

Ρευστομηχανική

5^η Διάλεξη

Επαναληπτικές ασκήσεις στη Στατική Ρευστών

Γεώργιος Αραμπατζής

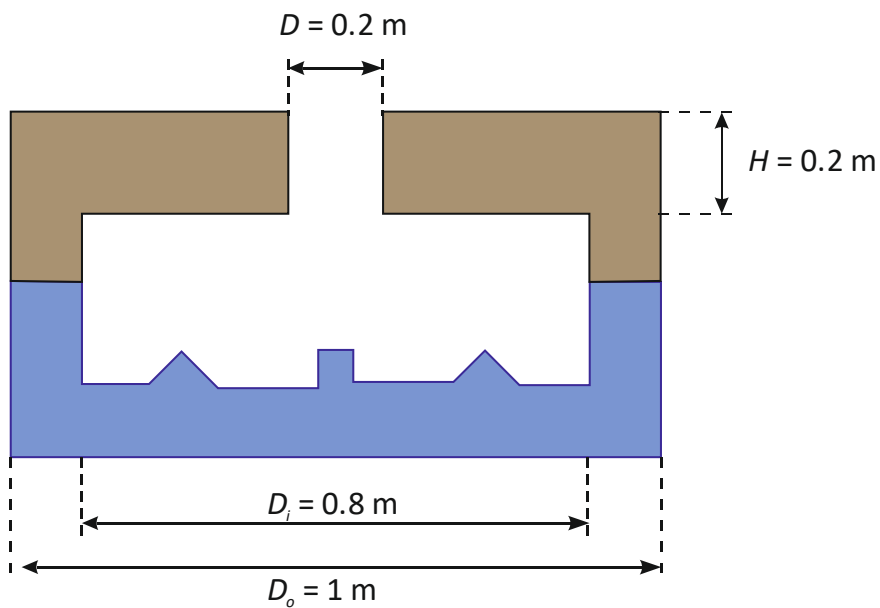
Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης
Πολυτεχνείο Κρήτης
Ακαδημαϊκό Έτος 2019-2020

ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ, ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Γ. ΑΡΑΜΠΑΤΖΗΣ - 2019

Δυνάμεις σε καλούπι χύτευσης μετάλλου

Στο κυλινδρικό καλούπι του σχήματος χυτεύεται υγρό μέταλλο πυκνότητας 6500 kg/m^3 . Η μάζα του άνω τμήματος του καλουπιού είναι 50 kg . Επαρκεί η ασκούμενη δύναμη λόγω βαρύτητας του καλουπιού για να μην ανοίξει το καλούπι και υπάρξει διαρροή του υγρού μετάλλου; (Το καλούπι γεμίζει μέχρι πάνω με υγρό μέταλλο).



Δεδομένα

Εξωτερική διάμετρος καλουπιού:

$$D_o := 1 \cdot \text{m}$$

Εσωτερική διάμετρος καλουπιού:

$$D_i := 0.8 \cdot \text{m}$$

Διάμετρος οπής:

$$D := 0.2 \text{ m}$$

Ύψος τοιχώματος άνω τμήματος καλουπιού:

$$H := 0.2 \cdot \text{m}$$

Πυκνότητα μετάλλου:

$$\rho := 6500 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Μάζα άνω τμήματος καλουπιού:

$$M := 50 \cdot \text{kg}$$

Ατμοσφαιρική πίεση:

$$p_{\text{atm}} := 101325 \cdot \text{Pa}$$

Επιτάχυνση βαρύτητας:

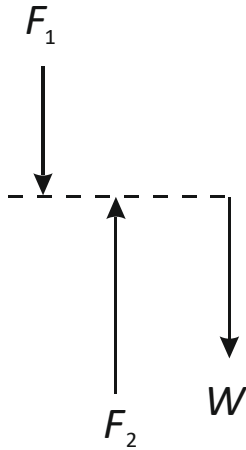
$$g = 9.807 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Λύση

Ανάλυση:

Οι δυνάμεις που ασκούνται στο πάνω τμήμα του καλουπιού είναι:

1. Η δύναμη λόγω της ατμοσφαιρικής πίεσης στην εξωτερική επιφάνεια (F_1)
2. Η δύναμη λόγω υδροστατικής πίεσης στην εσωτερική επιφάνεια (F_2)
3. Το βάρος του τμήματος του καλουπιού (W)



Για να μην ανοίξει το καλούπι πρέπει η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο πάνω τμήμα του καλουπιού να έχει φορά προς τα κάτω. Δηλαδή, η δύναμη

$$F = F_1 - F_2 + W$$

να είναι θετική.

Υπολογισμός δυνάμεων

$$F_1 := p_{\text{atm}} \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_o^2}{4} - \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right) = 76397.3 \cdot \text{N}$$

$$F_2 := (p_{\text{atm}} + \rho \cdot g \cdot H) \cdot \left(\frac{\pi \cdot D_i^2}{4} - \frac{\pi \cdot D^2}{4} \right) = 53755.9 \cdot \text{N}$$

$$W := M \cdot g = 490.3 \cdot \text{N}$$

Υπολογισμός δυνάμεων

$$F := F_1 - F_2 + W = 23131.6 \cdot \text{N}$$

Επομένως, το καλούπι δεν θα σηκωθεί

ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

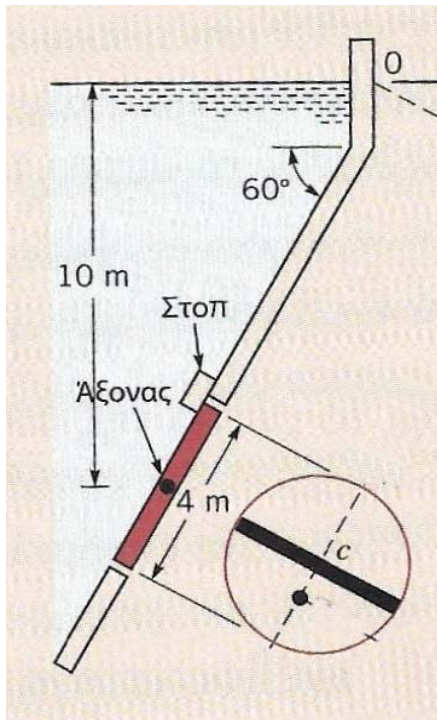
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ, ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Γ. ΑΡΑΜΠΑΤΖΗΣ - 2019

Υδροστατική φόρτιση επίπεδης κυκλικής πλάκας

Κυκλικός υδατοφράκτης διαμέτρου 4 m βρίσκεται σε κεκλιμένο τοίχο (γωνίας 60°) μεγάλης δεξαμενής που περιέχει νερό (ειδικό βάρος 9.8 kN/m^3). Ο υδατοφράκτης φέρεται από άξονα που διέρχεται από την οριζόντια διάμετρό του και βρίσκεται σε βάθος 10 m.

Ζητούνται

- (α) Η διεύθυνση, η φορά και το μέτρο της δύναμης που ασκείται από το νερό στον υδατοφράκτη.
- (β) Το σημείο εφαρμογής της παραπάνω δύναμης.
- (γ) Η δύναμη που απαιτείται να εφαρμοστεί στο κάτω μέρος του υδατοφράκτη για το άνοιγμά του.



Δεδομένα

Διάμετρος υδατοφράκτη:

$$D := 4\text{m}$$

Βάθος υδατοφράκτη:

$$h_c := 10\cdot\text{m}$$

Γωνία τοίχου:

$$\theta := 60^\circ$$

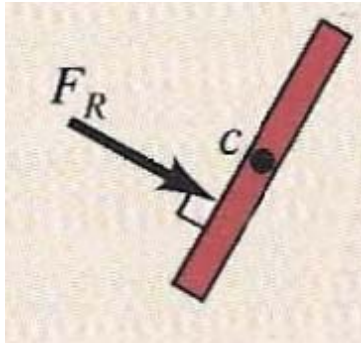
Ειδικό βάρος νερού:

$$\gamma := 9800 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

Λύση

(α) Διεύθυνση, φορά και μέτρο δύναμης

Η δύναμη που ασκείται από το νερό στον υδατοφράκτη είναι κάθετη στο επίπεδο του υδατοφράκτη με φορά από το νερό προς τον υδατοφράκτη.



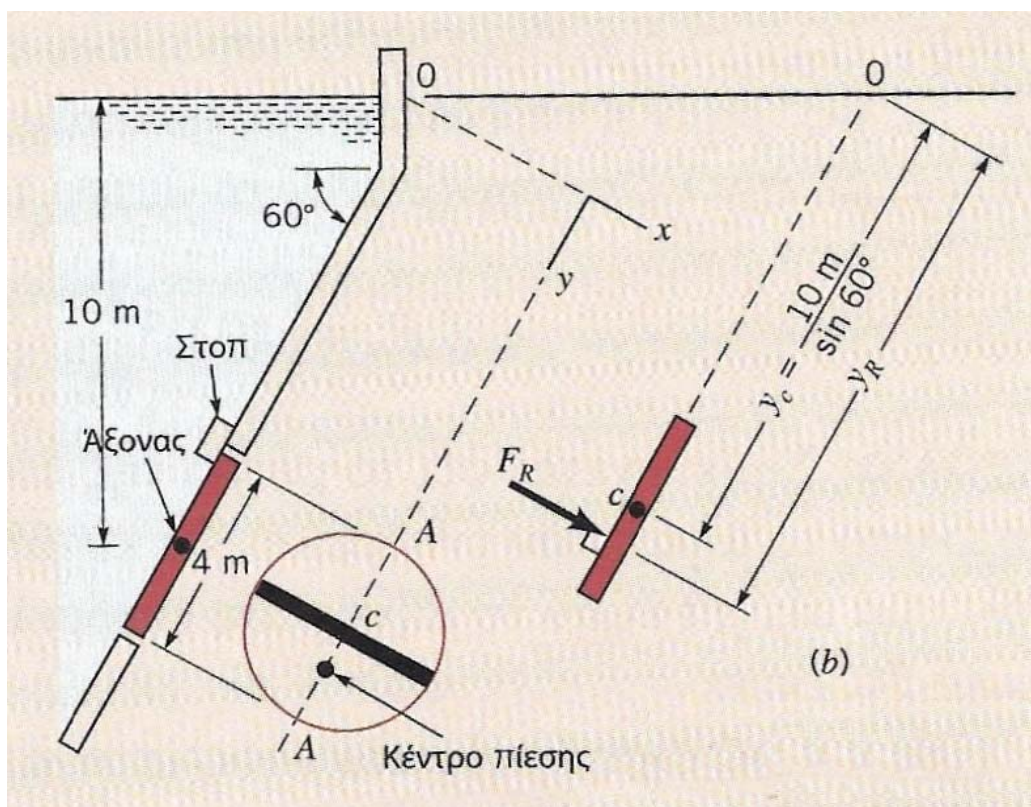
Το μέτρο της δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F_R = \gamma \cdot h_c \cdot A \quad \text{όπου} \quad A := \frac{\pi \cdot D^2}{4} = 12.566 \text{ m}^2$$

Επομένως

$$F_R := \gamma \cdot h_c \cdot A = 1231504 \text{ N}$$

(β) Σημείο εφαρμογής της δύναμης



Το σημείο εφαρμογής της δύναμης δίνεται από τις σχέσεις:

$$x_R = x_c + \frac{I_{xyc}}{y_c \cdot A} \quad \text{και} \quad y_R = y_c + \frac{I_{xc}}{y_c \cdot A}$$

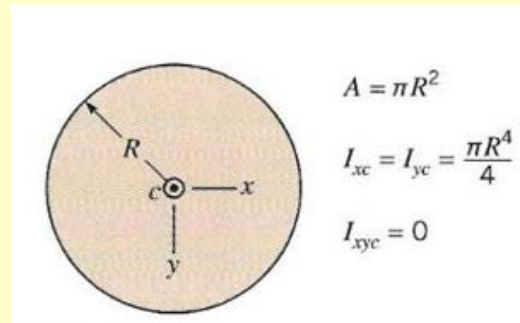
όπου:

$$x_c := 0$$

$$y_c := \frac{h_c}{\sin(\theta)} = 11.547 \text{ m}$$

$$I_{xyc} := 0$$

$$I_{xc} := \frac{\pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^4}{4} = 12.566 \text{ m}^4$$



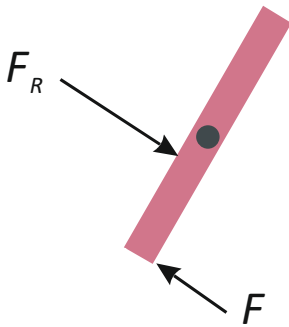
Επομένως:

$$x_R := x_c + \frac{I_{xyc}}{y_c \cdot A} = 0$$

$$y_R := y_c + \frac{I_{xc}}{y_c \cdot A} = 11.634 \text{ m}$$

(γ) Απαιτούμενη δύναμη για άνοιγμα του υδατοφράκτη

Για τον υπολογισμό της απαιτούμενης δύναμης εφαρμόζεται το ισοζύγιο των ροπών γύρω από τον άξονα του υδατοφράκτη:



$$F_R \cdot (y_R - y_c) = F \cdot \frac{D}{2}$$

Επομένως:

$$F := \frac{F_R \cdot (y_R - y_c)}{\frac{D}{2}} = 53326 \cdot \text{N}$$

ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

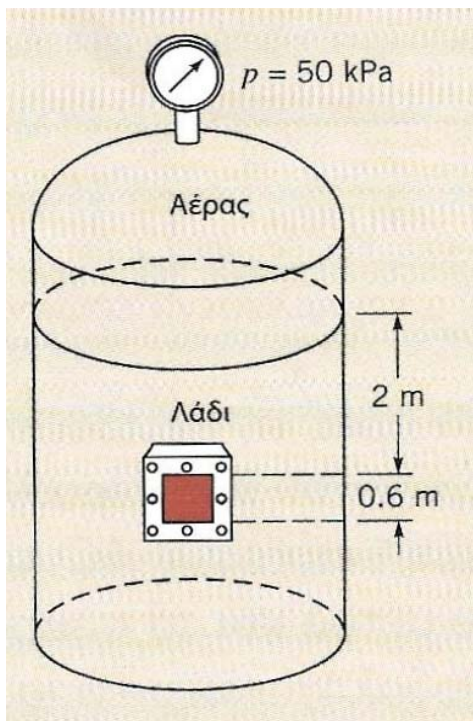
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ, ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Γ. ΑΡΑΜΠΑΤΖΗΣ - 2019

Εφαρμογή πρίσματος πίεσης

Σε μια φιάλη υπό πίεση περιέχεται λάδι ειδικού βάρους 8.82 kN/m^3 . Η φιάλη φέρει βιδωμένη τετράγωνη πλάκα διαστάσεων $60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ σε βάθος 2 m από την επιφάνεια του λαδιού. Η μανομετρική (σχετική) πίεση που μετρείται στην κορυφή της φιάλης είναι ίση με 50 kPa .

Ζητείται

Το μέτρο και το σημείο εφαρμογής της δύναμης επί της τετράγωνης επιφάνειας.



Δεδομένα

Μήκος πλευράς πλάκας:

$$a := 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$$

Βάθος πλάκας:

$$h_1 := 2 \cdot \text{m}$$

Μανομετρική πίεση:

$$p_s := 50 \cdot \text{kPa} = 50000 \cdot \text{Pa}$$

Ειδικό βάρος λαδιού:

$$\gamma := 8.82 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 8820 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

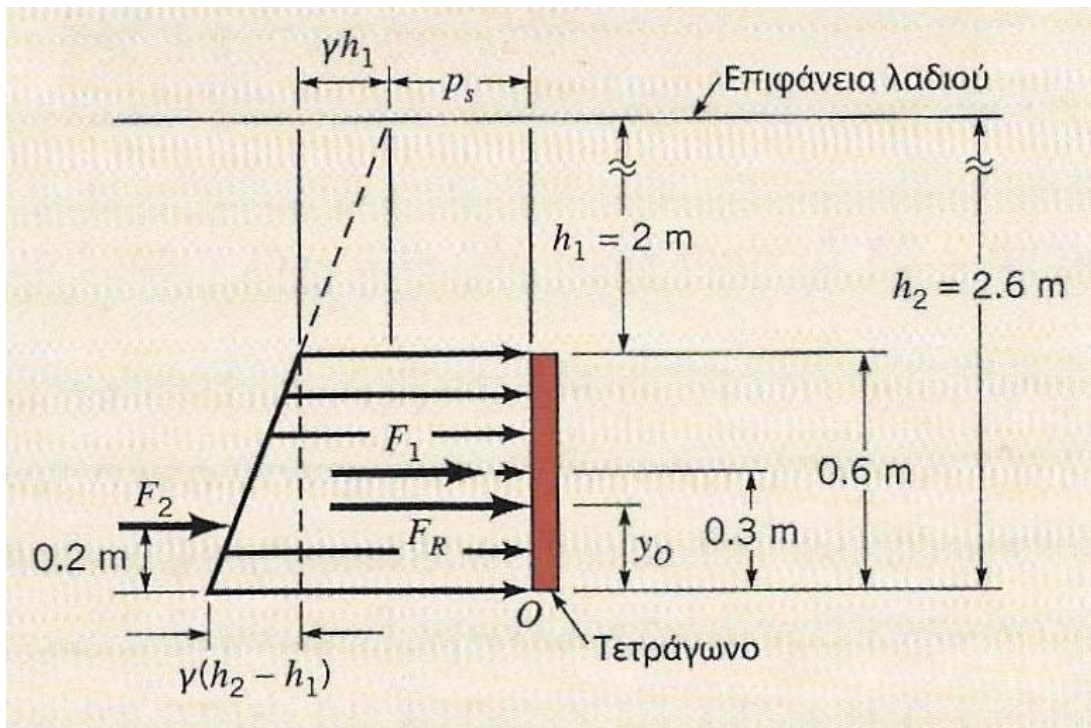
Λύση

Η πίεση που ασκείται σε κάθε σημείο της πλάκας οφείλεται:

1. Στην πίεση που επενεργεί στην επιφάνεια (p_s).
2. Στην υδροστατική πίεση του λαδιού (γh) η οποία μεταβάλλεται γραμμικά με το βάθος.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το πρίσμα της πίεσης, το οποίο αποτελείται από:

1. Ένα ορθογωνικό τμήμα με ύψος $p_s + \gamma \cdot h_1$
2. Ένα τριγωνικό τμήμα με ύψος $\gamma(h_2 - h_1) = \gamma \cdot a$



Η συνισταμένη δύναμη είναι το άθροισμα των δυνάμεων που αντιστοιχούν στους όγκους των δύο πρισμάτων:

$$F_1 := (p_s + \gamma \cdot h_1) \cdot a^2 = 24350 \cdot \text{N}$$

$$F_2 := \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot a \cdot a^2 = 953 \cdot \text{N}$$

και

$$F_R := F_1 + F_2 = 25303 \cdot \text{N}$$

Εναλλακτικά, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η γενική σχέση για επίπεδες επιφάνειες:

$$F_R = (p_s + \gamma h_c) \cdot A \quad \text{ή} \quad F_R := \left[p_s + \gamma \cdot \left(h_1 + \frac{a}{2} \right) \right] \cdot a^2 = 25303 \cdot \text{N}$$

Οι αποστάσεις των σημείων επαφής των δυο δυνάμεων από το ψηλότερο σημείο της πλάκας (πάνω πλευρά) είναι:

$$y_1 := \frac{a}{2} = 0.3 \text{ m}$$

$$y_2 := \frac{2a}{3} = 0.4 \text{ m}$$

Το σημείο εφαρμογής της συνισταμένης δύναμης (απόσταση από την πάνω πλευρά της πλάκας) υπολογίζεται από το ισοζύγιο των ροπών γύρω από το ψηλότερο σημείο της πλάκας *(η ροπή της συνισταμένης είναι ίση με το άθροισμα των ροπών των επιμέρους δυνάμεων):*

$$F_R \cdot y_R = F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2$$

Επομένως:

$$y_R := \frac{F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2}{F_R} = 0.304 \text{ m}$$