

Ρευστομηχανική

2^η Διάλεξη

Βασικές αρχές και νόμοι

Γεώργιος Αραμπατζής

Σχολή Μηχανικών Παραγωγής και Διοίκησης
Πολυτεχνείο Κρήτης
Ακαδημαϊκό Έτος 2019-2020

Πυκνότητα ρευστών

- **Μέση πυκνότητα** ρευστού

$$\bar{\rho} = \frac{m}{V}$$

σε kg/m³

Ίση με την τοπική πυκνότητα σε περίπτωση ομοιόμορφης κατανομής της μάζας

- **Τοπική πυκνότητα**

$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V_0} \left(\frac{\delta m}{\delta V} \right)$$

Συνεχής συνάρτηση $\rho(x, y, z, t)$

- **Ειδικός όγκος**

$$\nu = \frac{1}{\rho}$$

σε m³/kg

- **Ειδικό βάρος**

$$\gamma = \rho g$$

σε N/m³

Χρησιμοποιείται ευρέως σε προβλήματα στατικής ρευστών

Μεταβολή πυκνότητας

- Μέτρο συμπιεστότητας

$$k = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T$$

σε $\text{Pa}^{-1} = \text{m}^2/\text{N}$

Εκφράζει την εξάρτηση της πυκνότητας από την πίεση

- Συντελεστής κυβικής διαστολής

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$$

σε K^{-1}

Εκφράζει την εξάρτηση της πυκνότητας από τη θερμοκρασία

Το $(-)$ τίθεται γιατί ο λόγος $\partial \rho / \partial T$ είναι συνήθως αρνητικός

- Για τέλεια αέρια

- Καταστατική εξίσωση τελείων αερίων

$$p = \rho R^* T$$



$$k = \frac{1}{p}$$
$$\beta = \frac{1}{T}$$

Ιξώδες (συνεκτικότητα)

Φυσική αίσθηση

- Αύξηση του ιξώδους κάνει το ρευστό πιο παχύρρευστο ενώ μείωσή του το κάνει πιο λεπτόρρευστο

Διαισθητικός ορισμός

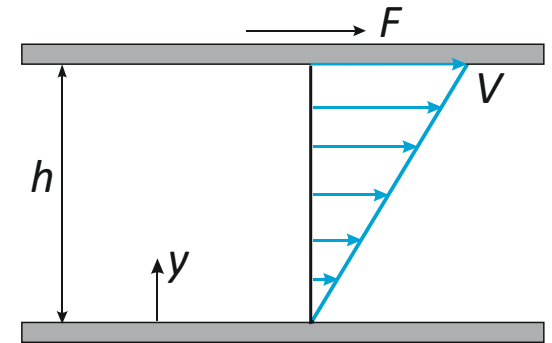
- Η ιδιότητα των ρευστών που τους δίνει τη δυνατότητα να αντιστέκονται σε κάθε προσπάθεια αλλαγής της μορφής τους (παραμόρφωση ή διάτμηση)

Μαθηματικός ορισμός

$$(\text{Διατμητική Τάση}) = (\text{Ιξώδες}) \times (\text{Ρυθμός Παραμόρφωσης}) \\ (\text{Διάτμησης})$$

Ιξώδες και ρυθμός παραμόρφωσης

- Ρευστό μεταξύ παράλληλων πλακών, σε απόσταση h , όπου στην πάνω πλάκα (εμβαδού A) ασκείται διατμητική δύναμη F
- Το ρευστό σε επαφή με την κάτω πλάκα παραμένει ακίνητο (συνθήκη μη-ολίσθησης)
- Το ρευστό σε επαφή με την πάνω πλάκα κινείται με σταθερή ταχύτητα V



$$\text{(Διατμητική Τάση)} \quad \tau = \frac{F}{A} \quad \text{(Ρυθμός Παραμόρφωσης)} \quad = \frac{V}{h}$$

$$\tau = \mu \frac{V}{h}$$

εναλλακτικά

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

μ : (δυναμικό) **ιξώδες**

- **Κινηματικό ιξώδες**

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

Νόμος ιξώδους
του Newton

Ιξώδες – Μονάδες

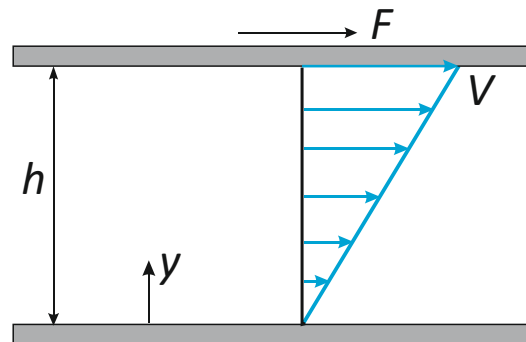
- Δυναμικό ιξώδες σε SI: **Pa·s** ($= \text{N} \cdot \text{s} / \text{m}^2 = \text{kg} / (\text{m} \cdot \text{s})$)
- Εναλλακτική μονάδα για δυναμικό ιξώδες:
(poise) **P** = 0.1 Pa·s και (centipoise) **cp** = 10^{-2} P = 10^{-3} Pa·s
Ιξώδες νερού σε 20°C ≈ 1 cp
- Κινηματικό ιξώδες σε SI: **m²/s**
- Εναλλακτική μονάδα για κινηματικό ιξώδες:
(stokes) St = 1 cm²/s = 10^{-4} m²/s

Παράδειγμα 1

Υπολογισμός ιξώδους Νευτωνικού ρευστού

Ένα ρευστό ρέει μεταξύ δύο παράλληλων πλακών εμβαδού $A = 0.1 \text{ m}^2$ η καθεμιά που απέχουν απόσταση $h = 2 \text{ cm}$, υπό την επίδραση διατμητικής δύναμης $F = 1 \text{ N}$ στην πάνω πλάκα.

Αν η ταχύτητα της πάνω πλάκας μετρηθεί ίση με $V = 2 \text{ m/s}$, να υπολογιστεί το ιξώδες του ρευστού.



Παράδειγμα 1 – Λύση

Ανάλυση

Η διατμητική τάση δίνεται από τη σχέση: $\tau = \mu \frac{V}{h}$

Η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του ιξώδους μ

Λύση

Διατμητική τάση: $\tau = \frac{F}{A} = \frac{1 \text{ N}}{0.1 \text{ m}^2} = 10 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 10 \text{ Pa}$

Ιξώδες: $\tau = \mu \frac{V}{h} \Rightarrow \mu = \frac{\tau h}{V} = \frac{10 \text{ Pa} \times 0.02 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$

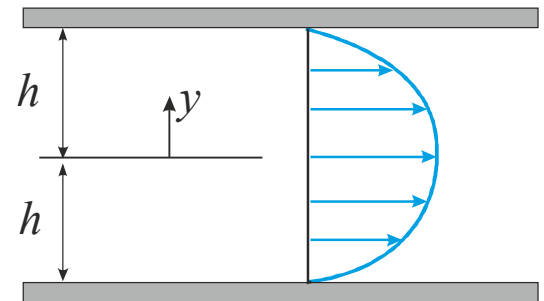
Παράδειγμα 2

Διατμητική τάση σε Νευτωνικά ρευστά

Η κατανομή ταχύτητας της ροής ενός Νευτωνικού ρευστού ανάμεσα σε δύο ακίνητες παράλληλες πλάκες δίνεται από τη σχέση:

$$u(y) = \frac{3V}{2} \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right]$$

όπου V είναι η μέση ταχύτητα.



Να υπολογιστεί η διατμητική τάση που ασκείται:

- (α) στην κάτω πλάκα,
- (β) σε επίπεδο παράλληλο προς τις δύο πλάκες που διέρχεται από τη μέση απόσταση μεταξύ των πλακών.

Δίνονται: $V = 0.61 \text{ m/s}$, $\mu = 1.915 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ και $h = 5 \text{ mm}$ ($= 0.005 \text{ m}$)

Παράδειγμα 2 – Λύση

Ανάλυση

Η διατμητική τάση δίνεται από τη σχέση $\tau = \mu \frac{du}{dy}$

Με δεδομένο το προφίλ της ταχύτητας, μπορεί να χρησιμοποιηθεί η παραπάνω σχέση για τον υπολογισμό της διατμητικής τάσης στις δύο διαφορετικές θέσεις

Λύση

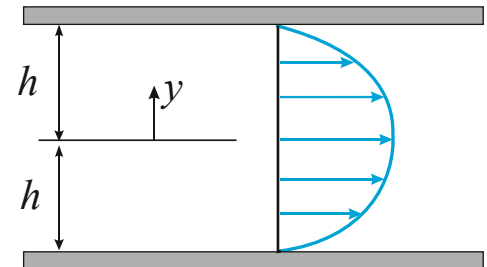
$$\frac{du}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\frac{3V}{2} \left[1 - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right] \right) = -\frac{3V}{h^2} y \quad \Rightarrow$$

(α) Στη θέση $y = -h$

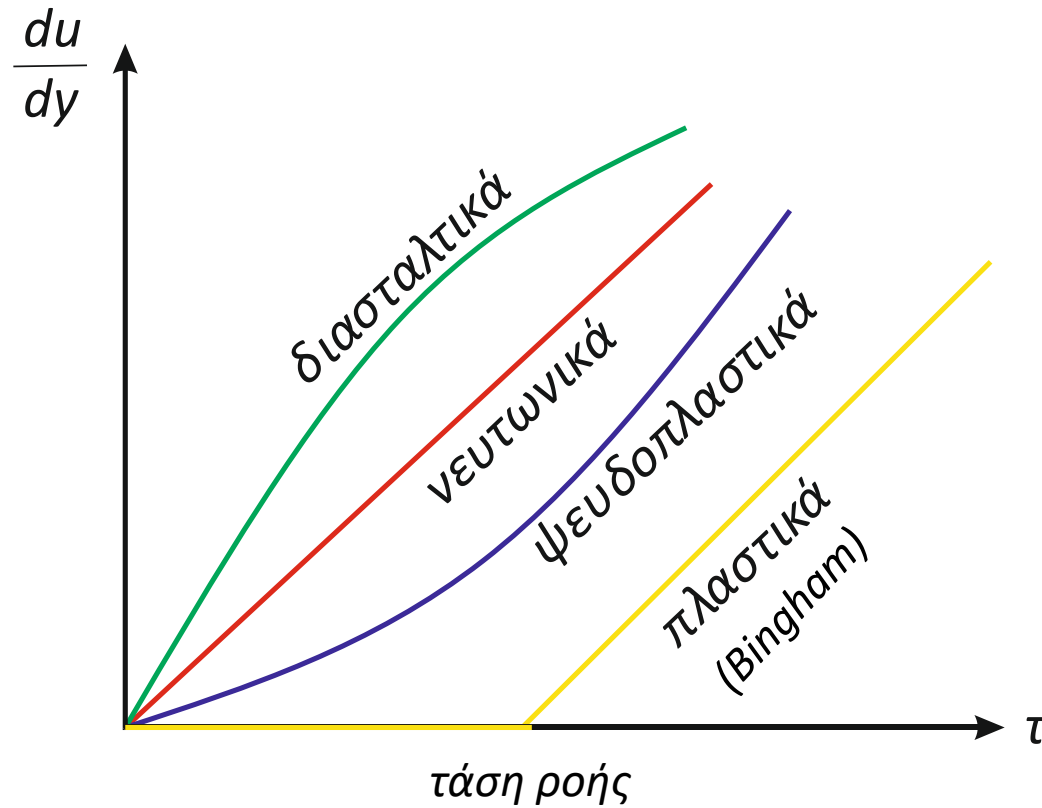
$$\tau_{bottom} = -\mu \frac{3V}{h^2} (-h) = \mu \frac{3V}{h} = 1.915 \times \frac{3 \times 0.61}{0.005} = 700.9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

(β) Στη θέση $y = 0$

$$\tau_{mid} = -\mu \frac{3V}{h^2} (0) = 0 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

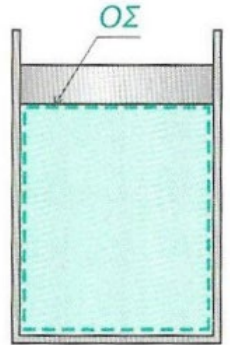


Νευτωνικά και μη-Νευτωνικά ρευστά



Ορισμός και χαρακτηριστικά συστήματος

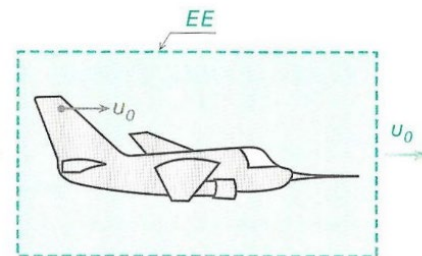
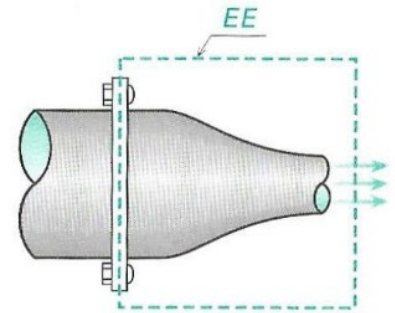
- **Σύστημα (Σ)**: Μια διακεκριμένη ποσότητα ύλης η μάζα της οποίας διατηρείται σταθερή με το χρόνο
 - **Πεπερασμένο** σύστημα (αρκετά μεγάλο)
 - **Απειροστό** σύστημα (π.χ. ένα σωματίδιο ρευστού)
- **Περιβάλλον**: Καθετί που δεν ανήκει στο σύστημα
- **Όρια Συστήματος ($\partial\Sigma$)**: Επιφάνεια (πραγματική ή υποθετική) η οποία χωρίζει το σύστημα από το περιβάλλον
 - Αδιαπέραστα από μάζα (ορισμός συστήματος) διαπερατά από ενέργεια (θερμότητα, έργο)
 - **Θερμικά μονωμένο** σύστημα: Αδιαπέραστα από θερμότητα
 - **Απομονωμένο** σύστημα: Αδιαπέραστα από θερμότητα και έργο



Η έννοια του συστήματος είναι πιο κατάλληλη για μελέτη σωμάτων που έχουν σταθερή μάζα και η ταυτοποίησή τους είναι εύκολη. Π.χ. Μηχανική στερεών σωμάτων

Ορισμός και χαρακτηριστικά όγκου ελέγχου

- **Όγκος Ελέγχου (ΟΕ):** Μια ορισμένη περιοχή του χώρου διαμέσου της οποίας συμβαίνει ροή μάζας
 - Πεπερασμένος ΟΕ (αρκετά μεγάλος)
 - Απειροστός ΟΕ ($dV = dx \cdot dy \cdot dz$)
 - Αδρανειακός ΟΕ (ακίνητος)
 - Μη αδρανειακός ΟΕ
- **Περιβάλλον:** Καθετί που βρίσκεται εκτός του ΟΕ
- **Επιφάνεια Ελέγχου (ΕΕ):** Η επιφάνεια (πραγματική ή υποθετική) η οποία περικλείει τον όγκο ελέγχου
 - Διαπερατή από μάζα και ενέργεια
 - Η μάζα είναι φορέας ορμής και ενέργειας



Νόμος διατήρησης της μάζας

Η μάζα ενός συστήματος παραμένει σταθερή στο χρόνο, ανεξάρτητα από το είδος της διεργασίας την οποία υφίσταται το σύστημα

$$\left(\frac{dm}{dt} \right)_\Sigma = 0$$

Ο νόμος διατήρησης της μάζας εκφρασμένος σε έναν όγκο ελέγχου εκφράζει το **ισοζύγιο μάζας**

Δεύτερος νόμος κίνησης του Newton

Η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων οι οποίες ασκούνται πάνω σε ένα σύστημα από το περιβάλλον του είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της ορμής του συστήματος

$$\mathbf{F} = \left(\frac{d\mathbf{P}}{dt} \right)_{\Sigma}$$

- Ορμή συστήματος

$$\mathbf{P} = m\mathbf{u}$$

διανυσματικό μέγεθος με καρτεσιανές συνιστώσες

$$P_x = mu_x, \quad P_y = mu_y, \quad P_z = mu_z$$

Ο δεύτερος νόμος κίνησης του Newton εκφρασμένος σε έναν όγκο ελέγχου εκφράζει το **ισοζύγιο ορμής**

Πρώτος θερμοδυναμικός νόμος

Η διαφορά μεταξύ καθαρού ποσού θερμότητας που προστίθεται σε ένα σύστημα από το περιβάλλον (δQ) και του καθαρού ποσού έργου που αποδίδεται από το σύστημα στο περιβάλλον (δW) κατά τη διάρκεια μιας απειροστής διεργασίας είναι ίση με τη μεταβολή της ενέργειας του συστήματος (dE)

$$\delta Q - \delta W = dE \quad \text{ή} \quad \dot{q} - \dot{w} = \left(\frac{dE}{dt} \right)_\Sigma$$

Μονάδες $Q, W, E \equiv \text{J}$

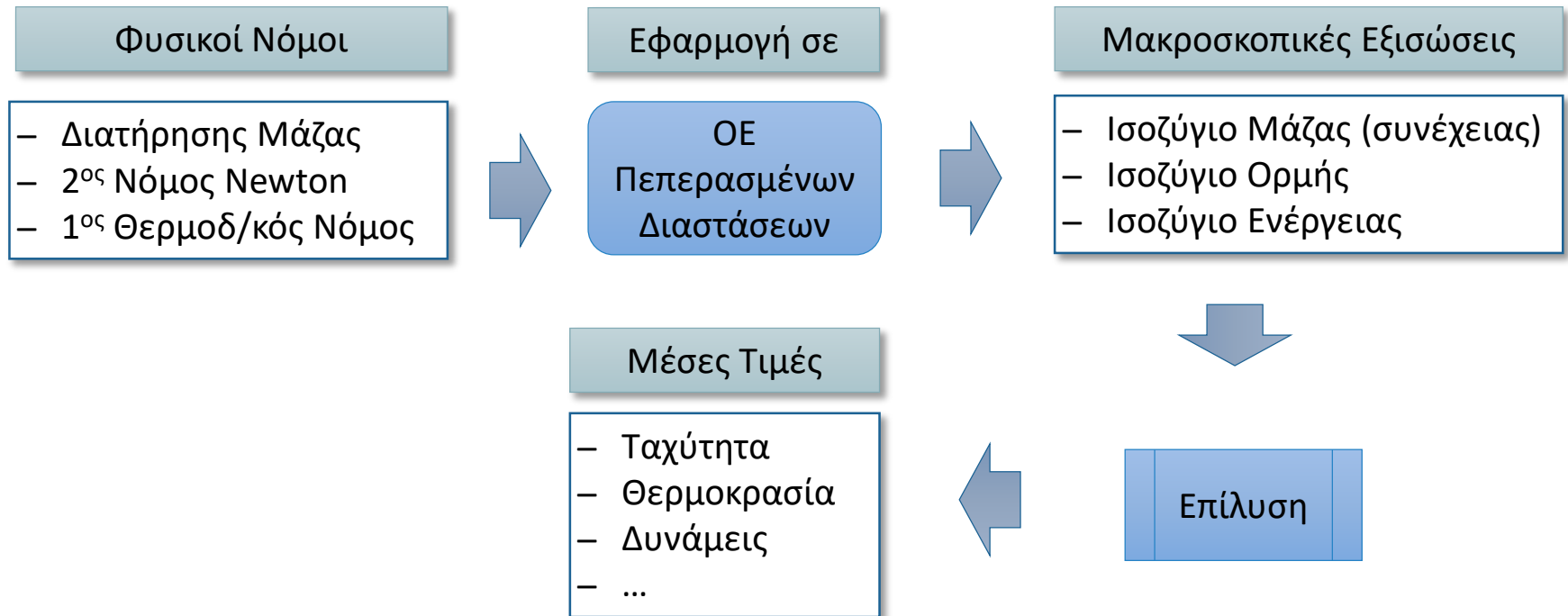
Μονάδες $\dot{q}, \dot{w} \equiv W = \text{J/s}$

- Σύμβαση για το πρόσημο της θερμότητας και του έργου



Ο πρώτος θερμοδυναμικός νόμος εκφρασμένος σε έναν όγκο ελέγχου εκφράζει το **ισοζύγιο ενέργειας**

Μακροσκοπική ανάλυση



Διαφορική ανάλυση

