

Θέμα 1

Υποθέστε ότι ένας τραπεζικός λογαριασμός ανοίγει με κατάθεση $S_0 = 100.000$ και κάθε χρόνο γίνεται επιπλέον κατάθεση 10.000 σε σταθερή βάση. Αν το συνεχές επιτόκιο είναι 5% τότε,

[5] βρείτε τη διαφορική εξίσωση που δίνει το υπόλοιπο του λογαριασμού, $S(t)$, μετά από t χρόνια.

[10] λύστε τη Δ.Ε. για να προσδιορίσετε σε ποιο χρόνο το υπόλοιπο θα είναι 1.000.000.

Θέμα 2

[12] Να λυθεί η διαφορική εξίσωση $(1 + t^2)y' = ty(y^2 - 1)$.

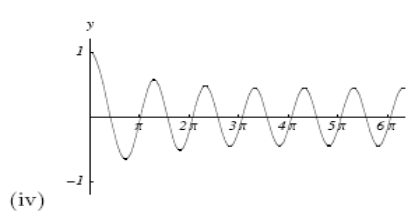
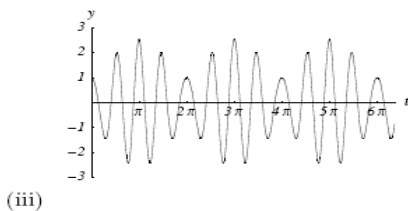
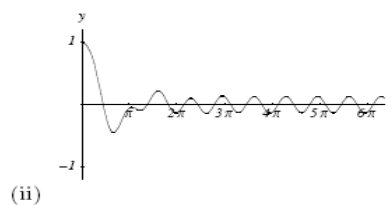
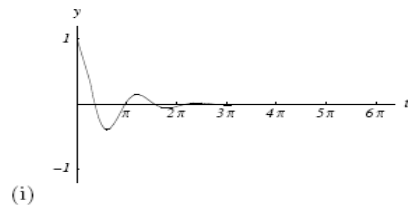
Θέμα 3

[16] Να λυθεί η διαφορική εξίσωση $2t^2y'' - 3ty' + 3y = 2t^3$ με $y(1) = 0$ και $y'(1) = 1$

Θέμα 4

[12] Αντιστοιχείστε τα παρακάτω γραφήματα (λύσεις) σε κάθε μία από τις Δ.Ε., με συνοπτική εξήγηση.

(a) $y'' + 16y = 7 \cos 5t$, (b) $y'' + y' + 3y = 0$, (c) $y'' + y' + 3y = \cos 2t$, (d) $y'' + y' + 2y = \cos 3t$.



Θέμα 5

[18] Να λυθεί η παρακάτω Δ.Ε. με χρήση μετασχηματισμών Laplace

$$y'' + 4y' + 4y = \begin{cases} 0, & t < 2 \\ e^{t-2}, & t \geq 2 \end{cases}, \quad y(0) = 1, y'(0) = 0$$

Θέμα 6

Για το παρακάτω μη-ομογενές σύστημα Δ.Ε.

$$\vec{y}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \vec{y} + \begin{bmatrix} \cos(t) \\ -\sin(t) \end{bmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(α) [12] Υπολογίστε τη λύση του ομογενούς συστήματος και κατασκευάστε το πεδίο διευθύνσεων, τη παράσταση φάσεων και χαρακτηρίστε τη ευστάθεια του κρίσιμου σημείου.

(β) [10] Υπολογίστε τη λύση του μη-ομογενούς συστήματος.

(γ) [5] Μετατρέψτε το μη-ομογενές σύστημα σε μία Δ.Ε. 2ης τάξης

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!