

ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΚΑΙ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ Ι

3 Φεβρουαρίου 2021

ΦΥΛΛΑΔΙΟ ΘΕΜΑΤΩΝ

Οδηγίες

- Δεν επιτρέπεται η χρήση καμίας βοήθειας ή κανενός βοηθήματος ή κινητού τηλεφώνου ή υπολογιστή τσέπης. Παραβίαση του κανόνα αυτού συνεπάγεται σοβαρές συνέπειες πέρα από τον μηδενισμό στο μάθημα.
- Η κάμερα και το μικρόφωνο θα πρέπει να είναι ανοιχτά καθ' όλη τη διάρκεια της εξέτασης.
- Στην κάμερα θα πρέπει να φαίνονται καθαρά οι κόλλες επίλυσης των θεμάτων.
- Σε όλα τα προβλήματα πρέπει να φαίνεται καθαρά όλη η δουλειά σας.
- Ο χώρος που χρησιμοποιείτε για πρόχειρο πρέπει να επισημαίνεται ευδιακρίτως.
- Η διάρκεια του διαγωνίσματος είναι 2 ώρες.
- Δεν εγκαταλείπετε την θέση σας για κανένα λόγο χωρίς να επικοινωνήσετε πρώτα με τον επιτηρητή της εξέτασης.
- Αποχώρηση από την εξέταση επιτρέπεται μετά τα πρώτα 30 λεπτά.
- Στο τέλος της εξέτασης σκανάρτε όλες τις κόλλες που βρίσκονται πάνω στο γραφείο σας και τις ανεβάζετε αριθμημένες στο eclass.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

Θέμα 1 (12 Μονάδες)

Υπολογίστε την παράγωγο $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{(x,y)=(0,0)}$ εάν y είναι μια διαφορίσιμη συνάρτηση

στο x και ικανοποιεί την εξίσωση: $\int_0^{x+y} e^{-t^2} dt = xy$.

Θέμα 2 (12 Μονάδες)

Υπολογίστε τον όγκο του στερεού που παράγεται όταν περιστρέψουμε το χωρίο που περικλείεται από τις καμπύλες $y = x^2 + 1$ και $y = 3 - x^2$ γύρω από την ευθεία $x = \alpha + 3$ όπου α είναι ο αριθμός που αντιστοιχεί στο τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας.

Θέμα 3 (14 Μονάδες)

Βρείτε το μήκος της καμπύλης $y = \frac{x}{2} \sqrt{3-x^2} + \frac{3}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{3}} \right)$ από $x=0$ έως $x=1$.

Θέμα 4 (17 Μονάδες)

α) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(ax+1)(x^2+1)}$ όπου a είναι ένας θετικός αριθμός.

β) Εξετάστε αν συγκλίνει το ολοκλήρωμα αντικαθιστώντας την τιμή του a με το προτελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας πολλαπλασιασμένο με το 5.