

**ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ, ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
Γ. ΑΡΑΜΠΑΤΖΗΣ - 2019

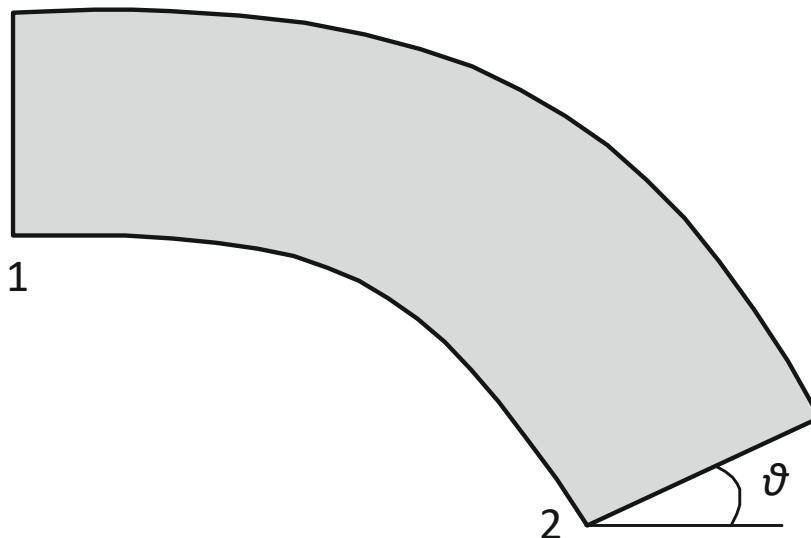
Άσκηση 2 - Ιούνιος 2019

Νερό (πυκνότητας $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$) εισέρχεται στον καμπύλο αγωγό του σχήματος από τη διατομή 1 με ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας και εξέρχεται στην ατμόσφαιρα από τη διατομή 2 επίσης με ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας. Η γωνία που σχηματίζει η διατομή 2 με το οριζόντιο επίπεδο είναι $\theta=30^\circ$. Η διατομή 1 είναι κυκλική με διάμετρο $D_1=0.2 \text{ m}$ και η διατομή 2 είναι τετραγωνική με πλευρά $b_2=0.2 \text{ m}$. Στη διατομή 1 η ταχύτητα έχει μέτρο $u_1=3 \text{ m/s}$ και η σχετική πίεση είναι $p_{1,g}=5 \text{ kPa}$. Η ατμοσφαιρική πίεση είναι $p_a=100 \text{ kPa}$.

Να υπολογιστούν:

(α) Η ταχύτητα στην έξοδο του αγωγού (διατομή 2).

(β) Η δύναμη που ασκείται από το νερό στα τοιχώματα του αγωγού αν αμεληθεί το βάρος του νερού.



Δεδομένα

$$\theta := 30^\circ$$

$$D_1 := 0.2 \cdot \text{m}$$

$$b_2 := 0.2 \cdot \text{m}$$

$$u_1 := 3 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rho := 1000 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$p_{1g} := 5000 \cdot \text{Pa}$$

$$p_a := 100000 \cdot \text{Pa}$$

Λύση

Ο όγκος ελέγχου περιλαμβάνει το ρευστό και δεν τέμνει τα τοιχώματα (επειδή το ζητούμενο είναι η δύναμη που ασκείται από το ρευστό στα τοιχώματα):

(α) Ταχύτητα εξόδου

Ολοκληρωτική εξίσωση συνέχειας για ασυμπίεστο ρευστό:

$$V = u_1 \cdot A_1 = u_2 \cdot A_2 \quad A_1 := \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} = 0.031 \text{ m}^2 \quad A_2 := b_2^2 = 0.04 \text{ m}^2$$

$$V := u_1 \cdot A_1 = 0.094 \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad u_2 := \frac{V}{A_2} = 2.36 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(β) Δύναμη που ασκείται στον αγωγό από το νερό

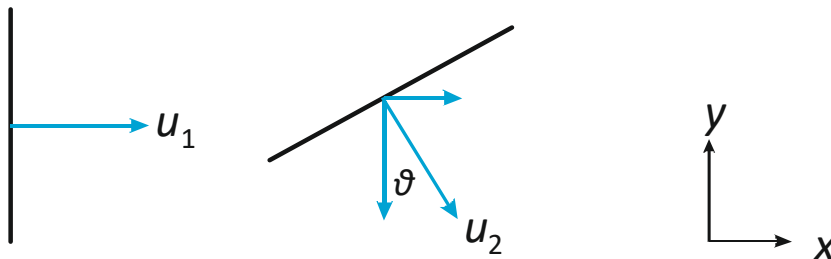
Ολοκληρωτική εξίσωση διατήρησης ορμής για όγκο ελέγχου :

$$F_x = \rho \cdot u_2 \cdot A_2 \cdot u_{2,x} - \rho \cdot u_1 \cdot A_1 \cdot u_{1,x} = M \cdot (u_{2,x} - u_{1,x})$$

$$F_y = \rho \cdot u_2 \cdot A_2 \cdot u_{2,y} - \rho \cdot u_1 \cdot A_1 \cdot u_{1,y} = M(u_{2,y} - u_{1,y})$$

$$\text{όπου} \quad M := \rho \cdot V = 94.248 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Ταχύτητες και συνιστώσες τους στις επιφάνειες:



$$u_{1,x} = u_1$$

$$u_{1,y} = 0$$

$$u_{2,x} = u_2 \sin(\vartheta)$$

$$u_{2,y} = -u_2 \cos(\vartheta)$$

$$u_{1x} := u_1 = 3 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

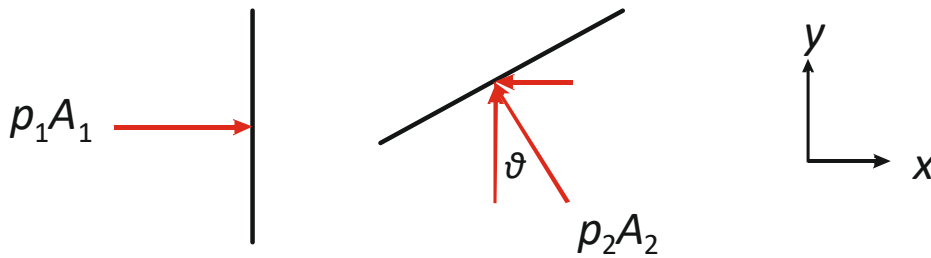
$$u_{1y} := 0$$

$$u_{2x} := u_2 \cdot \sin(\theta) = 1.18 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$u_{2y} := -u_2 \cdot \cos(\theta) = -2.04 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Δυνάμεις που ασκούνται στο νερό:

1. Δυνάμεις πίεσης στις διατομές εισόδου και εξόδου



$$F_{p,x} = p_1 A_1 - p_2 A_2 \sin(\vartheta)$$

$$F_{p,y} = p_2 A_2 \cos(\vartheta)$$

$$p_1 := p_{1g} + p_a = 105000 \cdot \text{Pa}$$

$$p_2 := p_a = 100000 \cdot \text{Pa}$$

Πρέπει να χρησιμοποιηθούν απόλυτες πιέσεις (δεν συμπεριλαμβάνονται οι παράπλευρες επιφάνειες του ΟΕ):

$$F_{px} := p_1 \cdot A_1 - p_2 \cdot A_2 \cdot \sin(\theta) = 1.299 \times 10^3 \cdot \text{N}$$

$$F_{py} := p_2 \cdot A_2 \cdot \cos(\theta) = 3.464 \times 10^3 \cdot \text{N}$$

2. Δυνάμεις R_x και R_y που ασκούνται από τα τοιχώματα του αγωγού στο νερό.

Επομένως:

$$F_x = F_{px} + R_x = M \cdot (u_{2x} - u_{1x})$$

$$\text{και: } R_x := M \cdot (u_{2x} - u_{1x}) - F_{px} = -1470.4 \cdot \text{N}$$

$$F_y = F_{py} + R_y = M \cdot u_{2y}$$

$$\text{και: } R_y := M \cdot u_{2y} - F_{py} = -3656.4 \cdot \text{N}$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στα τοιχώματα του αγωγού (F_{wx} , F_{wy}) είναι ίσου μέτρου και αντίθετης φοράς με τις R_x , R_y :

$$F_{wx} := -R_x = 1470.4 \cdot \text{N}$$

$$F_{wy} := -R_y = 3656.4 \cdot \text{N}$$

Η συνισταμένη δύναμη έχει μέτρο:

$$F_w := \sqrt{F_{wx}^2 + F_{wy}^2} = 3941 \cdot \text{N}$$

