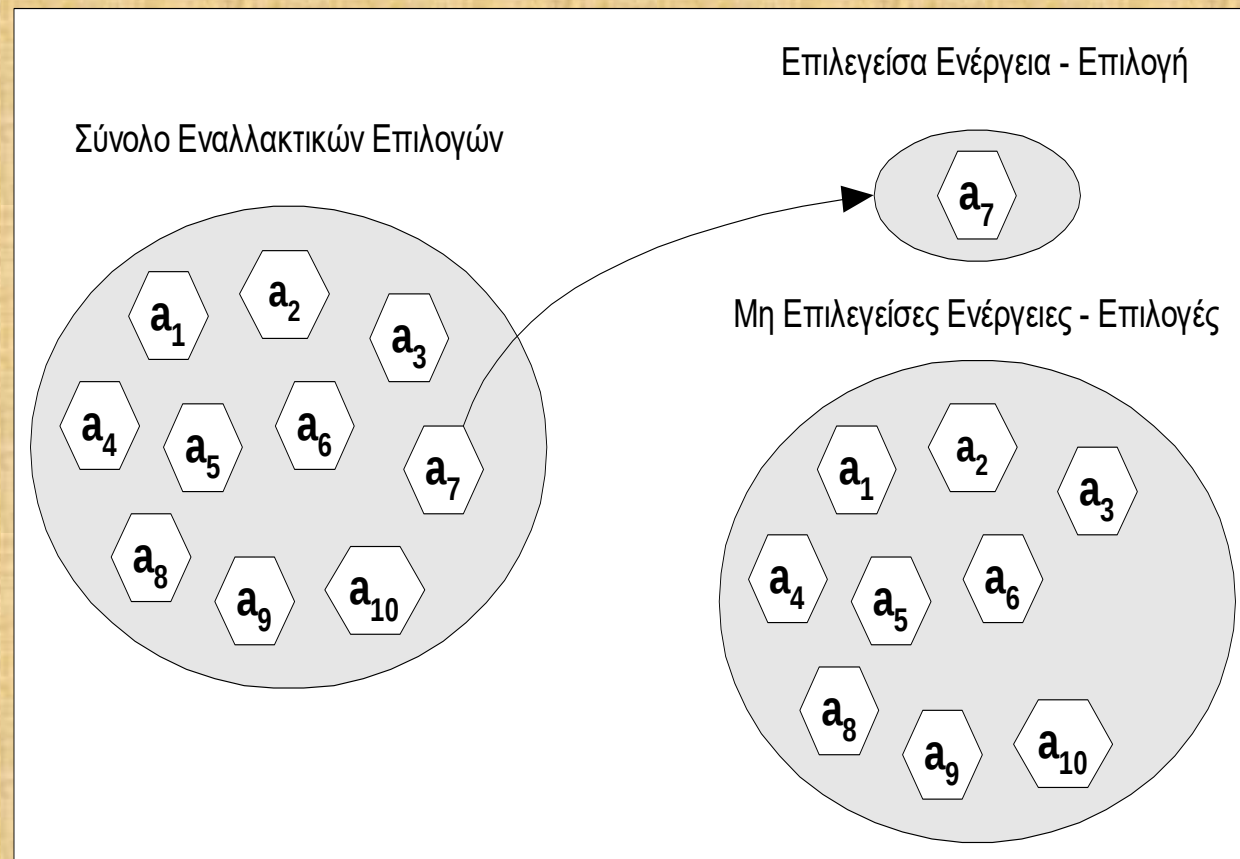
Το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών μπορεί να χαρακτηριστεί:

- ✖ **Σταθερό** (stable): Αν δεν επιτρέπεται να γίνουν μεταβολές στη σύνθεσή του κατά τη διαδικασία λήψης μιας απόφασης.
- ✖ **Αξιολογήσιμο** (evaluative): Αν κατά τη διαδικασία λήψης μιας απόφασης είναι δυνατές οι μεταβολές.
- ✖ **Ολοκληρωμένο** (globalized): Αν κάθε στοιχείο του A αποκλείει τα υπόλοιπα.
- ✖ **Αποσπασματικό** (fragmented): Τα αποτελέσματα της επεξεργασίας αφορούν ένα τμήμα του A .

Αντικείμενο της απόφαση - Προβληματικές:

Προβληματική α

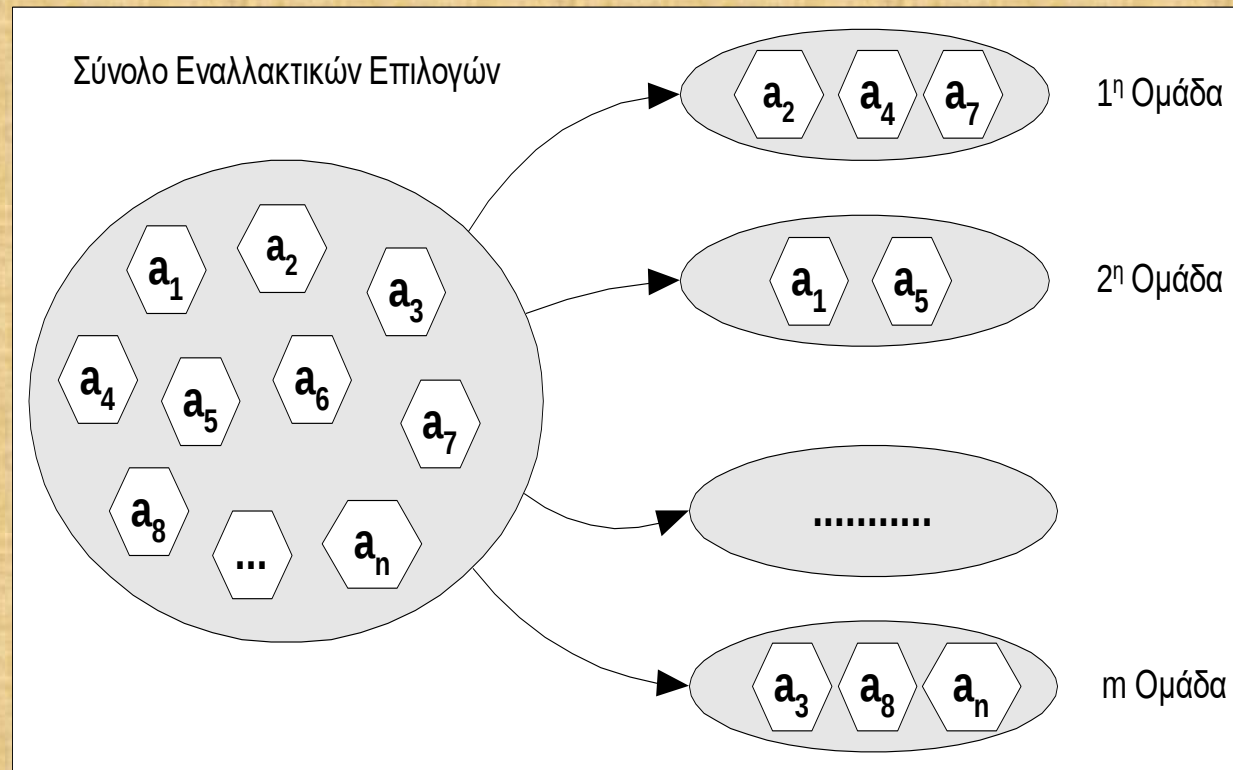
Αφορά την επιλογή (choice), μέσα από ένα σύνολο εναλλακτικών επιλογών A , μιας και μόνο



Αντικείμενο της απόφαση - Προβληματικές:

Προβληματική β

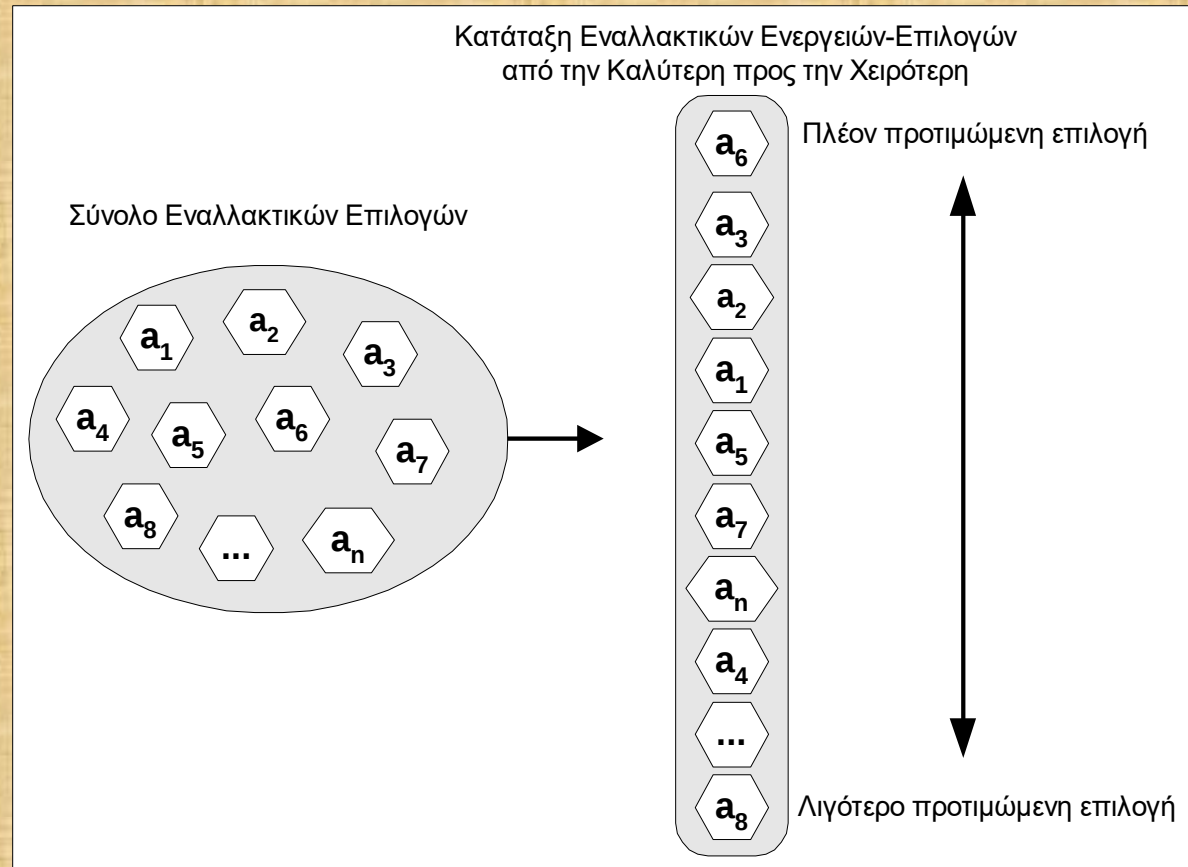
Αφορά την
ταξινόμηση (sorting)
όλων των
εναλλακτικών
ενεργειών του
συνόλου A , σε
ομάδες με
συγκεκριμένες
ιδιότητες

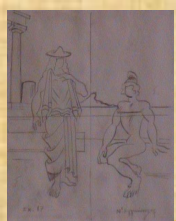


Αντικείμενο της απόφαση - Προβληματικές:

Προβληματική γ

Αφορά την κατάταξη (ranking) όλων των εναλλακτικών ενεργειών του συνόλου A , από την πλέον προτιμώμενη προς την λιγότερο προτιμητέα





Αντικείμενο της απόφαση - Προβληματικές:

Προβληματική δ

- ✗ Αφορά την απλή περιγραφή (description) όλων των εναλλακτικών επιλογών (ενεργειών, δράσεων, ...) του συνόλου Α, καθώς και των συνεπειών τους σε γλώσσα κατανοητή από τους, εμπλεκόμενους στη διαδικασία επίλυσης τους συγκεκριμένου προβλήματος, αποφασίζοντας.
- ✗ Π.χ. Σε προβλήματα όπου η κύρια ανάγκη είναι η γνωριμία με ένα σύνολο δραστηριοτήτων όπως οι στρατηγικές επενδύσεις, τα αναπτυξιακά προγράμματα, η ανάπτυξη νέων προϊόντων κ.α., καθώς και η περιγραφή τους μέσω των επιπτώσεών τους πάνω στα κριτήρια που ενδιαφέρουν τους αποφασίζοντας.

Αντικείμενο της απόφαση - Προβληματικές:

Συνήθως τα προβλήματα είναι πολύ σύνθετα και είναι πιθανόν να μην εργαζόμαστε με μια μόνο προβληματική καθόλη τη διάρκεια της διαδικασίας λήψης απόφασης. Έτσι, μπορεί να έχουμε να αντιμετωπίσουμε διαφορετικές προβληματικές κατά τα διάφορα στάδια επίλυσης ενός προβλήματος και λήψης αντίστοιχων αποφάσεων.

Αντικείμενο της απόφαση - Προβληματικές: Παράδειγμα

Έστω, ότι θέλουμε να αγοράσουμε για προσωπική χρήση ένα φορητό υπολογιστή (εμείς είμαστε οι αποφασίζοντες).

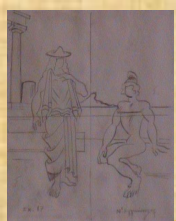
Για να το κάνουμε αυτό, αρχικά μπορεί, εφαρμόζοντας την προβληματική β, να διαχωρίσουμε τους Η/Υ σε δύο κατηγορίες. Σε αυτούς που απορρίπτονται και δεν χρήζουν περαιτέρω αξιολόγησης και σε αυτούς που θα εξετάσουμε και θα αξιολογήσουμε προκειμένου να επιλέξουμε αυτόν που τελικά θα αγοράσουμε (προβληματική α).

Εάν αυτή η απόφαση δεν ήταν προσωπική αλλά αποτελούσε εισήγηση (ο ρόλος μας είναι αναλυτές απόφασης) προς το ΔΣ μιας εταιρείας, όπου αποφασίζοντες είναι τα μέλη του και όχι εμείς, τότε θα μπορούσε να υιοθετηθεί η προβληματική γ, προκειμένου να δοθεί ένας κατάλογος με ιεραρχημένη αξιολόγηση των υποψήφιων προς αγορά Η/Υ, μια και το ΔΣ θα μπορούσε να επιλέξει κάποιον άλλο.

Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων

Κάθε εναλλακτική επιλογή του συνόλου A μπορεί να εκτιμηθεί από τους αποφασίζοντες με βάση ένα νέφος στοιχειωδών επιπτώσεων αποτελούμενα από ιδιότητες, χαρακτηριστικά, μειονεκτήματα, πλεονεκτήματα, ... (Roy, 1985). Η ανάλυση του νέφους των στοιχειωδών επιπτώσεων κάθε εναλλακτικής επιλογής οδηγεί τους αποφασίζοντες στην επιλογή και μοντελοποίηση των κριτηρίων με βάση τα οποία αυτοί θα οδηγηθούν στη τελική απόφαση.

Για να καθορίσουμε μια συνεπή οικογένεια κριτηρίων, προκειμένου να εκτιμήσουμε τις εναλλακτικές επιλογές ώστε να οδηγηθούμε στη λήψη των αντίστοιχων αποφάσεων, θα πρέπει να αναλύσουμε τις στοιχειώδεις επιπτώσεις των διαφόρων εναλλακτικών επιλογών και στη συνέχεια να καθορίσουμε τα κριτήρια αυτά και να τα μοντελοποιήσουμε.



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων

Καθορισμός του συνόλου των εναλλακτικών επιλογών

Ανάλυση των στοιχειωδών επιπτώσεων των εναλλακτικών επιλογών (ιδιότητες, χαρακτηριστικά)

Καθορισμός των αξόνων προτίμησης

Επιλογή των διαστάσεων

Καθορισμός της συνεπούς οικογένειας κριτηρίων

Πολυκριτήριος Πίνακας

		Κριτήρια		
Εναλλακτικές	g_1	g_2		g_m
a_1	$g_1(a_1)$	$g_2(a_1)$		$g_m(a_1)$
a_2	$g_1(a_2)$	$g_2(a_2)$		$g_m(a_2)$
...	...	...		...
a_n	$g_1(a_n)$	$g_2(a_n)$		$g_m(a_n)$

Διαδικασία μοντελοποίησης των κριτηρίων απόφασης



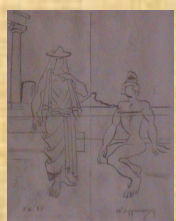
Διαδικασία μοντελοποίησης των κριτηρίων απόφασης

Σαν **στοιχειώδεις επιπτώσεις** ενός συνόλου εναλλακτικών επιλογών ονομάζουμε κάθε ιδιότητα ή χαρακτηριστικό τους, τα οποία θα πρέπει να πληρούν τις ακόλουθες ιδιότητες:

- ✗ να είναι σαφώς και επαρκώς καθορισμένες έτσι ώστε να είναι αντιληπτή η σημασία τους από τους εμπλεκόμενους στη λήψη της απόφασης, και
- ✗ να δίνουν τη δυνατότητα περιγραφής των αποτελεσμάτων εφαρμογής των διαφόρων προβληματικών.

Το **νέφος των στοιχειωδών επιπτώσεων** του συνόλου των εναλλακτικών επιλογών **A**, αποτελείται από την ένωση όλων των επιμέρους στοιχειωδών επιπτώσεων κάθε εναλλακτικής επιλογής του συνόλου **A**.

Ο **άξονας προτίμησης** αποτελείται από το σύνολο των στοιχειωδών επιπτώσεων που αφορούν μια συγκεκριμένη οπτική γωνία αξιολόγησης και σύγκρισης των εναλλακτικών επιλογών του συνόλου A.



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Διαδικασία μοντελοποίησης των κριτηρίων απόφασης

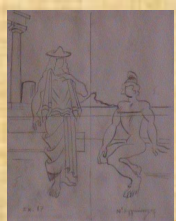
Οι κλίμακες προτίμησης είναι οι διάφορες διαβαθμίσεις των κλιμάκων μέτρησης των προτιμήσεων των αποφασιζόντων στη λήψη μιας απόφασης (ποσοτικές, διάταξης). Περισσότερα για τις κλίμακες μέτρησης των προτιμήσεων μπορεί κάποιος να διαβάσει στο 1^ο κεφάλαιο.

Όταν το σύνολο των καταστάσεων μιας στοιχειώδους επίπτωσης ορίζει μια κλίμακα προτίμησης τότε αυτή ορίζεται σαν **διάσταση**.

Διαδικασία μοντελοποίησης των κριτηρίων απόφασης

Προχωρώντας στην **ανάλυση των στοιχειωδών επιπτώσεων** των εναλλακτικών επιλογών ενός συγκεκριμένου προβλήματος και αφού έχουμε καθορίσει το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών **A**, προχωράμε ως ακολούθως:

1. Καταγράφουμε τις επιμέρους στοιχειώδεις επιπτώσεις κάθε εναλλακτικής επιλογής.
2. Δημιουργούμε μια λίστα με το σύνολο των στοιχειωδών επιπτώσεων όλων των εναλλακτικών επιλογών με την ένωση των επιμέρους στοιχειωδών επιπτώσεων.
3. Καθορίζουμε τους άξονες προτίμησης κατηγοριοποιώντας τις στοιχειώδεις επιπτώσεις σε ομοιογενείς ομάδες όπως για παράδειγμα: τεχνολογικές, οικονομικές, περιβαλλοντικές, κοινωνικές, κοκ.
4. Καθορίζουμε τις κλίμακες προτίμησης μέσω των οποίων αποδίδουμε υπόσταση στις διαστάσεις κάθε άξονα προτίμησης.



Διαδικασία μοντελοποίησης των κριτηρίων απόφασης

5. Κατασκευάζουμε τα κριτήρια, τα οποία ορίζονται μέσω μιας κλίμακας προτίμησης, με έναν από τους ακόλουθους τρόπους:
 - a. ταυτίζοντάς τα με κάποια από τις διαστάσεις
 - b. με διάσπαση διαστάσεων, είτε με
 - c. συνένωση διαστάσεων.

Πολύ συχνά οι στοιχειώδεις επιπτώσεις κάποιων εναλλακτικών ενεργειών δεν είναι δυνατών να εκφρασθούν με κάποια κλίμακα, η οποία να εκφράζει και τις προτιμήσεις των αποφασιζόντων με τρόπο μονότονο. Έτσι, στην περίπτωση της κλίμακας μέτρησης της ηλικίας δεν μπορεί κάποιος να πει ότι όποιος έχει μικρή ηλικία είναι καλύτερος από κάποιον με μεγαλύτερη αλλά ούτε και το αντίστροφο. Σε τέτοιες περιπτώσεις απαιτείται η αλλαγή της κλίμακας μέτρησης όπως για παράδειγμα δίνεται στον πίνακα (ανακωδικοποίηση):

Ηλικία	Χαρακτηρισμός	Κωδικοποίηση
≤ 18 ετών	Πολύ Νέοι	1
> 19 και ≤ 30	Νέοι	2
> 31 και ≤ 45	Ενήλικες	3
> 46 και ≤ 60	Μεσήλικες	4
> 61 και ≤ 80	Μεγάλης Ηλικίας	5
> 81	Υπερήλικες	6

Σαν **κριτήριο** (criterion) ορίζεται κάθε μονότονη μεταβλητή δηλωτική των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Τα κριτήρια μπορεί να είναι είτε ποσοτικά (quantitative ή measurable criteria) και να εκφράζονται από μια συνεχή κλίμακα (χρόνος, θερμοκρασία, ...), είτε ποιοτικά-διάταξης (ordinal criteria) για τη μοντελοποίηση των οποίων χρησιμοποιούνται κλίμακες διακριτών τιμών. Τα κριτήρια συμβολίζονται:

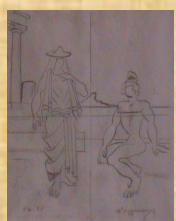
$$g_j(a_i), i = 1, 2, \dots, n \text{ και } j = 1, 2, \dots, m$$

Ορίζουμε: $g: A \rightarrow R$ και $a \rightarrow g(a)$

Όπου: $g(a)$ είναι η εκτίμηση (evaluation) της εναλλακτικής επιλογής a του συνόλου A , ως προς το κριτήριο g .

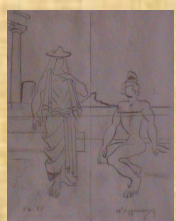
Η συνάρτηση αυτή οφείλει να πληροί την ιδιότητα της μονοτονίας σύμφωνα με την οποία, δεδομένων δύο εναλλακτικών επιλογών a και b του συνόλου A , θα πρέπει να ισχύουν:

- ✖ Η a προτιμάται από την b όταν: $g(a) > g(b)$
- ✖ Η a είναι ισοδύναμη με την b όταν: $g(a) = g(b)$



Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων





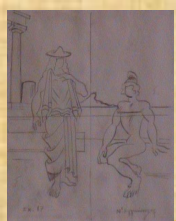
ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων

Το σύνολο των κριτηρίων, τα οποία χρησιμοποιούνται στη λήψη μιας απόφασης, ονομάζεται **συνεπής οικογένεια κριτηρίων** (consistent family of criteria) και πρέπει να πληρούν τις ακόλουθες ιδιότητες:

- ✗ **Μονοτονίας** ή συνέπειας (monotonicity or consistency): Να είναι μονότονα και συναφή με τις ατομικές προτιμήσεις. Τούτο σημαίνει ότι δοθέντων δύο εναλλακτικών επιλογών a και b , η a προτιμάται της b όταν ισχύει:
- ✗ $g_i(a) = g_j(b) \ \forall \ i \neq j$ και $g_j(a) > g_j(b)$, τότε η εναλλακτική a προτιμάται από την b ή αλλιώς η a υπερέχει της b (aSb).
- ✗ **Επάρκειας** (exhaustiveness), στα πλαίσια της διαθέσιμης πληροφορίας. Εάν για ένα ζεύγος εναλλακτικών επιλογών a και b , ισχύει $g_i(a) = g_i(b) \ \forall \ i = 1, 2, \dots, n$, τότε η εναλλακτική a είναι ισοδύναμη (αδιάφορη) της b , δηλαδή δεν απουσιάζει κανένα κριτήριο απόφασης από το σύνολο των χρησιμοποιούμενων n κριτηρίων. Εάν ένας αποφασίζων έχει δώσει τις ίδιες εκτιμήσεις ακριβώς σε κάθε κριτήριο για δύο εναλλακτικές και παρόλα αυτά εκφράζει την προτίμησή του υπέρ της μιας εκ των δύο τότε αυτό σημαίνει ότι θα πρέπει να υπάρχει κάποιο κριτήριο που δεν έχουμε συμπεριλάβει στο σύνολο g_i . Αυτό παραβιάζει την συγκεκριμένη ιδιότητα και κατά συνέπεια η οικογένεια των κριτηρίων δεν θεωρείται επαρκής.

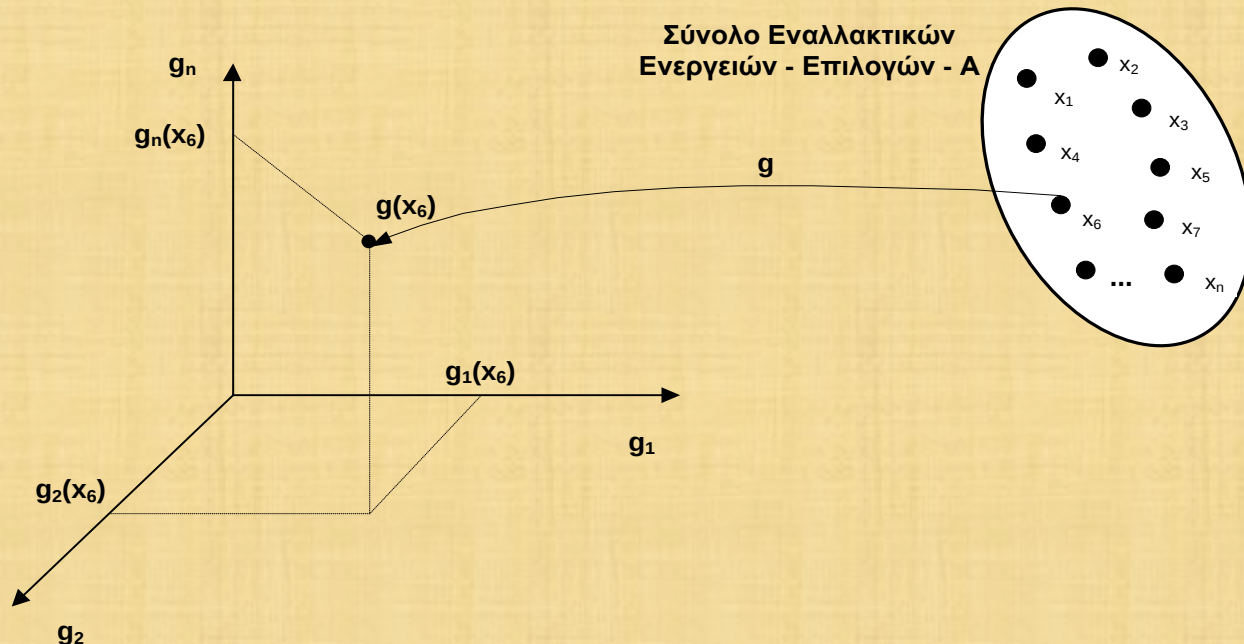


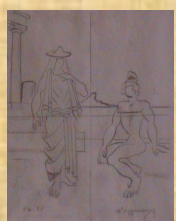
Συνεπής Οικογένεια Κριτηρίων

- ✖ Να μην είναι πλεοναστικά (non redundancy). Η αφαίρεση ενός κριτηρίου από το σύνολο των κριτηρίων αξιολόγησης των εναλλακτικών επιλογών που χρησιμοποιούμε είναι ικανή να αναιρέσει μια από τις προηγούμενες δύο συνθήκες για κάποιο ζευγάρι εναλλακτικών επιλογών. Εάν παρόλα αυτά δεν την αναιρεί τότε αυτό σημαίνει ότι το κριτήριο αυτό ‘πλεονάζει’ μια και δεν παίζει κανένα ρόλο στη σύγκριση των δύο εναλλακτικών επιλογών.

Η λογική της συνεπούς οικογένειας κριτηρίων μπορεί να ειδωθεί με μια γενικότερη προσέγγιση με το σχηματισμό ενός πάζλ. Έτσι, προκειμένου να σχηματίσουμε την ‘εικόνα’ μιας εναλλακτικής θα πρέπει να έχουμε τα κατάλληλα κομμάτια, που θα σχηματίζουν την συγκεκριμένη εικόνα, καθώς και ότι στο τέλος δεν θα πρέπει να μας περισσεύουν ούτε να μας λείπουν κομμάτια του πάζλ.

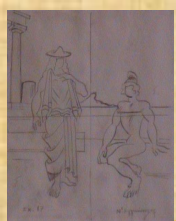
Με την συνεπή οικογένεια κριτηρίων απεικονίζεται το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών του συνόλου A στον n -διάστατο πραγματικό χώρο R^n (σχήμα). Στο σχήμα αυτό με $g(x_6) = \{g_1(x_6), g_2(x_6), \dots, g_n(x_6)\}$, συμβολίζεται το διάνυσμα των πολυκριτήριων εκτιμήσεων της εναλλακτικής ενέργειας $x_6 \in A$ πάνω στα n κριτήρια.





Μοντέλο ολικής προτίμησης

- ✖ Σύνθεση όλων των κριτηρίων (μερικών προτιμήσεων) με τη βοήθεια ενός Μοντέλου Ολικής Προτίμησης. Με βάση το μοντέλο αυτό και λαμβάνοντας υπόψη την επιλεγείσα προβληματική συγκρίνονται όλες οι εναλλακτικές επιλογές (ενέργειες, δράσεις, ...) του συνόλου Α προκειμένου να οδηγηθούμε στη λήψη απόφασης.
- ✖ Συνεπώς, στο στάδιο αυτό θα πρέπει να καθοριστεί – επιλεγεί η κατάλληλη μέθοδος πολυκριτήριας σύνθεσης των προτιμήσεων προκειμένου να αξιολογηθεί το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών σύμφωνα με την επιλεγείσα προβληματική.

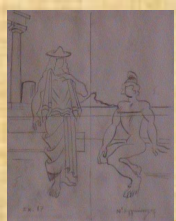


ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Μοντέλο ολικής προτίμησης

- ✖ Μπορεί να χρησιμοποιηθεί με βάση την επιλεγείσα προβληματική για:
 - + Την αξιολόγηση κάθε εναλλακτικής
 - + Την πραγματοποίηση διμερών συγκρίσεων όλων των Εναλλακτικών Επιλογών
- ✖ Προκύπτει
 - + Ο αποφασίζον καθορίζει ένα σύνολο παραμέτρων (Άμεσος τρόπος)
 - + Οι παράμετροι εκτιμώνται μέσα από την ανάλυση των αποφάσεων του αποφασίζοντα (Έμμεσος τρόπος)

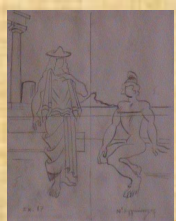


ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

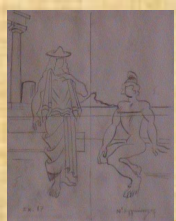
4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Υποστήριξη απόφασης

- ✖ Γίνεται επεξεργασία και εφαρμογή σεναρίων
- ✖ Αναζητούνται απαντήσεις σε ερωτήματα του αποφασίζοντα
- ✖ Περιλαμβάνει όλες τις ενέργειες των αναλυτών ώστε να υποστηριχθούν οι προτάσεις τους οι οποίες προέκυψαν από την εφαρμογή των προηγούμενων σταδίων



Θεωρητικά ρεύματα & Ταξινόμηση πολυκριτήριων μεθόδων



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Οι κυριότερες κατηγορίες στις οποίες διαχωρίζονται οι πολυκριτήριες είναι οι ακόλουθες (Σίσκος, ...):

- ✖ **Συναρτησιακές:** Η σύνθεση των κριτηρίων (μερικών προτιμήσεων) επιτυγχάνεται μέσω μιας ή περισσότερων συναρτήσεων αξίας – χρησιμότητας.
- ✖ **Σχесιακές:** Η σύνθεση των κριτηρίων (μερικών προτιμήσεων) επιτυγχάνεται μέσω μιας ή περισσότερων σχέσεων υπεροχής.
- ✖ **Αναλυτικές:** Το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων (μερικών προτιμήσεων) επιτυγχάνεται έμμεσα με τη βοήθεια δεδομένων από ολικές προτιμήσεις του αποφασίζοντα (αποφάσεις).

Κυρίαρχα Θεωρητικά Ρεύματα

ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΟΣ Ή ΠΟΛΥΣΤΟΧΙΚΟΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

ΘΕΩΡΙΑ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΣ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑΣ

Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΣΧΕΣΕΩΝ ΥΠΕΡΟΧΗΣ

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

Πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός
(Multiobjective mathematical programming)

Εδώ επικρατούν δύο προβληματικές όσον αφορά τον τρόπο που λαμβάνονται οι αποφάσεις:

- ✖ **Αλληλεπιδραστική (interactive):** Σύμφωνα με αυτή η πορεία προς τη λήψη της τελικής απόφασης γίνεται χωρίς καμία αναφορά στη συνάρτηση χρησιμότητας από τον αποφασίζοντα, ο οποίος διαμορφώνει την υποκειμενική του αντίληψη για τη σημαντικότητα των κριτηρίων και κάνει τις επιλογές του, που αφορούν το επίπεδο προσέγγισης των στόχων του (Benayoun et al., 1971).
- ✖ **Ορθολογική:** Σύμφωνα με αυτήν κατασκευάζεται το ίδιο το μοντέλο του αποφασίζοντα, που χρησιμοποιείται ακολούθως στην ανάδειξη των αποφάσεων μέγιστης χρησιμότητας (Geoffrion et al., 1972; Zionts and Wallenius, 1976; Jacquet-Lagrèze et al., 1987).

Πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός

Ο πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός αποτελεί μια γενίκευση του κλασικού γραμμικού προγραμματισμού που χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη πολλαπλών υπό μεγιστοποίηση ή ελαχιστοποίηση αντικειμενικών συναρτήσεων.

Σε αυτό το ιδιαίτερο πολυκριτήριο πρόβλημα το σύνολο των εναλλακτικών επιλογών A ορίζεται από ένα σύνολο γραμμικών περιορισμών στο R^p χώρο, ενώ τα κριτήρια είναι γραμμικές συναρτήσεις οριζόμενες στο ίδιο διάστημα R^p .

Το γενικό πρόβλημα διαμορφώνεται ως εξής (Roy and Vincke, 1981):

$$[\max] g_j = c_{j1}x_1 + c_{j2}x_2 + \dots + c_{jp}x_p \text{ με } j = 1, 2, \dots, n$$

Υπό τους περιορισμούς:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{ip}x_p = b_i \text{ με } i = 1, 2, \dots, m$$

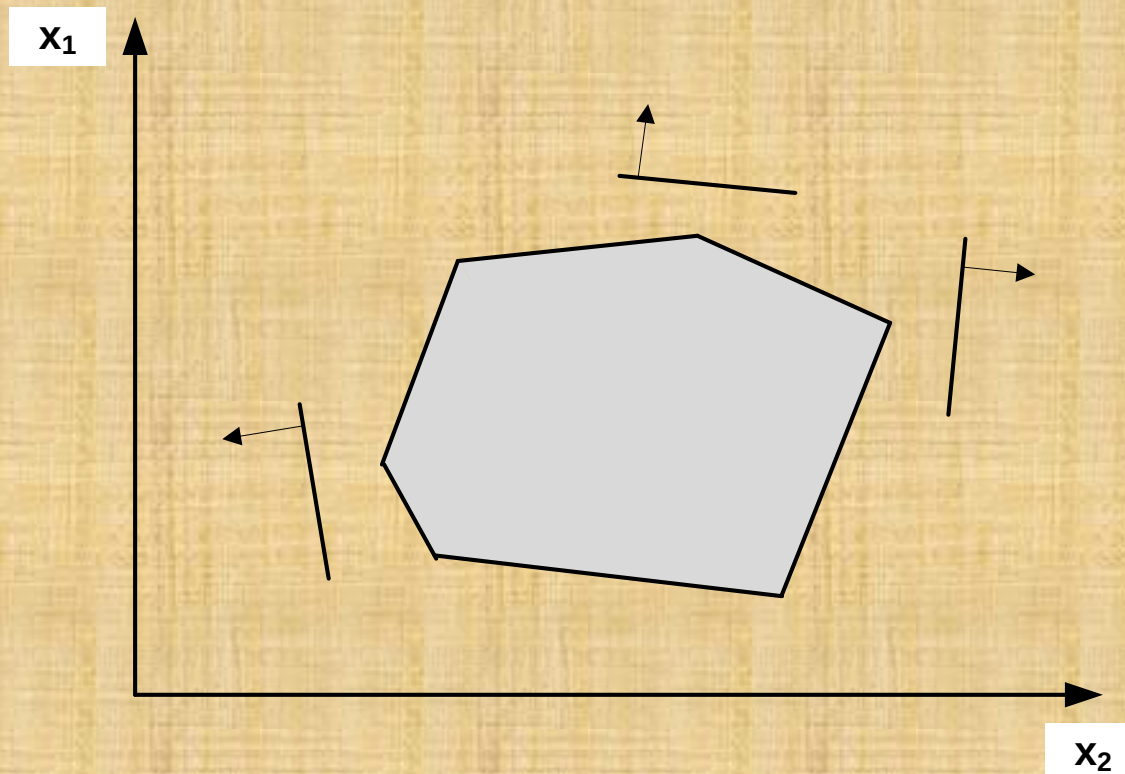
ή με τη μορφή:

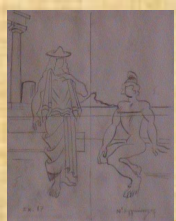
$$\begin{cases} (A)(X) = B \\ \max(C)(X) \end{cases}$$

Όπου: (A) , (X) , (B) και (C) είναι αντιστοίχως διαστάσεων $m \times p$, $p \times 1$, $m \times 1$ και $n \times p$.

Πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός

Αν παραστήσουμε γεωμετρικά το σύνολο A , αυτό είναι ένα σύνθετο πολύεδρο στο χώρο R^p και κάθε κριτήριο φθάνει στο μέγιστό του σε μια κορυφή, πιθανόν μια ακμή ή μια επιφάνεια του πολυέδρου:





ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Πολυκριτήριος ή πολυστοχικός μαθηματικός προγραμματισμός

Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι τα κριτήρια g_i ($i = 1, 2, \dots, n$), έχουν ανταγωνιστικό ρόλο μεταξύ τους, γεγονός που καθιστά αδύνατη την εύρεση λύσης που να βελτιστοποιεί όλα τα κριτήρια.

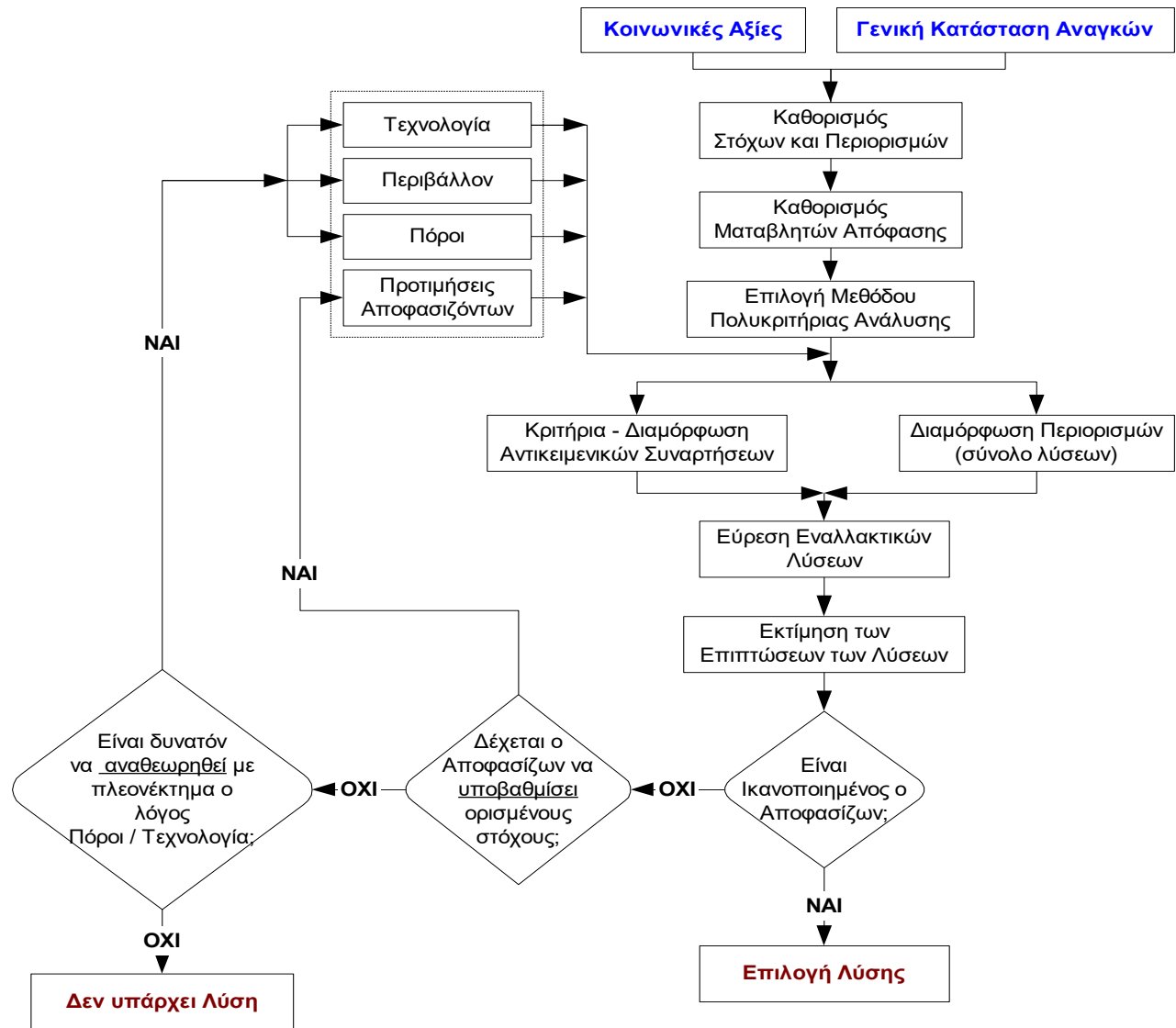
Έτσι, ο στόχος μας είναι να βρεθεί μια 'ικανοποιητική' λύση.

Ο πολυκριτήριος μαθηματικός προγραμματισμός εκφράζει την επιθυμία του αποφασίζοντα να καταστήσει πιο ρεαλιστικό το μοντέλο του, παίρνοντας υπόψη του περισσότερα από ένα κριτήρια.

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Πολυκριτήριος ή
πολυστοχικός
μαθηματικός
προγραμματισμός
Μεθοδολογία
μοντελοποίησης
πολυκριτηρίου
γραμμικού
προγραμματισμού

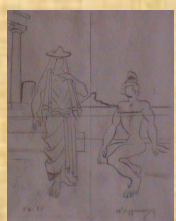


Θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory)

Η θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory - MAUT) έχει τις ρίζες της στις αρχές των Adams and Fagot (1959), Yntena and Torgerson (1961), Miller and Starr (1969) κ.α., που αναπτύχθηκαν στη δεκαετία το '60, και βασίζεται στην υπόθεση ότι σε κάθε πρόβλημα απόφασης υπάρχει μια πραγματική συνάρτηση εκτίμησης U ορισμένη στο A την οποία ο αποφασίζων επιθυμεί να μεγιστοποιήσει. Η συνάρτηση αυτή συνθέτει τα κριτήρια $g_1, g_2, \dots, g_n$.

Η θεωρία της πολυκριτήριας χρησιμότητας θεμελιώνεται πάνω σε δύο βασικές παραδοχές:

- ✗ Της αποδοχής ότι όλες οι εναλλακτικές επιλογές (ενέργειες, δράσεις, ...) είναι δυνατόν να συγκριθούν μεταξύ τους και δεν υπάρχει η περίπτωση δύο από αυτές να μη μπορούν να συγκριθούν.
- ✗ Της μεταβατικότητας των προτιμήσεων μεταξύ των εναλλακτικών επιλογών (ενεργειών, δράσεων, ...).



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

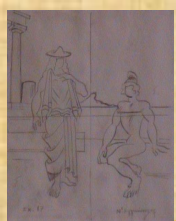
4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory)

Στα πλαίσια αυτής της θεωρίας τρία προβλήματα μελετώνται:

- ✖ Ποιες πρέπει να είναι οι ιδιότητες των προτιμήσεων του αποφασίζοντα έτσι ώστε η U να είναι μια σαφής συνάρτηση των $g_1, g_2, \dots, g_n$ όπως για παράδειγμα: $U = \sum_{i=1}^n g_i$;
- ✖ Πως θα την ελέγξουμε για αυτές τις ιδιότητες;
- ✖ Πως θα κατασκευάσουμε τη συνάρτηση U ;

Μια άλλη θεμελιώδης έννοια στη πολυκριτήρια θεωρία χρησιμότητας είναι αυτή των **παραχωρήσεων (tradeoff)**. Έστω ότι υπάρχει μια συνάρτηση U η οποία μας επιτρέπει να συνθέσουμε τα κριτήρια $g_1, g_2, \dots, g_n$, όπως επίσης πρέπει να υπάρχουν οι συναρτήσεις w_{ij} που θα μετράνε την ποσότητα που ο αποφασίζων επιθυμεί να παραχωρήσει στο j^{th} κριτήριο για να αποκτήσει μια μονάδα ενός κριτηρίου i^{th} . Αυτή η w_{ij} αφορά την παραχώρηση (tradeoff) μεταξύ του κριτηρίου i^{th} και του j^{th} .



Θεωρία πολυκριτήριας χρησιμότητας (Multiattribute Utility Theory)

Η απόφαση σύμφωνα με μια τεθείσα προβληματική, λαμβάνεται με τον υπολογισμό μιας πραγματικής συνάρτησης αξιών ή της χρησιμότητας των εναλλακτικών αποφάσεων A τέτοιων ώστε:

$$\forall a_i, a_j \in A,$$

$$U(a_i) > U(a_j) \Leftrightarrow a_i > a_j$$

$$U(a_i) = U(a_j) \Leftrightarrow a_i \sim a_j$$

Η γενική συνάρτηση υπολογισμού της ολικής χρησιμότητας έχει τη μορφή:

$$U(a) = V[g_1(a), g_2(a), \dots, g_m(a)], a \in A$$

και υπολογίζεται με βάση διάφορες τεχνικές (Σίσκος, 2008), δύο εκ των οποίων δίνονται στην συνέχεια:

Τεχνική του σταθερού σημείου

Η υπό εκτίμηση συνάρτηση είναι: $U(a_j) = \sum_{j=1}^m u_j(g_j(a_j))$

Τα βήματα του αλγορίθμου είναι:

1ο • Ορίζονται: $U(g_{1*}, g_{2*}, \dots, g_{m*}) = u_1(g_{1*}) = u_2(g_{2*}) = \dots = u_n(g_{m*}) = 0$

2ο • Γίνεται αυθαίρετη επιλογή ενός κριτηρίου g_{11} και θεωρούμε ότι για το πρώτο κριτήριο ισχύει: $u_1(g_{11}) = 1$

3ο • Ζητείται από τον αποφασίζοντα να καθορίσει τιμές στα άλλα $m-1$ κριτήρια $g_{21}, g_{31}, \dots, g_{m1}$, έτσι ώστε: $u_2(g_{21}) = u_3(g_{31}) = \dots = u_m(g_{m1}) = 1$

4ο • Ζητείται από τον αποφασίζοντα να καθορίσει τιμές στα m κριτήρια $g_{12}, g_{22}, g_{32}, \dots, g_{m2}$ έτσι ώστε: $u_1(g_{12}) = u_2(g_{22}) = \dots = u_k(g_{m2}) = 2, k=1, 2, \dots, m$

5ο • Με βάση τα σημεία $g_{jk}, u_j(g_{jk}), k = 1, 2, \dots, m$, κατασκευάζονται με γραφική προσέγγιση οι συναρτήσεις $u_i(g_j)$.

Τεχνική του σημείου μέσης αξίας (Midvalue Split Technique)

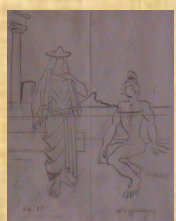
Με την τεχνική αυτή (Keeney and Raifa, 1976), υπολογίζεται η συνάρτηση χρησιμότητας της μορφής:

$$U(a_i) = \sum_{j=1}^m p_j u_j \left(g_j(a_i) \right), \text{ με } i = 1, 2, \dots, n \text{ και } j = 1, 2, \dots, m$$

Όπου: $u(g_{j*}) = 0$, $u(g_j^*) = 1$, $p_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^m p_j = 1$, $a \in A$ και $g_j(a)$ αύξουσες συναρτήσεις για κάθε εναλλακτική ενέργεια.

Ο αλγόριθμος υπολογισμού είναι:

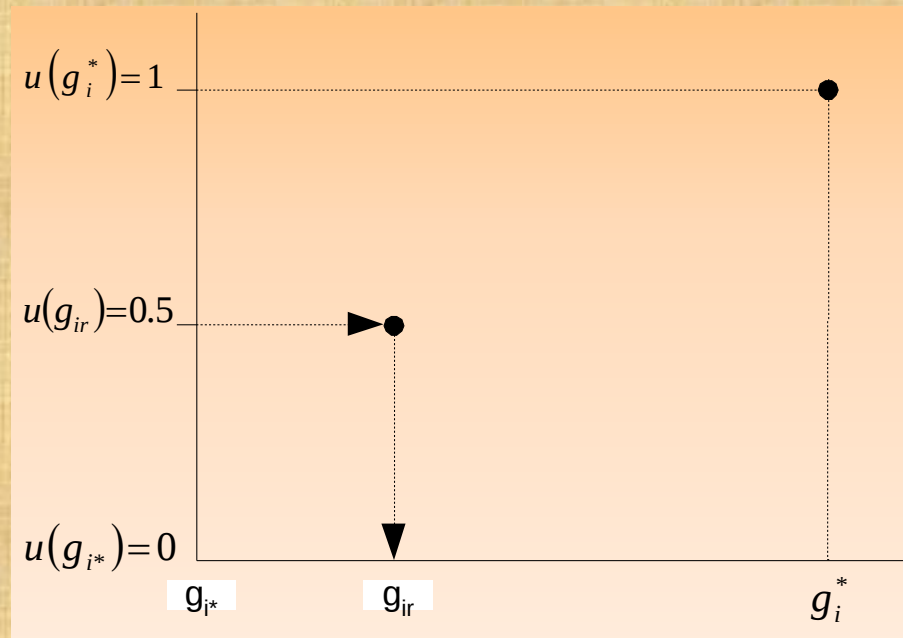
- ✖ **1ο βήμα:** Ο αποφασίζων εκτιμά τις συναρτήσεις αξιών των κριτηρίων απαντώντας στο ερώτημα να προσδιορίσει ένα σημείο g_{jr} στο διάστημα $[g_{j*}, g_j^*]$, για το οποίο είναι διατεθειμένος να παραχωρήσει την ίδια ποσότητα αξίας στα δύο δημιουργούμενα διαστήματα. Στο σημείο αυτό αποδίδεται η μερική αξία $u(g_{jr}) = 0.5$ (επόμενο σχήμα).



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

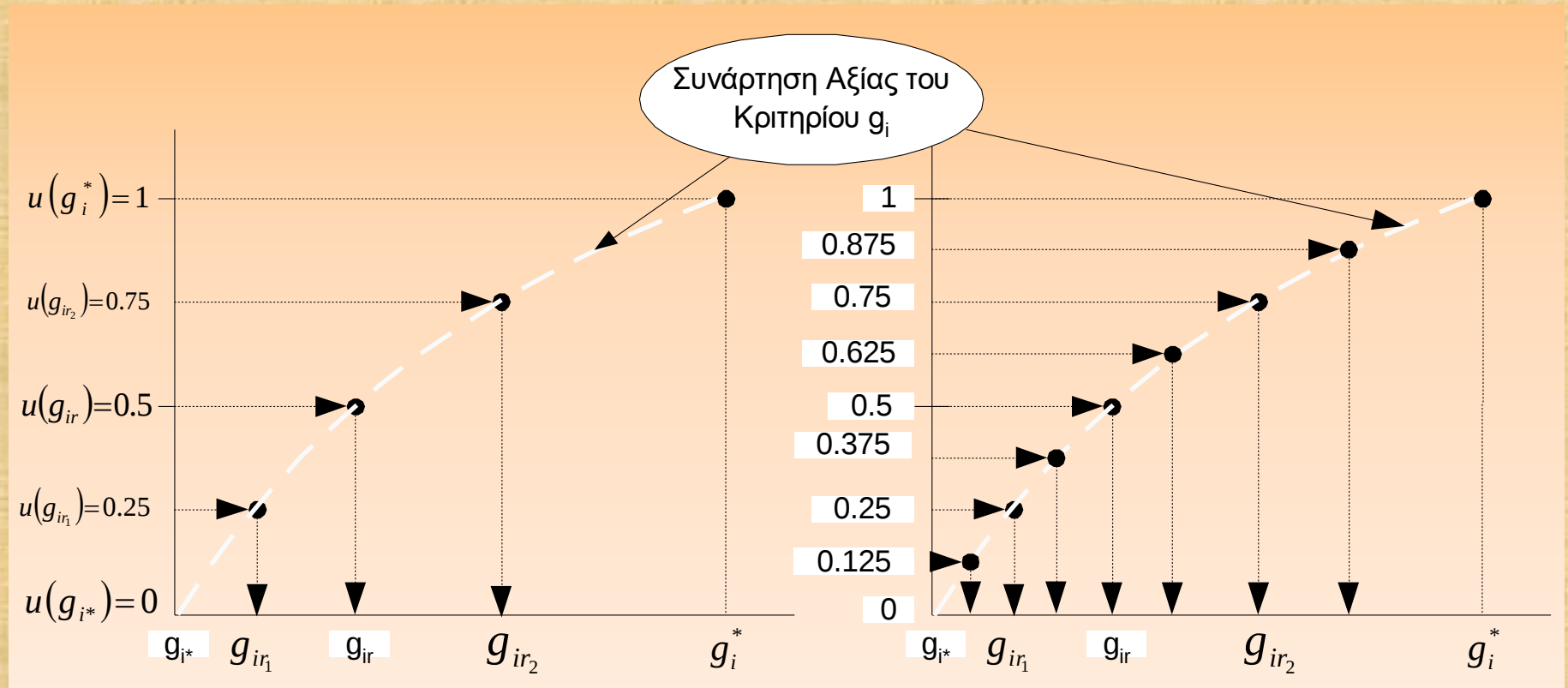
4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

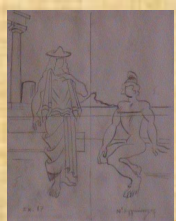
Τεχνική του σημείου μέσης αξίας (Midvalue Split Technique)



Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται με τα δύο νέα υποδιαστήματα για να ευρεθούν τα σημεία g_{jk} και g_{jl} στα οποία αποδίδονται οι μερικές αξίες: $u(g_{jk}) = 0.25$ και $u(g_{jl}) = 0.75$, και ούτε καθεξής μέχρι να έχουμε αρκετά σημεία για να σχεδιάσουμε τη συνάρτηση αξίας του κριτηρίου (επόμενο σχήμα).

Τεχνική του σημείου μέσης αξίας (Midvalue Split Technique)





Τεχνική του σημείου μέσης αξίας (Midvalue Split Technique)

- ✖ 2ο βήμα: Υπολογίζονται τα βάρη των κριτηρίων p_j , με την ακόλουθη διαδικασία: Στον αποφασίζοντα δίνονται m διανύσματα $\underline{b}_j = (g_1(b_j), g_2(b_j), \dots, g_m(b_j))$ και του ζητείται αρχικά να τα διατάξει και ακολούθως να τα συγκρίνει ανά δύο μετατρέποντάς τα έτσι ώστε να είναι ισοδύναμης προτίμησης για αυτόν. Από αυτά δημιουργείται το ακόλουθο σύστημα εξισώσεων το οποίο επιλύοντάς το υπολογίζονται τα βάρη των κριτηρίων:

$$\sum_{j=1}^m p_j u_j (g_j(b_j)) = \sum_{j=1}^m p_j u_j (g_j(b_i)) .$$

Η θεωρία των σχέσεων υπεροχής (outranking relations)

Σκοπός και βασικό πεδίο έρευνας όλων των μεθόδων που βασίζονται στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής είναι η ακριβής μαθηματική μοντελοποίηση των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Η μοντελοποίηση των προτιμήσεων επιτυγχάνεται μέσω της συνεργασίας του αναλυτή των αποφάσεων, με τον ίδιο τον αποφασίζοντα, με σκοπό τον καθορισμό μιας σειράς παραμέτρων όπως τα βάρη των κριτηρίων, τα όρια προτίμησης και αδιαφορίας, κλπ.

Ο καθορισμός των παραμέτρων αυτών οδηγεί στην ανάπτυξη ενός μοντέλου απόφασης με στόχο την υλοποίηση μιας προβληματικής (επιλογή μιας εναλλακτικής ενέργειας, κατάταξη των εναλλακτικών από τις καλύτερες προς τις χειρότερες, ταξινόμησή τους σε προκαθορισμένες ομοιογενείς ομάδες).

Σε αντίθεση με άλλα θεωρητικά ρεύματα και μεθόδους της πολυκριτήριας ανάλυσης, το μοντέλο απόφασης που αναπτύσσεται δεν έχει τη μορφή μιας μαθηματικής συνάρτησης βάσει της οποίας υπολογίζεται ένα σκορ ή η χρησιμότητα των εναλλακτικών ενεργειών. Αντίθετα το μοντέλο που αναπτύσσεται μέσω των μεθόδων που βασίζονται στη θεωρία των σχέσεων υπεροχής αναπαριστά με έναν απλό και κατανοητό τρόπο τις σχέσεις προτίμησης, αδιαφορίας και ασυγκρισσιμότητας που υπάρχουν μεταξύ των εξεταζόμενων εναλλακτικών ενεργειών.

Σχέσεις υπεροχής

Τα πλεονεκτήματα των σχέσεων υπεροχής, σε σχέση με τις μεθόδους που βασίζονται στα άλλα θεωρητικά ρεύματα της πολυκριτήριας ανάλυσης, είναι:

- ✗ Παρέχουν τη δυνατότητα μοντελοποίησης της σχέσης ασυγκρισιμότητας (incomparability) μεταξύ των εναλλακτικών επιλογών.
- ✗ Λαμβάνουν υπόψη την μη μεταβατικότητα (non-transitivity) των προτιμήσεων του αποφασίζοντα. Ας αναρωτηθούμε ποιός θα μπορούσε να εκφράσει προτίμηση μεταξύ ενός ποτηριού καφέ με x γραμμάρια ζάχαρης και ενός άλλου με $x+0.1$ γραμμάρια ζάχαρης, ανεξαρτήτως της τιμής του x . Προφανώς κανείς, οπότε θα υπήρχε μια αδιαφορία μεταξύ ενός ποτηριού καφέ χωρίς ζάχαρη και ενός ποτηριού καφέ με 0.1 γραμμάρια ζάχαρης. Το ίδιο θα συνέβαινε και μεταξύ ενός ποτηριού καφέ με 0.1 γραμμάρια ζάχαρης και ενός ποτηριού καφέ με 0.2 γραμμάρια ζάχαρης. Αν το συνεχίσουμε αυτό και θεωρήσουμε ότι αυτή η σχέση αδιαφορίας είναι μεταβατική τότε θα ίσχυε ότι υπάρχει αδιαφορία μεταξύ ενός ποτηριού καφέ χωρίς ζάχαρη και ενός ποτηριού καφέ γεμάτο με ζάχαρη, κάτι που όμως είναι προφανώς άτοπο (Luce, 1956). Η θεωρία των σχέσεων υπεροχής παρέχει τα κατάλληλα μέσα για την μοντελοποίηση τέτοιων καταστάσεων και την ενσωμάτωσή τους στο μοντέλο απόφασης που αναπτύσσεται.

Σχέσεις Υπεροχής

Οι μέθοδοι αυτές βασίζονται στη δυαδική σχέση των προτιμήσεων μέσα από τις ανά ζεύγη συγκρίσεις των εναλλακτικών επιλογών.

Η μεθοδολογία αυτή υλοποιείται σε τρία στάδια:

1^ο Στάδιο

- Μορφοποίηση του προβλήματος και προσδιορισμός των προτιμήσεων του αποφασίζοντα

2^ο Στάδιο

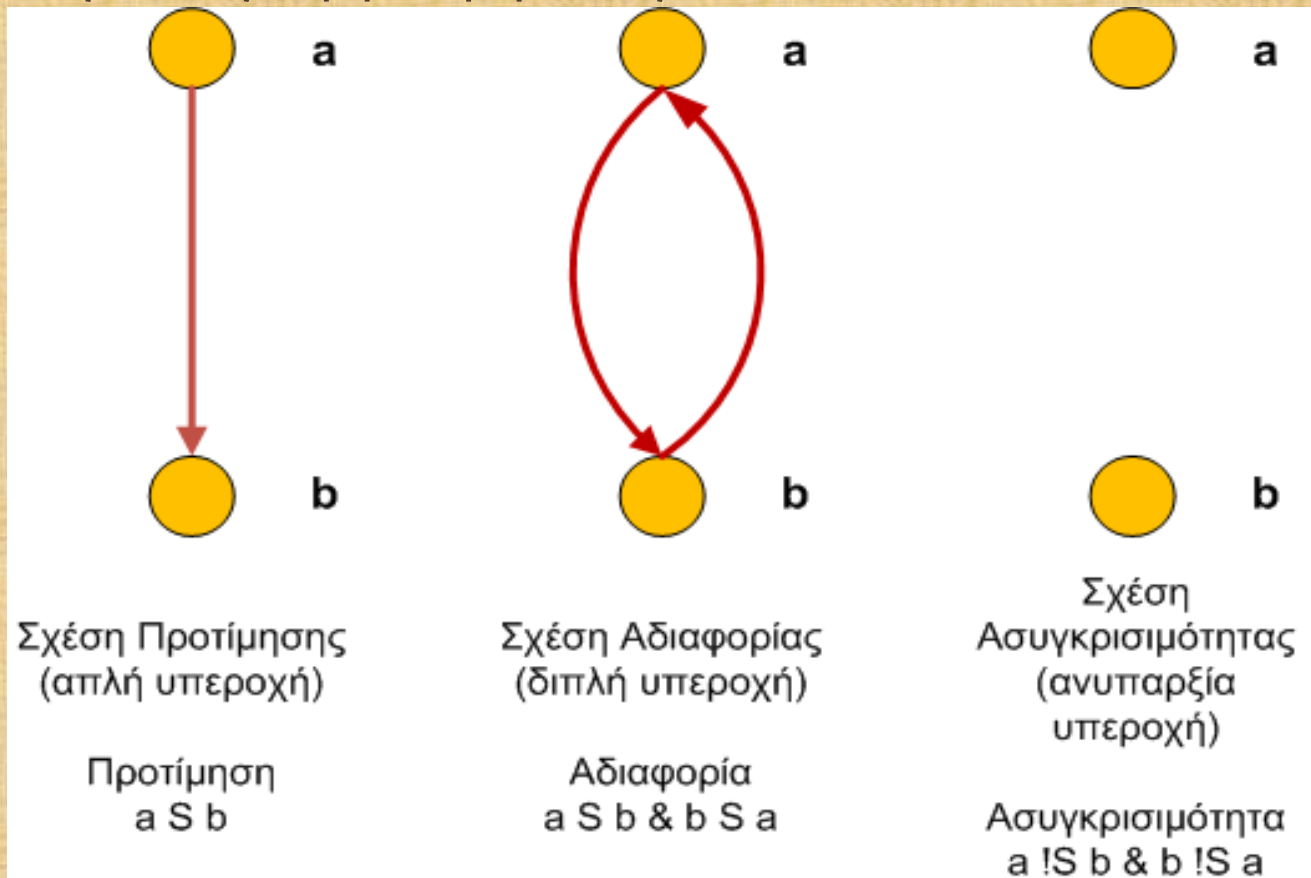
- Κατασκευή των σχέσεων υπεροχής μεταξύ των εναλλακτικών

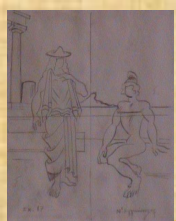
3^ο Στάδιο

- Διερεύνηση των σχέσεων υπεροχής

Σχέσεις Υπεροχής

Οι μέθοδοι αυτές βασίζονται στη δυαδική σχέση των προτιμήσεων μέσα από τις ανά ζεύγη συγκρίσεις των εναλλακτικών επιλογών





Σχέσεις υπεροχής

Η μεθοδολογία αυτή έχει σαν κύριους εκφραστές την οικογένεια των μεθόδων ELECTRE (Figueira et al., 2005):

- ✗ ELECTRE I (Roy, 1968)
- ✗ ELECTRE II (Roy and Bertier, 1971; 1973)
- ✗ ELECTRE III (Roy, 1978; Roy, 1985; Skalka et al., 1992)
- ✗ ELECTRE IV (Roy and Hugonnard, 1982; Roy, 1985; Skalka et al., 1992)
- ✗ ELECTRE Is (Roy and Skalka, 1985)
- ✗ ELECTRE TRI (Yu, 1992; Mousseau and Slowinski, 1998)

Στις σχέσεις υπεροχής ανήκει και η οικογένεια PROMETHEE (Preference Ranking Organization METHod for Enrichment Evaluations) των Brans and Vincke (1985), και Brans et al. (1986).

Μέθοδοι ανάλυσης παλινδρόμησης (Ordinal Regression)

Με την ανάλυση αυτή γίνεται χρήση μοντέλων ανάλυσης παλινδρόμησης στην προσπάθεια προσέγγισης της συλλογιστικής των αποφασιζόντων μέσα από μια διαδικασία ανάλυσης – σύνθεσης (aggregation – disaggregation approach).

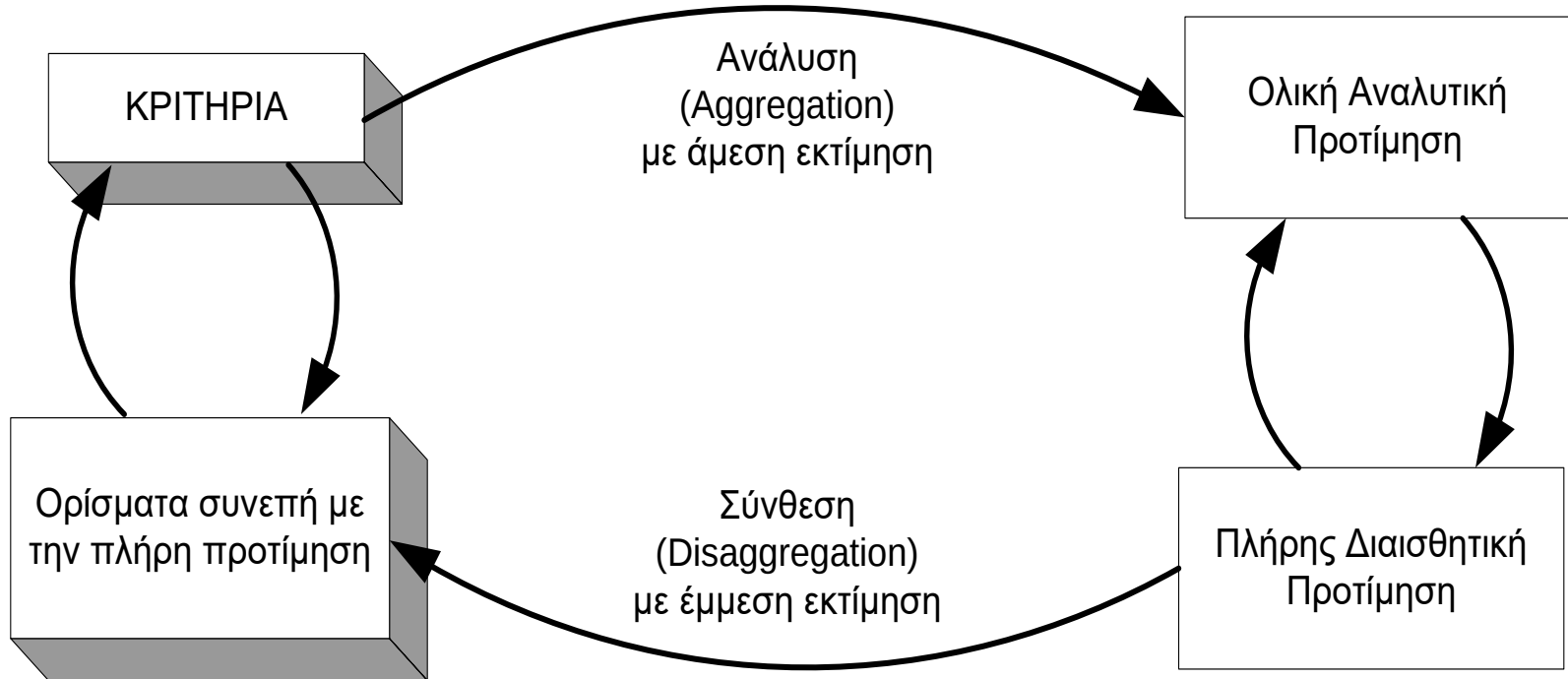
Σε αντίθεση με την λογική που διέπει τα περισσότερα μοντέλα πολυκριτήριας ανάλυσης, ότι η απόφαση καθορίζεται μέσα από τη σύνθεση των κριτηρίων, εδώ γίνεται δεκτή η λογική που πηγάζει από την κυβερνητική και σύμφωνα με την οποία η απόφαση και τα κριτήρια επιδέχονται προοδευτική επεξεργασία αλληλοδομούμενα μέσα στο χρόνο (επόμενο σχήμα).

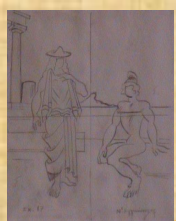
Αυτή η νέα προσέγγιση βοηθά στη σύλληψη μιας νέας συλλογιστικής με επαναληπτικό χαρακτήρα, η οποία έχει ως εξής:

- ✖ Μέσα από τη σύνθεση των κριτηρίων και με βάση την επιλεγείσα προβληματική λαμβάνεται μια απόφαση.
- ✖ Η απόφαση αυτή εφαρμόζεται.
- ✖ Τα αποτελέσματα της εφαρμογής παρατηρούνται και αναλύονται.
- ✖ Τα συμπεράσματα από την ανάλυση οδηγούν στην επανεκτίμηση των κριτηρίων και στην εκ νέου σύνθεσή τους.

Στην ουσία είναι το γνωστό πρόβλημα συσχέτισης ενός μοντέλου απόφασης και μιας πραγματικής απόφασης.

Μέθοδοι ανάλυσης παλινδρόμησης (Ordinal Regression)





Μέθοδοι ανάλυσης παλινδρόμησης (Ordinal Regression)

Η διαδικασία έχει ως εξής:

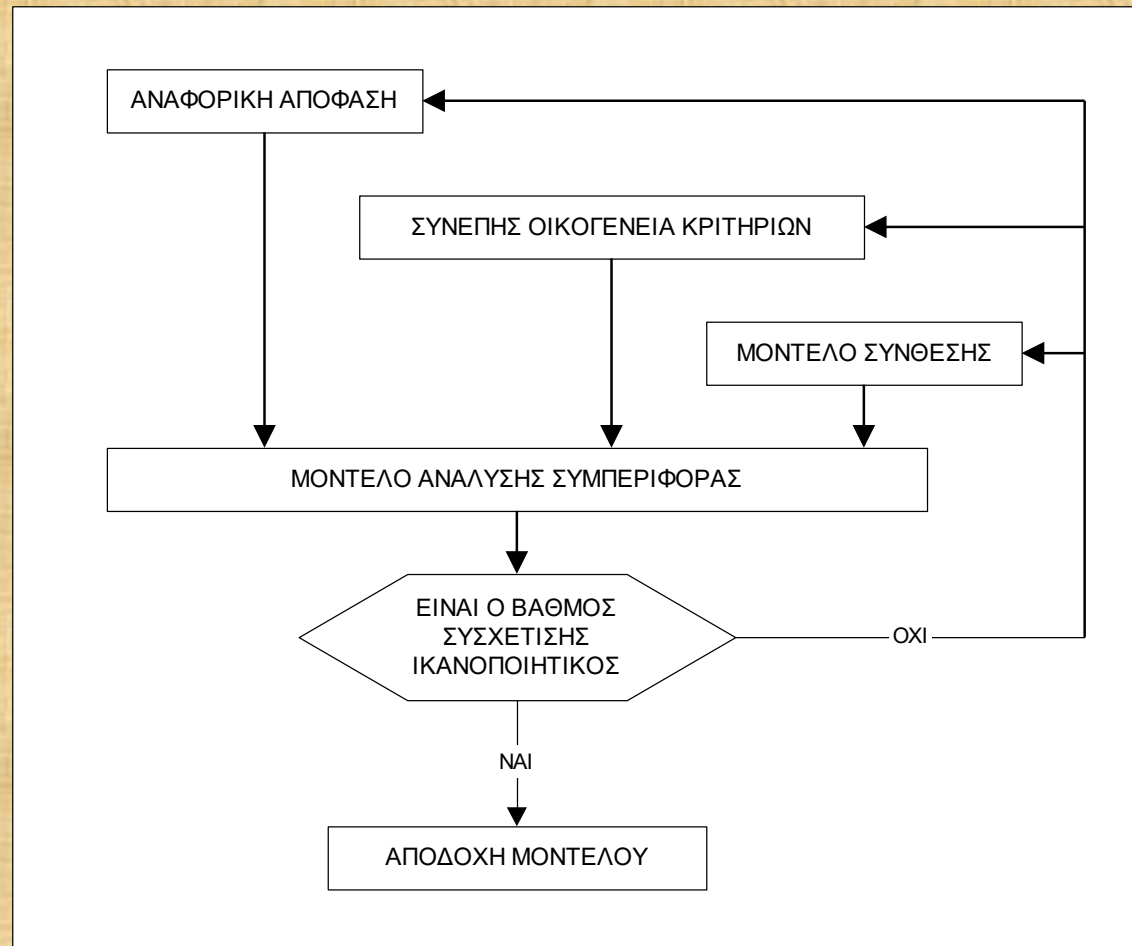
- ✗ Μέσα από τη σύνθεση των κριτηρίων και με βάση την επιλεγείσα προβληματική λαμβάνεται μια απόφαση.
- ✗ Η απόφαση αυτή εφαρμόζεται.
- ✗ Τα αποτελέσματα της εφαρμογής παρατηρούνται και αναλύονται.
- ✗ Τα συμπεράσματα από την ανάλυση οδηγούν στην επανεκτίμηση των κριτηρίων και στην εκ νέου σύνθεσή τους.

Το ερώτημα που τίθεται είναι: όταν είναι γνωστό ένα μοντέλο σύνθεσης, ποιες εκτιμήσεις των παραμέτρων του μοντέλου θα επέτρεπαν τη βέλτιστη ανασύσταση ή ερμηνεία των δεδομένων των αποφάσεων;

Στην ουσία είναι το γνωστό πρόβλημα συσχέτισης ενός μοντέλου απόφασης και μιας πραγματικής απόφασης. Αυτή η λογική της προσπάθειας αποδοχής ενός μοντέλου πολυκριτήριας ανάλυσης μέσα από την επαναληπτική αλληλεπίδραση μοντέλου και πραγματικότητας δίνεται παραστατικά στο επόμενο σχήμα.

Μέθοδοι ανάλυσης παλινδρόμησης (Ordinal Regression)

Η λογική της αποδοχής ενός μοντέλου πολυκριτήριας ανάλυσης δίνεται στο επόμενο σχήμα.





ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

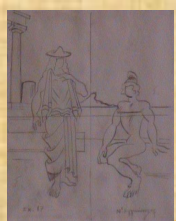
Σε περίπτωση μη ικανοποίησης του αποφασίζοντα όσον αφορά το βαθμό συσχέτισης μπορεί να θέσει ερωτήματα και να επανεκτιμήσει:

- ✖ Τη συνέπεια της οικογένειας κριτηρίων (έλλειψη βασικών κριτηρίων, επιλογή καλύτερων δεικτών μέτρησής των, ...)
- ✖ Τον τρόπο λήψης της απόφασης (μη ορθολογικός;)
- ✖ Το μοντέλο σύνθεσης των κριτηρίων (υπερβολικός βαθμός απλούστευσης;)

Όταν ο βαθμός συσχέτισης κριθεί ικανοποιητικός τότε το μοντέλο πολυκριτήριας ανάλυσης γίνεται αποδεκτό και επεκτείνεται στο σύνολο των υπό εκτίμηση εναλλακτικών επιλογών (ενεργειών – πράξεων).

Το πρόβλημα στη γενική του μορφή μπορεί να τεθεί ως εξής: Γνωστού όντως ενός μοντέλου σύνθεσης, ποιες εκτιμήσεις των παραμέτρων του μοντέλου θα επέτρεπαν μια βέλτιστη ανασύσταση ή ερμηνεία υφιστάμενων αποφάσεων.

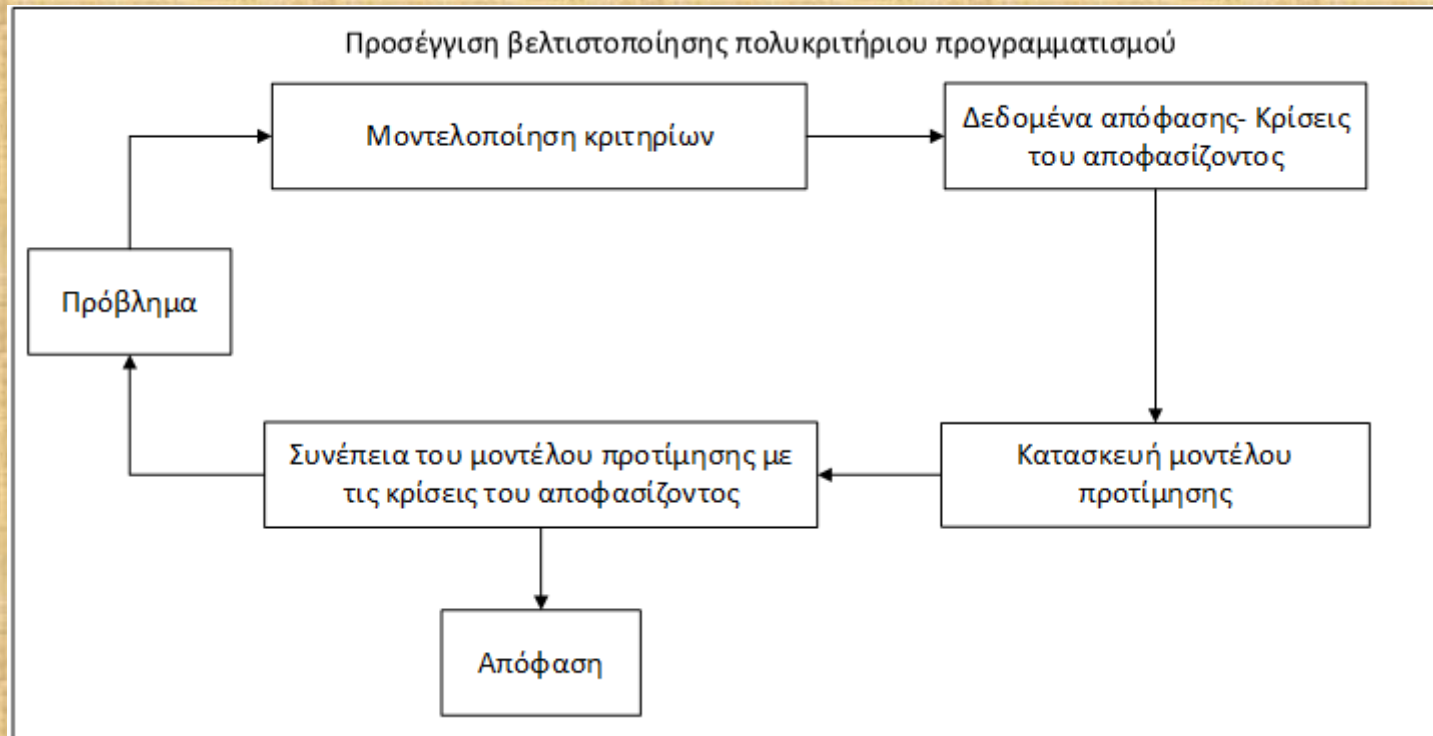
Με δεδομένο ότι το αποτέλεσμα μιας απόφασης μπορεί, είτε να παρατηρηθεί (αποφάσεις με επαναληπτικό χαρακτήρα, συμπεριφορά αγοράς καταναλωτών, κ.α.) είτε να συλλεχθεί με διαλογικό τρόπο (δημοσκοπήση, συνεντεύξεις, κ.α.), μπορούμε να εκτιμήσουμε τις παραμέτρους του μοντέλου έτσι ώστε να είναι δυνατή η ερμηνεία και ανασύσταση των αποφάσεων.



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

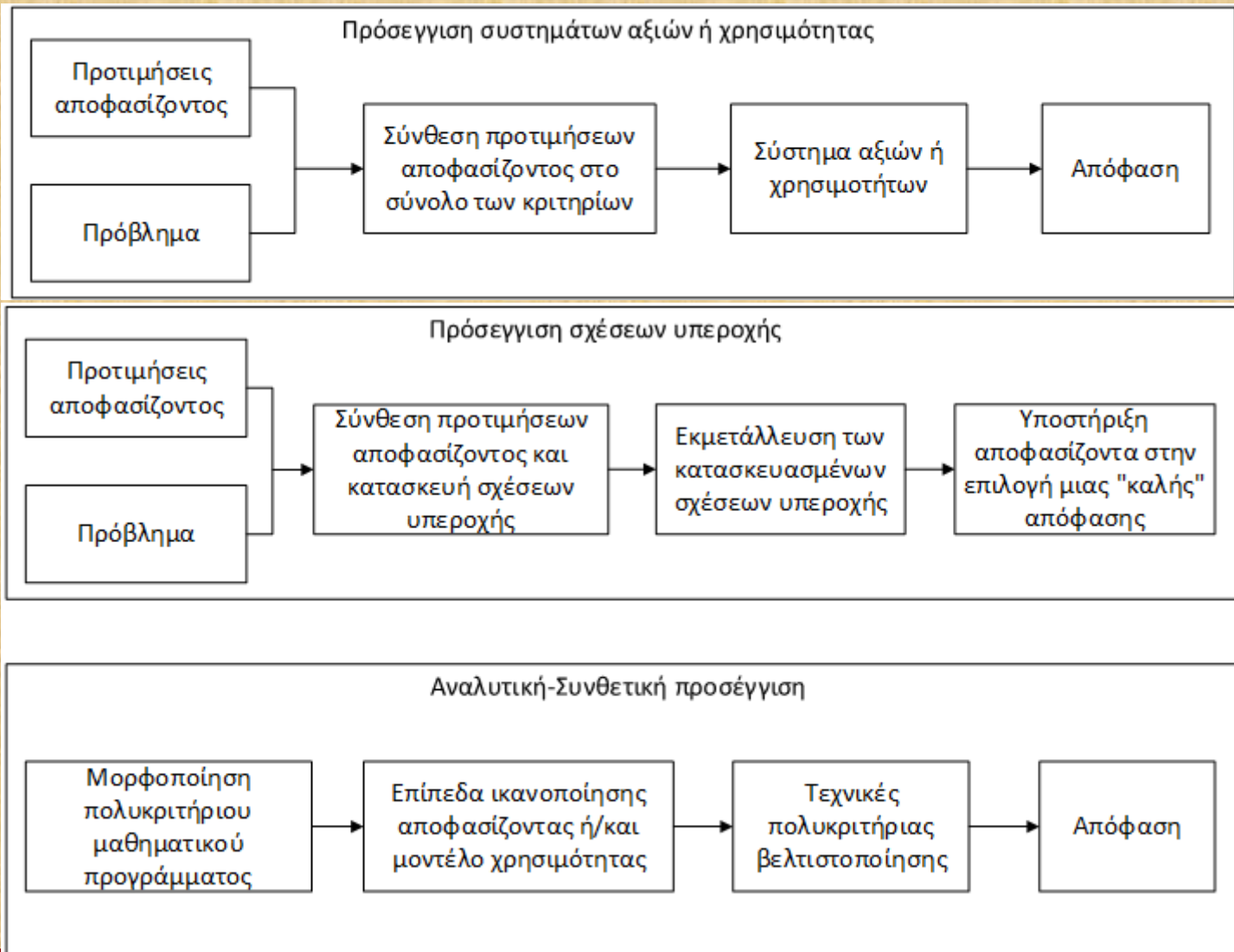
Προσεγγίσεις πολυκριτήριας ανάλυσης

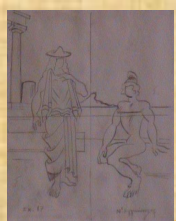


ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Προσεγγίσεις πολυκριτήριας ανάλυσης





Πολυκριτήριες Μεθοδολογίες Ανάλυσης Αποφάσεων

Μέθοδος του Ολικού Κριτηρίου (global criterion method)

Η μέθοδος του ολικού κριτηρίου χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη μιας συνάρτησης χρησιμότητας ή αξιών (utility or value function) της οποίας ο ρόλος είναι να συνθέσει τα πολλαπλά κριτήρια $g_1, g_2, \dots, g_n$ σε ένα και μοναδικό.

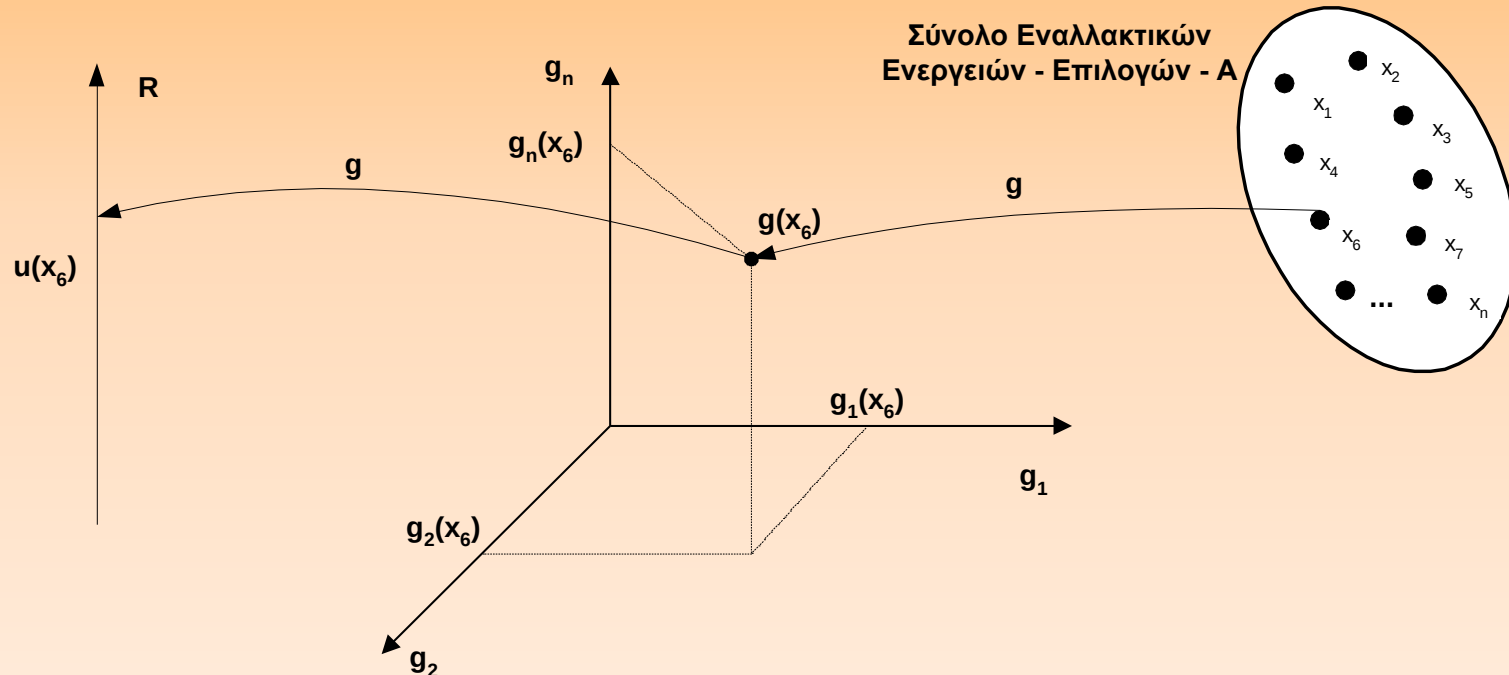
Η συνάρτηση χρησιμότητας είναι πραγματική συνάρτηση $u: A \rightarrow R$, όπου $u(a)$ είναι πραγματικός αριθμός και εκφράζει τη χρησιμότητα της εναλλακτικής επιλογής $a \in A$, και πληροί τις ακόλουθες ιδιότητες για κάθε ζεύγος (a, b) εναλλακτικών επιλογών:

- ✗ $u[g(a)] > u[g(b)] \Leftrightarrow$ η a προτιμάται της b
- ✗ $u[g(a)] = u[g(b)] \Leftrightarrow$ η a είναι ισοδύναμη της b

Όπου: $u[g(a)]$ ορίζεται σαν η ολική χρησιμότητα της εναλλακτικής επιλογής (ενέργειας, δράσης, ..) a .

Μέθοδος του Ολικού Κριτηρίου

Η συνάρτηση u , έχει τις ιδιότητες του κριτηρίου. Ορίζει μια πλήρη κατάταξη των εναλλακτικών ενεργειών του συνόλου A κατά μήκος μιας πραγματικής ευθείας. Έτσι, όσο μεγαλύτερη είναι η ολική χρησιμότητα μιας εναλλακτικής επιλογής τόσο περισσότερο προτιμητέα είναι αυτή από τον αποφασίζοντα (σχήμα).



Η μέθοδος του σταθμισμένου μέσου (weighted sum method)

Πρόκειται για τη δημοφιλέστερη αλλά και την πλέον ‘ακατάλληλη’ μέθοδο σύνθεσης πολλαπλών κριτηρίων. Η χρησιμότητα μιας δραστηριότητας υπολογίζεται από τον τύπο:

$$u(a) = \sum_{i=1}^n p_i g_i(a) = p_1 g_1(a) + p_2 g_2(a) + \dots + p_n g_n(a)$$

όπου: $p_1, p_2, \dots, p_n$ είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί που εκφράζουν τα βάρη των n αντίστοιχων κριτηρίων.

Στην μέθοδο αυτή, οι συντελεστές βάρους p_i με $i = 1, 2, \dots, n$, έχουν συγκεκριμένη φυσική σημασία υποδηλώνοντας βαθμούς παραχωρήσεων (trade offs) μεταξύ κριτηρίων.

Η μέθοδος του σταθμισμένου μέσου (weighted sum method)

Ας θεωρήσουμε δύο τεχνητές εναλλακτικές ενέργειες a και b , των οποίων οι τιμές των κριτηρίων είναι παντού ίσες με εξαίρεση τα κριτήρια g_1 και g_k .

✖ $a: g_1, g_2, g_k, g_n$

✖ $b: g_1-x, g_2, g_k+1, \dots, g_n$, όπου: $x > 0$ ή

✖ $b: g_1+x, g_2, g_k-1, \dots, g_n$, όπου: $x > 0$.

Εάν υποθέσουμε ότι ο αποφασίζων θεωρεί τις δύο εναλλακτικές ενέργειες-επιλογές a και b ισοδύναμες ($u(a) = u(b)$), τότε η τιμή του x , θα εκφράζει σε μονάδες του κριτηρίου g_1 την αξία της μονάδας του κριτηρίου g_k . Δηλαδή, η παραχώρηση μιας μονάδας από το κριτήριο g_k αποζημιώνεται ακριβώς από x μονάδες του κριτηρίου g_1 (κριτήριο αναφοράς) και αντίστροφα.

Η μέθοδος του σταθμισμένου μέσου (weighted sum method)

Η σχέση ισοδυναμίας των εναλλακτικών a και b γράφεται:

$$u[g(a)] = u[g(b)] \Leftrightarrow$$

$$p_1g_1 + p_2g_2 + \dots + p_kg_k + \dots + p_ng_n =$$

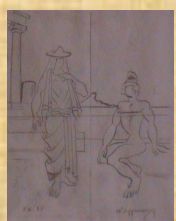
$$p_1(g_1-x) + p_2g_2 + \dots + p_k(g_k+1) + \dots + p_ng_n \Leftrightarrow -xp_1 + p_k = 0 \Leftrightarrow$$

από την οποία προκύπτει ότι: $x = \frac{p_k}{p_1}$

Όπως παρατηρούμε ο λόγος των βαρών εκφράζει τις μονάδες του κριτηρίου g_1 (κριτήριο αναφοράς) που ο αποφασίζων δέχεται να παραχωρήσει προκειμένου να κερδίσει μια μονάδα του κριτηρίου g_k .

Επομένως θα πρέπει να σημειώσουμε ότι το βάρος ενός κριτηρίου εκφράζει τη σχετική αξία μιας μονάδας του κριτηρίου αυτού σε ύλη μονάδων ενός άλλου κριτηρίου αναφοράς.

Θέτοντας εξ αρχής $p_1 = 1$ τότε οι συντελεστές βάρους των υπολοίπων κριτηρίων μας δίνουν τις μονάδες παραχωρήσεων στο κριτήριο αυτό προκειμένου να κερδηθεί μια μονάδα του κριτηρίου αναφοράς.

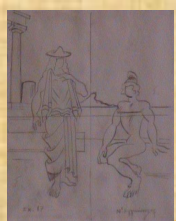


ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Η μέθοδος του σταθμισμένου μέσου (weighted sum method)

Το μοντέλο απόφασης ενός αποφασίζοντα μπορεί να θεωρηθεί σαν μια γραμμική συνάρτηση αξίας όταν οι μοναδιαίες παραχωρήσεις μεταξύ των κριτηρίων g_i και $g_k \ \forall i \neq k$ είναι ανεξάρτητες των τιμών των υπόλοιπων κριτηρίων και σταθερές.



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

Τα μειονεκτήματα της μεθόδου αυτής είναι:

- ✗ η αδυναμία χειρισμού ποιοτικών κριτηρίων,
- ✗ η μη μοντελοποίηση της σχέσης ασυγκρισιμότητας μεταξύ εναλλακτικών επιλογών, και
- ✗ η ανεξαρτησία μεταξύ των βαρών σύμφωνα με την οποία τα βάρη των κριτηρίων οφείλουν να είναι σταθερά όποιο και αν είναι το ύψος των επιπτώσεων των εναλλακτικών ενεργειών.

Οι Keeney and Raiffa (1976), παρουσίασαν μια σειρά μεθόδων ολικού κριτηρίου, υπό καθεστώς βεβαιότητας και αβεβαιότητας, οι οποίες προσπαθούν να καλύψουν τις αδυναμίες αυτές, άλλες με μικρότερη και άλλες με μεγαλύτερη επιτυχία.

Λεξικογραφική μέθοδος

Η μέθοδος αυτή χαρακτηρίζεται από αποστροφή προς τη σύνθεση των κριτηρίων.

Στη συνέχεια δίνεται αλγοριθμικά η μέθοδος αυτή:

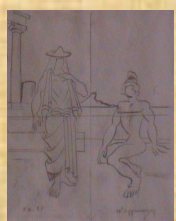
Ιεράρχηση των κριτηρίων από το σημαντικότερο προς το λιγότερο σημαντικό.

Βελτιστοποίηση του σημαντικότερου κριτηρίου.

Βελτιστοποίηση του αμέσως επόμενου σημαντικότερου κριτηρίου πάνω στο σύνολο των προηγούμενων βέλτιστων λύσεων.

Εάν η βέλτιστη λύση είναι μόνο μια, τότε τέλος, αλλιώς η διαδικασία επαναλαμβάνεται με το αμέσως επόμενο κριτήριο.

Κύριο μειονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι η υποβάθμιση της πολυκριτήριας μοντελοποίησης του προβλήματος απόφασης.



Η μέθοδος των ικανοποιητικών στόχων

Ανήκει στην κατηγορία των μεθόδων του πολυκριτήριου γραμμικού προγραμματισμού και ως εκ τούτου αποσκοπεί στην εύρεση μιας ικανοποιητικής λύσης.

Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, αρχικά ο αποφασίζων καλείται να καθορίσει τα ελάχιστα αποδεκτά επίπεδα των κριτηρίων επισημαίνοντας ταυτοχρόνως και το κριτήριο με το μικρότερο επίπεδο ικανοποίησης. Λειτουργώντας αλληλεπιδραστικά και μεταβάλλοντας τις τιμές των κριτηρίων προσπαθεί ο αποφασίζων να οδηγηθεί σε μια ικανοποιητική λύση.

Η λογική ακολουθία των βημάτων που ακολουθεί ένας αποφασίζων για να καταλήξει στην ικανοποιητική λύση είναι τα ακόλουθα:

Η μέθοδος των ικανοποιητικών στόχων

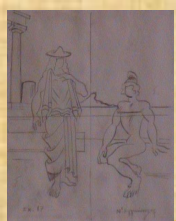
1^ο Βήμα: Ο αποφασίζων καθορίζει τις ελάχιστες αποδεκτά τιμές για όλα τα κριτήρια

2^ο Βήμα: Ο αποφασίζων καθορίζει το κριτήριο που το επίπεδό του είναι το λιγότερο ικανοποιητικό.

3^ο Βήμα: Γίνεται βελτιστοποίηση του λιγότερου ικανοποιητικού κριτηρίου υπό τους αρχικούς περιορισμούς καθώς και αυτούς που προκύπτουν από τα κατώτερα όρια των υπολοίπων κριτηρίων.

4^ο Βήμα: Καλείται ο αποφασίζων να απαντήσει αν θεωρεί ότι η τιμή του κριτηρίου αυτού είναι ικανοποιητική.

5^ο Βήμα: Στο σημείο αυτό ο αποφασίζων καθορίζει το ποσό κατά το οποίο πρέπει να υποβαθμισθεί το κριτήριο.



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ

4ο Κεφάλαιο - Πολυκριτήρια Ανάλυση Αποφάσεων

ΕΥΧΑΡΙΣΤΩ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΡΟΣΟΧΗ ΣΑΣ

... ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ;